

FEN BİLİMLERİ VE MATEMATİKTE

ULUSLARARASI
ARAŞTIRMA VE DEĞERLENDİRMELER

EDİTÖRLER

PROF. DR. AYŞEGÜL İYİDOĞAN

PROF. DR. GÜNAY ÖZTÜRK

ARALIK
2023

 SERÜVEN
YAYINEVİ



Genel Yayın Yönetmeni / Editor in Chief • C. Cansın Selin Temana

Kapak & İç Tasarım / Cover & Interior Design • Serüven Yayınevi

Birinci Basım / First Edition • © Aralık 2023

ISBN • 978-625-6450-80-6

© copyright

Bu kitabın yayın hakkı Serüven Yayınevi'ne aittir.

Kaynak gösterilmeden alıntı yapılamaz, izin almadan hiçbir yolla çoğaltılamaz. The right to publish this book belongs to Serüven Publishing. Citation can not be shown without the source, reproduced in any way without permission.

Serüven Yayınevi / Serüven Publishing

Türkiye Adres / Turkey Address: Kızılay Mah. Fevzi Çakmak 1. Sokak

Ümit Apt No: 22/A Çankaya/ANKARA

Telefon / Phone: 05437675765

web: www.seruvenyayinevi.com

e-mail: seruvenyayinevi@gmail.com

Baskı & Cilt / Printing & Volume

Sertifika / Certificate No: 47083

FEN BİLİMLERİ VE MATEMATİKTE

Uluslararası Araştırma ve Değerlendirmeler

Aralık 2023

Editör

PROF. DR. AYŞEGÜL İYİDOĞAN
PROF. DR. GÜNAY ÖZTÜRK

İÇİNDEKİLER

Bölüm 1

FE₂CR_{0.5}MN_{0.5}Si ALAŞIMININ ELEKTRONİK VE MANYETİK ÖZELLİKLERİNİN İLK PRENSİPLER YAKLAŞIMI KULLANILARAK İNCELENMESİ

Abdullah CANDAN, ; Cihan KÜRKCÜ 1

Bölüm 2

ATOMDAN KUARKLARA: PARÇACIK ARAŞTIRMALARI

Çağın KAMIŞCIOĞLU 11

Bölüm 3

METİN MADENCİLİĞİNE GİRİŞ

Mustafa KARAKAYA, Pelin KASAP 29

Bölüm 4

İMİDAZOLİNYUM, İMİDAZOLYUM VE BENZİMİDAZOLYUM-2-DİTİYOKARBOKSİLATLAR

Ülkü YILMAZ 43

Bölüm 5

PESTİSİTLERİN SINIFLANDIRILMASI VE EKSTRAKSİYON YÖNTEMLERİ

Yasin YAKAR 57

Bölüm 6

3-BOYUTLU ÖKLİD UZAYINDA KÜRESEL ÇARPIM YÜZEYİNİN FOKAL YÜZEYLERİ ÜZERİNE

Günay ÖZTÜRK 75

Bölüm 7

**EULER BERNOULLİ TERS KATSAYI PROBLEMİNİN DEVİRLİ
KOŞULLA ÇÖZÜMÜ**

İrem BAĞLAN 91

Bölüm 8

**ÇOK DAMARLI SÜPERİLETKENLERDE ALTERNATİF AKIM KAYIP
MEKANİZMALARI VE HESAPLAMA MODELLERİ**

Özlem ÇİÇEK 105

Bölüm 9

**YARI (SEMİ)-İNVARYANT HOLOMORFİK İSTATİSTİKSEL
SUBMERSİYONLAR**

Sema KAZAN 127

Bölüm 10

**İMALAT SEKTÖRÜNDE İŞLEM GÖREN FİRMALARIN
PERFORMANSLARININ TOPSIS YÖNTEMİ İLE
DEĞERLENDİRİLMESİ**

Fadime Şirin KARADAĞ, Serpil AYDIN 143

Bölüm 11

GRAF MATRİSLERİNİN ŞİFRELEMEDE KULLANIMI

Zülal ÇİFTLİK, Şerife BÜYÜKKÖSE 159



Bölüm 1

Fe₂Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si ALAŞIMININ ELEKTRONİK VE MANYETİK ÖZELLİKLERİNİN İLK PRENSİPLER YAKLAŞIMI KULLANILARAK İNCELENMESİ

Abdullah CANDAN¹

Cihan KÜRKCÜ²

¹ Doç. Dr., Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi, Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu Makine ve Metal Teknolojileri Bölümü, 0000-0003-4807-3017, acandan@ahievran.edu.tr

² Doç. Dr., Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi, Teknik Bilimler Meslek Yüksekokulu Elektronik ve Otomasyon Bölümü, 0000-0003-3597-1950, ckurkcu@ahievran.edu.tr

GİRİŞ

Genel kimyasal formülü X_2YZ olan Heusler alaşımları, son zamanlarda bilim insanları tarafından en çok çalışılan malzeme grupları arasında yer almaktadır (Wurmehl et al., 2006). Bu malzemeler küçük bir bant aralığı ve yüksek yapısal kararlılık ile karakterize edilir. Bu nedenle termoelektrik olarak sıklıkla kullanılırlar. Co ve Mn içeren Heusler bileşikleri, spintronikteki olası uygulamaları nedeniyle son yirmi yılda dikkat çekmiştir (Fujii, Ishida, & Asano, 1994; Miura, Nagao, & Shirai, 2004). Son birkaç yıl boyunca, birçok deneysel grup, özellikle ince filmler şeklinde bunları sentezlemeye çalışmıştır. Demir bazlı Fe_2YSi ($Y = Cr, Mn, Fe, Co, Ni$) (Jalilian et al., 2023; Luo et al., 2007), Fe_2CrX ($X = P, As, Sb, Bi$) alaşımları deneysel ve teorik olarak incelenmiştir (Chen et al., 2015). Mori ve arkadaşları, çeşitli tam Heusler alaşımlarının ($Mn_2FeSi, Fe_2MnSi, Fe_2FeSi, Fe_2CoSi$ ve Co_2FeSi) çok katmanlı ince filmlerinin elektronik yapılarını araştırmışlardır (Mori, Odahara, Shigyo, Yoshitake, & Miyoshi, 2012).

Yarı metalik ferromagnet özellik gösteren bu bileşikler benzersiz özelliklerinden dolayı spintronik uygulamaları ve manyeto-dirençli cihazlar gibi birçok endüstriyel ve mühendislik alanlarındaki dikkate değer potansiyel uygulamaları nedeniyle önemli bir aday ve avantajlı bir malzeme sınıfı olarak kabul görmektedir.

Yarı metallerdeki yukarı ve aşağı spin durumlarının Fermi seviyesinde farklı karakterleri bu malzeme grubunu öne çıkarır. Bunlar aşağı spin durumu için yarı iletken bir karakter yani Fermi seviyesinde enerji bant aralığına sahip elektronik bant yapısı ile karakterize edilirken; yukarı spin durumu için metalik davranış baskındır ve tam spin polarizasyonuna, yani enerji Fermi seviyesinde % 100'dür. Bu özellik kolay ve uygulamalı sentez yöntemlerini ortaya çıkarır.

Son zamanlarda, Fe-bazlı Heusler alaşımları büyük ilgi görmüş, kapsamlı araştırmalara konu olmuş ve Fe_2MnSi deneysel olarak geniş çapta araştırılmış (Luo et al., 2007; Plogmann et al., 1999), bu alaşımların uygulanabilirliğine olan ilgi ve görüş büyük ölçüde yoğunlaşmıştır ve ayrıca deneysel uygulamaların yanı sıra teorik hesaplamalara dayalı olarak da araştırılmıştır (Belkhouane et al., 2015; Draganyuk, Zhandun, & Zamkova, 2021). Fakat $Fe_2Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si$ dördü Heusler alaşımı ile ilgili literatürde herhangi bir bilgiye rastlanmamıştır. Bu çalışmanın amacı söz konusu bileşiğin elektronik ve manyetik özelliklerini ortaya çıkarmaktır.

HESAPLAMA YÖNTEMİ

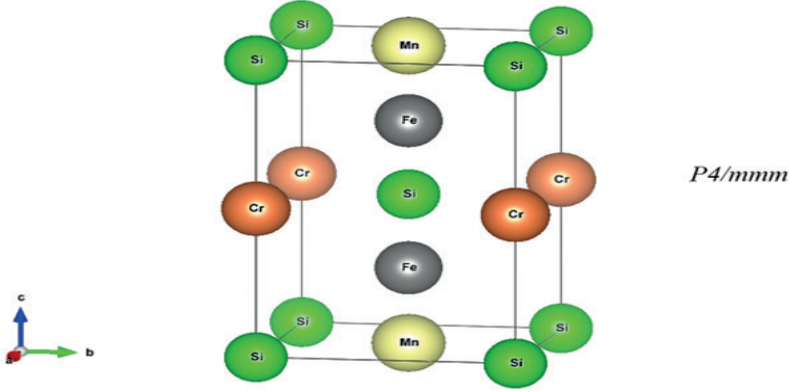
Tam Heusler bileşikleri genellikle Hg_2CuTi tipi XA yapısı ve Cu_2MnAl tipi $L2_1$ yapısı olmak üzere iki olası yapıda kristalleşir. $L2_1$ yapısı X_2YZ genel

formülü ile temsil edilir; burada X ve Y geçiş metal elementlerini, Z ise bir s-p elementini ifade eder. Kristal yapı, Wyckoff koordinatları A (0, 0, 0), B (1/4, 1/4, 1/4), C (1/2, 1/2, 1/2) ve D (3/4, 3/4, 3/4) ile tanımlanan konumlara sahip dört adet iç içe geçmiş yüz merkezli kübik (fcc) kafesten oluşur (Özduran, Candan, Akbudak, Kushwaha, & İyigör, 2020). Cu_2MnAl -tipi tam Heusler bileşiği, X atomlarının (A, C) bölgelerini işgal ettiği bir yapıya sahipken, Hg_2CuTi -tipi yapıda (A, B) bölgeleri X atomları tarafından işgal edilir. $\text{Fe}_2\text{Cr}_{0.5}\text{Mn}_{0.5}\text{Si}$ dörtlü Heusler alaşımını simüle etmek için 8 atomlu bir (1 x 1 x 1) süper örgü kullandık ve Cr atomunu Mn ile değiştirdik. Tüm hesaplamalar, düzlem dalga temel setlerini ve periyodik sınır koşullarını kullanan Vienna Ab initio Simulation Package (VASP) (Kresse & Furthmüller, 1996a, 1996b) kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Çekirdek elektronlarının enerjileri, 600 eV kesilim enerjisine kadar İzdüşümsel birleştirilmiş dalga yöntemi (PAW) (Blöchl, 1994; Kresse & Joubert, 1999) kullanılarak modellenmiştir. Değerlik elektronlarının değişimi ve korelasyonu ise Perdew-Burke-Ernzerhof (PBE) (Perdew, Burke, & Ernzerhof, 1996) fonksiyonu kullanılarak modellenmiştir. Her bir orbitalin kısmi doluluklarını ayarlamak için 0,225 eV'lik bir değer ile Methfessel-Paxton kullanılmıştır (Methfessel & Paxton, 1989). Yapısal optimizasyon tüm kristal yapılar için uygulanmış ve k-noktası ağları kübik fazlar (Fm-3m) için Γ -merkezli 12 x 12 x 12 Monkhorst-Pack şeması (Monkhorst & Pack, 1976) ve tetragonal faz (P4-mmm) için 10 x 10 x 7 seçilmiştir. Elektronik yapılar, birbirini izleyen yinelemeler arasındaki enerji farkı 10^{-6} eV'den az olana kadar kendi kendine tutarlı bir şekilde yakınsamıştır.

BULGULAR

Yapısal Özellikler

Önceki yıllarda Si-katkılı Co_2MnGe tam-Heusler tipi bileşiklerin yapısal, elastik, elektronik ve manyetik özellikleri üzerine yaptığımız çalışmaya benzer olarak, saf sistem Fe_2CrSi ve Fe_2MnSi 'nin uzay grubu Fm-3m olan yüz merkezli kübik bir kristal yapıda, 0,5 bileşimdeki yani $\text{Fe}_2\text{Cr}_{0.5}\text{Mn}_{0.5}\text{Si}$ alaşımında ise uzay grubu P4/mmm ve kristal yapısı tetragonaldir (Özduran et al., 2020). $\text{Fe}_2\text{Cr}_{0.5}\text{Mn}_{0.5}\text{Si}$ dörtlü Heusler alaşımı için, bir Mn atomunu bir Cr atomu ile değiştirerek 0.5 konsantrasyonunda sekiz atomluk bir süper hücre kullanıldı. Şekil 1'de bu dörtlü Heusler'in kristal yapısı gösterilmektedir.



Şekil 1: $Fe_2Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si$ alaşımı için kristal yapı

Fe_2CrSi ve Fe_2MnSi için hesaplanan yapısal parametreler ile deneysel ve teorik sonuçların karşılaştırılması Tablo 1’de verilmiştir. İlgili literatür verilerinde $Fe_2Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si$ dörtlü Heusler alaşımına ilişkin teorik veya deneysel değerlerin bulunmaması nedeniyle, kafes parametrelerini tahmin etmek için Fe_2CrSi ve Fe_2MnSi için hesaplanan örgü parametrelerini aşağıda verilen Vegard yasasında (Vegard, 1921) kullanıldı.

$$a_0 (Fe_2Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si) = 5.588 \times 0.5 + 5.583 \times 0.5 = 5.586 \text{ \AA} \quad (1)$$

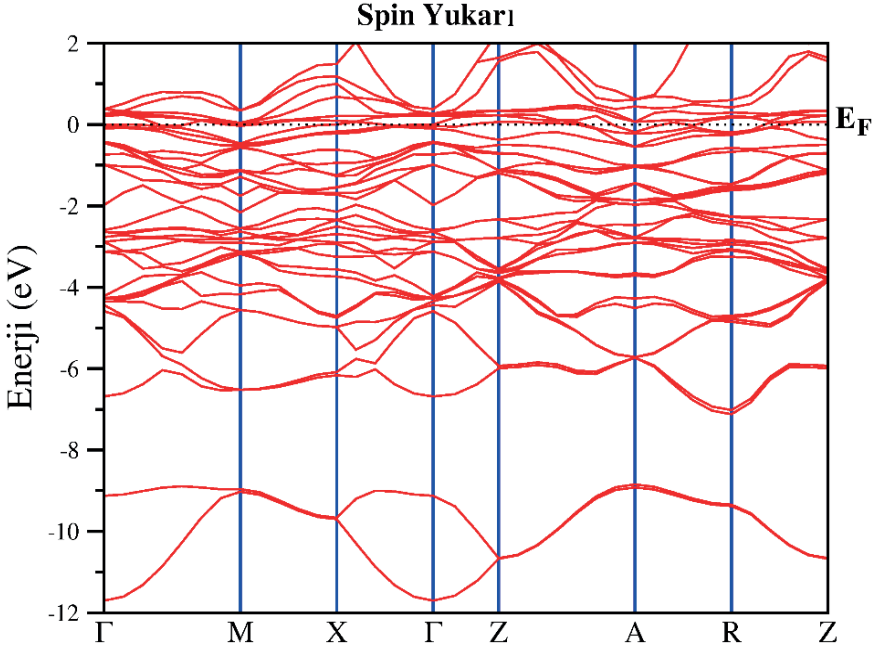
Bu aşamada, teorik sonuçlarımızın deneysel çalışmalarla daha fazla teyit edilmesi ve desteklenmesi gerektiğini belirtmek gerekir.

Tablo 1: Fe_2CrSi , Fe_2MnSi ve $Fe_2Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si$ için hesaplanan yapısal parametreler

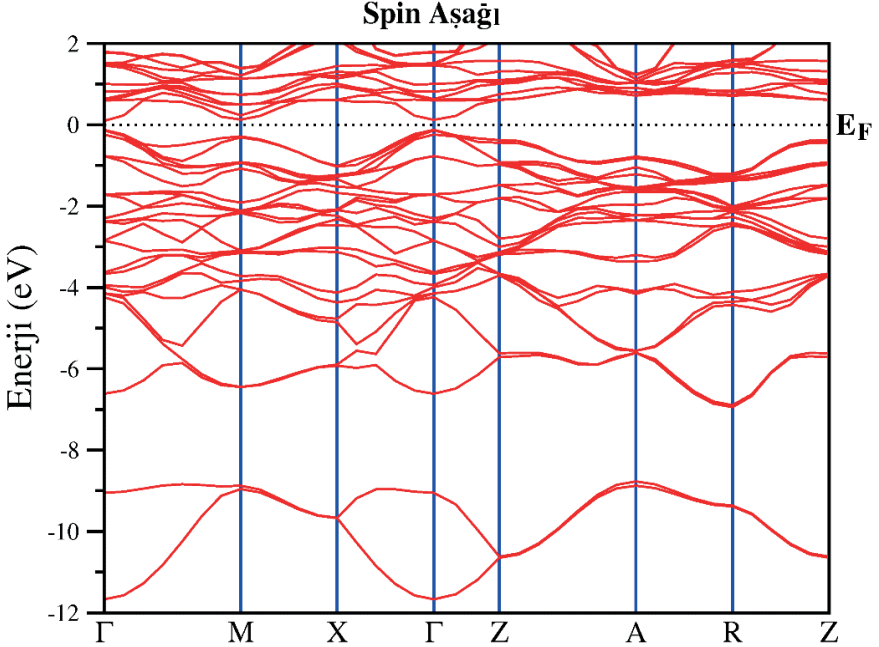
Malzeme	Yapısal Faz ve Uzay Grubu	a_0 (Å)	V_0 (Å ³)
Fe_2CrSi	Fm-3m (225)	5.588	174.456
	[Deneysel]	5.679	-
$Fe_2Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si$	P4/mmm (123)	5.733	86.996
Fe_2MnSi	Fm-3m (225)	5.583	174.039
	[Deneysel]	5.672	-

Elektronik Özellikler

Bu bölümde, $Fe_2Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si$ dörtlü Heusler alaşımına ait bant yapısı ve toplam ve kısmi yoğunlukları (TDOS ve PDOS), DFT hesaplamalarının içsel bir özelliğini temsil eden GGA+PBE şeması kullanılarak hesaplanmıştır. İlk olarak, birinci Brillouin bölgesinde spin polarize elektronik bant yapıları spin yukarı ve spin aşağı yönelimlerinde Şekil 2 ve Şekil 3’te sırasıyla çizdirilmiştir.



Şekil 2: $Fe_2Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si$ alaşımının spin yukarı yönelimi için hesaplanan bant yapısı

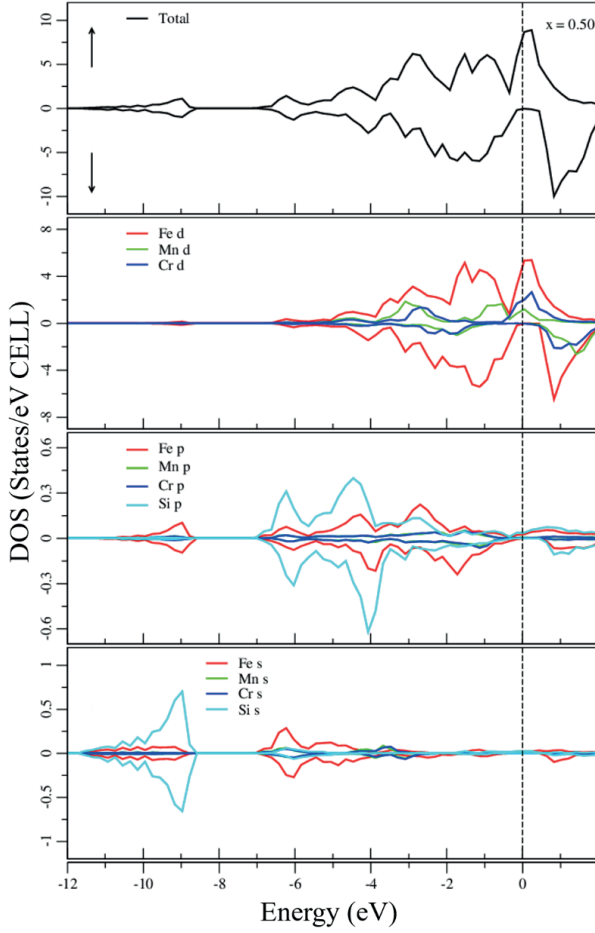


Şekil 3: $Fe_2Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si$ alaşımının spin aşağı yönelimi için hesaplanan bant yapısı

$Fe_2Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si$ alaşımı için hesaplanan spin polarize bantlardan (Şekil 2 ve Şekil 3), spin yukarı yönelim için bantların yüksek simetri çizgilerinin neredeyse tüm yönlerinde Fermi seviyesini kestiği, spin aşağı yönelim için ise

Fermi seviyesi civarında $E_g = 0,22$ eV'luk küçük bir bant boşluğu sergilediği ve böylece yarı metalik ferromanyetik (YMF) karaktere sahip olduğu tespit edilmiştir.

İncelenen dörtlü Heusler alaşımının elektronik özelliklerini doğru bir şekilde analiz etmek için, her bir orbitalin bant yapısındaki ana katkısı irdelenmiş ve GGA+PBE yaklaşımı için PDOS ve TDOS birlikte Şekil 4'te çizdirilmiştir.



Şekil 4: $Fe_2Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si$ alaşımı için toplam ve kısmi durum yoğunluklar

GGA+PBE yaklaşımı altında hesaplanan durum yoğunluğu eğrilerinden; -12 ve -8 eV arasındaki düşük enerjili bölge, Fe atomunun p durumlarından gelen küçük bir katkıya ek olarak, esas olarak Si elementinin s durumları tarafından oluşturulmuştur. Diğer taraftan -7 ve -4 eV arasındaki enerjili bölgenin ise Fe atomunun s ve p durumlarına ek olarak Si elementinin p durumlarının katkılarıyla olduğu görülmektedir. -4 ve 0 eV arasındaki

enerjili bölgenin ise Si atomunun s ve Fe atomunun p durumlarından gelen küçük bir katkıya ek olarak, esas olarak Fe, Mn ve Cr elementlerinin d durumları tarafından sağlandığı görülmektedir. Benzer şekilde Fermi seviyesi civarında ve üzerinde hem spin yukarı hem de spin aşağı yönelimde TDOS'a en çok katkı Fe, Mn ve Cr elementlerinin d durumlarından gelmektedir. TDOS grafiğinde spin aşağı yönelimde 0,22 eV'luk bir bant boşluğu ölçüldü. Aşağı spin yönelimindeki bant boşluğunun ortaya çıkmasında geçiş metali atomları (Fe, Mn, Cr) arasındaki güçlü $d-d$ hibridizasyonunun önemli bir rolü vardır. Galanakis ve arkadaşları tarafından (Galanakis, Dederichs, & Papanikolaou, 2002; Galanakis, Mavropoulos, & Dederichs, 2006), yapılan çalışmalarda tam Heusler alaşımları için bu bant boşluğunun kaynağının Mn-Mn- $3d$ orbitallerinin en yakın komşuları arasındaki ve ayrıca Fe-Mn- $3d$ orbitallerinin bir sonraki en yakın komşuları arasındaki hibridizasyon tarafından belirlendiğini vurgulanmıştır. Ayrıca düşük değerlikli ve yüksek değerlikli atomlar arasındaki kovalent hibridizasyonda, bağlanma hibridlerinin esas olarak Fe gibi yüksek değerlikli geçiş metali atomunda lokalize olduğu, işgal edilmemiş anti bağlanma durumlarının ise esas olarak Mn gibi düşük değerlikli geçiş metalinde olduğu belirtilmiştir.

Manyetik Özellikler

Tablo 2, Fe_2CrSi , $Fe_2Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si$ ve Fe_2MnSi için toplam ve kısmi manyetik momentleri göstermektedir. Yarı metalik alaşımların toplam manyetik momenti ile toplam değerlik elektronları arasındaki ilişkinin Slater-Pauling (S-P) kuralı ile tahmin edilebilir. S-P kuralı, Heusler bileşikleri için;

$$M_t = Z_t - 24 \mu_B \quad (2)$$

ile verilir ve burada Z_t toplam değerlik elektron sayısını gösterir (Fecher, Kandpal, Wurmehl, Felser, & Schönhenne, 2006). Bu kural, Heusler alaşımlarının yarı metalik yapısını tahmin etmede önemli bir rol oynar. Fe_2CrSi , $Fe_2Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si$ ve Fe_2MnSi için toplam değerlik elektron sayıları sırasıyla $26 \mu_B/f.u.$, $26.5 \mu_B/f.u.$, $27 \mu_B/f.u.$ 'tir. Fe_2CrSi , $Fe_2Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si$ ve Fe_2MnSi için toplam spin manyetik momentleri sırasıyla 2.01, 2.50 ve 2.99 $\mu_B/f.u.$ olarak hesaplanmıştır. Görüldüğü üzere S-P kuralı ile tahmin edilen ve hesaplanan değerler arasında iyi bir uyumluluk vardır.

Tablo 2: Fe_2CrSi , Fe_2MnSi ve $Fe_2Cr_{0.5}Mn_{0.5}Si$ için hesaplanan toplam ve kısmi manyetik momentler

	$M_t (\mu_B)$	$M_{Fe} (\mu_B)$	$M_{Mn} (\mu_B)$	$M_{Cr} (\mu_B)$	$M_{Si1} (\mu_B)$	$M_{Si2} (\mu_B)$
Fe_2CrSi	2.01	0.231	-	1.505	-0.024	-
$Fe_2Mn_{0.5}Cr_{0.5}Si$	5.00	0.297	2.644	1.124	-0.028	-0.017
Fe_2MnSi	2.99	0.235	2.503	-	-0.017	-

Fe_2CrSi ve Fe_2MnSi için toplam manyetik momentlerin deneysel değerleri sırasıyla $2.05 \mu_B/\text{f.u.}$ (Luo et al., 2007) ve $2.63 \mu_B/\text{f.u.}$ (Plogmann et al., 1999) olarak rapor edilmiştir. Diğer taraftan Fe_2CrSi ve Fe_2MnSi için teorik çalışmalarda toplam manyetik momentler için sunulan değerler sırasıyla $2.00 \mu_B/\text{f.u.}$ ve $2.99 \mu_B/\text{f.u.}$ 'dir. Fe_2CrSi ve Fe_2MnSi için hesaplanan toplam manyetik momentler mevcut teorik değerler ile uyumludur, ancak Fe_2MnSi için hesaplanan toplam manyetik moment değeri deneyselden daha yüksektir. Fe_2CrSi , $\text{Fe}_2\text{Cr}_{0.5}\text{Mn}_{0.5}\text{Si}$ ve Fe_2MnSi için kısmi manyetik momentleri göstermiştir ki; Si'nin toplam manyetik moment oluşumuna katkısı ihmal edilebilir düzeydeyken, Mn ve Cr her üç bileşik için manyetik moment oluşumunda önemli bir rol oynamaktadır.

SONUÇ

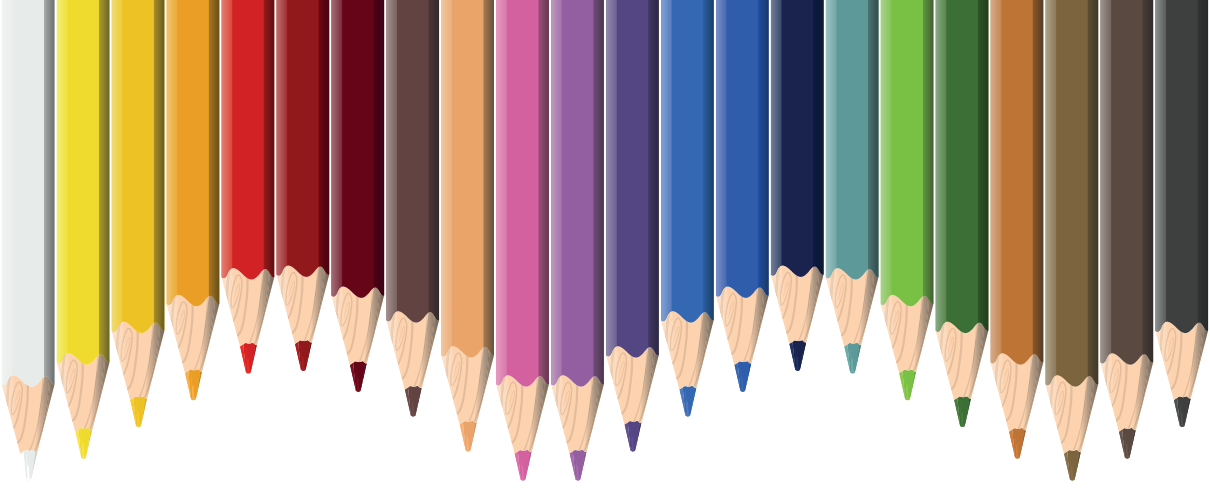
Heusler alaşımı $\text{Fe}_2\text{Cr}_{0.5}\text{Mn}_{0.5}\text{Si}$ için elektronik ve manyetik özelliklerini araştırmak için ilk prensip hesaplamalarını kullandık. Elektronik hesaplamalardan elde edilen sonuçlar bu alaşımın spin aşağı yönelim için $0,22 \text{ eV}$ 'lik bir bant boşluğu yani %100 spin polarizasyonu gösterir ve dolayısıyla bu sonuç $\text{Fe}_2\text{Cr}_{0.5}\text{Mn}_{0.5}\text{Si}$ 'nin yarı metalik ferromagnet karakteristiğe sahip olduğunu işaret eder. Ayrıca, bu alaşım için hesaplanan toplam manyetik moment değeri Slater-Pauling kuralına uygundur. Sonuç olarak bu inceleme kapsamında elde edilen veriler bu dörtlü Heusler alaşımın spintronik ve manyeto-elektronik alanlarındaki uygulamalar için ideal malzeme adaylarından birisi olduğunu gösterir.

KAYNAKÇA

- Belkhouane, M., Amari, S., Yakoubi, A., Tadjer, A., Méçabih, S., Murtaza, G., . . . Khenata, R. (2015). First-principles study of the electronic and magnetic properties of Fe₂MnAl, Fe₂MnSi and Fe₂MnSi_{0.5}Al_{0.5}. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 377, 211-214.
- Blöchl, P. E. (1994). Projector augmented-wave method. *Physical Review B*, 50(24), 17953.
- Chen, B., Li, Y., Guan, X., Wang, C., Wang, C., & Gao, Z. (2015). First-Principles Study of Half-Metallic and Magnetic Properties for the Heusler Alloys Fe₂CrX (X= P, As, Sb, Bi). *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, 28, 1559-1564.
- Draganyuk, O. N., Zhandun, V. S., & Zamkova, N. G. (2021). Half-metallicity in Fe₂MnSi and Mn₂FeSi heusler compounds: A comparative ab initio study. *Materials Chemistry and Physics*, 271, 124897.
- Fecher, G. H., Kandpal, H. C., Wurmehl, S., Felser, C., & Schönhense, G. (2006). Slater-Pauling rule and Curie temperature of Co₂-based Heusler compounds. *Journal of applied physics*, 99(8).
- Fujii, S., Ishida, S., & Asano, S. (1994). Electronic and Magnetic Properties of X₂Mn_{1-x}V_xSi (X= Fe and Co). *Journal of the Physical Society of Japan*, 63(5), 1881-1888.
- Galanakis, I., Dederichs, P., & Papanikolaou, N. (2002). Slater-Pauling behavior and origin of the half-metallicity of the full-Heusler alloys. *Physical Review B*, 66(17), 174429.
- Galanakis, I., Mavropoulos, P., & Dederichs, P. H. (2006). Electronic structure and Slater-Pauling behaviour in half-metallic Heusler alloys calculated from first principles. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 39(5), 765.
- Jalilian, J., Rezaei, G., Vaseghi, B., Kanjouri, F., Taghizadeh, F., & Ramazani, A. (2023). Intraband and interband transitions in X₂MnSi (X= Fe, Co, Ni), Fe₂YSi (Y= V, Cr, Mn) and Fe₂MnZ (Z= Si, Ge, Sn) full-Heusler alloys: first principles calculations. *The European Physical Journal Plus*, 138(3), 289.
- Kresse, G., & Furthmüller, J. (1996a). Efficiency of ab-initio total energy calculations for metals and semiconductors using a plane-wave basis set. *Computational materials science*, 6(1), 15-50.
- Kresse, G., & Furthmüller, J. (1996b). Efficient iterative schemes for ab initio total-energy calculations using a plane-wave basis set. *Physical Review B*, 54(16), 11169.
- Kresse, G., & Joubert, D. (1999). From ultrasoft pseudopotentials to the projector augmented-wave method. *Physical Review B*, 59(3), 1758.
- Luo, H., Zhu, Z., Ma, L., Xu, S., Liu, H., Qu, J., . . . Wu, G. (2007). Electronic structure and magnetic properties of Fe₂YSi (Y= Cr, Mn, Fe, Co, Ni) Heusler alloys: a theoretical and experimental study. *Journal of Physics D: Applied Physics*,

40(22), 7121.

- Methfessel, M., & Paxton, A. (1989). High-precision sampling for Brillouin-zone integration in metals. *Physical Review B*, 40(6), 3616.
- Miura, Y., Nagao, K., & Shirai, M. (2004). Atomic disorder effects on half-metallicity of the full-Heusler alloys $\text{Co}_2(\text{Cr}_{1-x}\text{Fe}_x)\text{Al}$: A first-principles study. *Physical Review B*, 69(14), 144413.
- Monkhorst, H. J., & Pack, J. D. (1976). Special points for Brillouin-zone integrations. *Physical Review B*, 13(12), 5188.
- Mori, H., Odahara, Y., Shigyo, D., Yoshitake, T., & Miyoshi, E. (2012). Electronic band structure calculations on thin films of the L21 full Heusler alloys $\text{X}_2\text{Y-Si}$ (X, Y= Mn, Fe, and Co): Toward spintronic materials. *Thin Solid Films*, 520(15), 4979-4983.
- Özduran, M., Candan, A., Akbudak, S., Kushwaha, A., & İyigör, A. (2020). Structural, elastic, electronic, and magnetic properties of Si-doped Co_2MnGe full-Heusler type compounds. *Journal of Alloys and Compounds*, 845, 155499.
- Perdew, J. P., Burke, K., & Ernzerhof, M. (1996). Generalized gradient approximation made simple. *Physical review letters*, 77(18), 3865.
- Plogmann, S., Schlathölter, T., Braun, J., Neumann, M., Yarmoshenko, Y. M., Yablonskikh, M., . . . Ślebarski, A. (1999). Local moments in Mn-based Heusler alloys and their electronic structures. *Physical Review B*, 60(9), 6428.
- Vegard, L. (1921). Formation of mixed crystals by solid-phase contact. *Journal of Physics*, 5(5), 393-395.
- Wurmehl, S., Fecher, G. H., Kandpal, H. C., Ksenofontov, V., Felser, C., & Lin, H.-J. (2006). Investigation of Co_2FeSi : The Heusler compound with highest Curie temperature and magnetic moment. *Applied physics letters*, 88(3).



Bölüm 2

ATOMDAN KUARKLARA: PARÇACIK ARAŞTIRMALARI

Çağın KAMIŞCIOĞLU¹

¹ Doç. Dr. Ankara Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Fizik Mühendisliği Bölümü, Ankara, Türkiye
ORCID:0000-0003-2610-6447, gunesc@ankara.edu.tr

GİRİŞ

Son yıllarda parçacık fiziğinde önemli gelişmeler yaşanmaktadır. Bu gelişmeler uzun bir tarihsel süreci ve yoğun çalışmaları kapsamaktadır. İnsanın doğuşundan bu yana “Dünya nasıl oluşmuştur? Temel maddesi nedir?” gibi sorular sorulmaktadır. Bu soruları cevaplamak için sistemli araştırma ve deneyler yapılmaktadır. Bunlar parçacık fiziğine yön vermekte ve yeni bilgilerin üretilmesini sağlamaktadır. Bilindiği gibi bilim, belli bir konuyu açıklamak için yürütülen sistemli ve yöntemli araştırmalar sürecidir. Bunun için evren veya olayların bir bölümü konu olarak ele alınmakta, deneysel yöntemlerden ve gerçeklikten yararlanılarak sonuç çıkarılmaya çalışılmaktadır. Bu sürecin sonunda kanıtlanmış ve nesnel bilgiler üretilmektedir. Bunlara bilimsel bilgi denilmekte ve yeni bilgilerin üretilmesine temel olmaktadır. Bilimsel bilgi hem akla hem araştırmaya hem de deneye dayanmaktadır. Bunun için araştırmalar, kontrollü ve sistemli gözlemlerle, mantıksal düşünme yoluyla yürütülmekte, olgular arasındaki ilişkiler betimlenmeye ve açıklanmaya çalışılmaktadır. Yani bir alandaki olgular kontrollü araştırma, deney ya da gözlem yoluyla incelenerek aralarındaki ilişkiler bulunmaktadır. Daha sonra elde edilen bilgiler teori, model, yöntem ve yaklaşımlar olarak ifade edilmektedir. Böylece nesnel ve bilimsel bilgi birikimi oluşturulmaktadır. Bu durum parçacık fiziği alanı için de geçerlidir. Parçacık fiziği ya da atom altı fiziği, madde ve radyasyonun temel bileşenleri ile bunların arasındaki etkileşimleri inceleyen fizik dalıdır (Spiro, 2017). Bu alanda sistemli araştırmalar ve deneyler yapılmakta, evreni oluşturan yapı taşlarının ne olduğu keşfedilmeye çalışılmaktadır.

Dünyamızda ilk bilimsel çalışmaların Çin ve Hint’te başladığı, Mısır ve Mezopotamya’da sürdüğü bilinmektedir. Ardından M.Ö. 600’lü yıllarda Antik Yunan’da devam ettiği kayıtlarda yer almaktadır. Antik Yunan’da felsefe ile bilim birlikte ele alındığından o dönemin filozofları aynı zamanda bilim insanı rolünü üstlenmişlerdir. Örneğin ilk filozof Miletli Thales, hem astronomi hem de matematikle ilgilenmiştir. Aynı dönemde yaşayan Efesli Heraklitos, Empedokles, Anaksagoras gibi filozoflar dünyanın nasıl oluştuğunu açıklamaya çalışmışlardır. Bunlar evrenin temel maddesinin “su, ateş, hava, toprak” olduğunu belirtmişlerdir. Filozofların yaklaşımlarında bir bütünü oluşturan parçalar olduğu görülmektedir. Bu anlamda aslında o dönemlerde parçacık fiziğinin temelini atmışlardır. Antik dönemde filozofların düşünceleriyle başlayan parçacık fiziği daha sonraları kimyacı ve fizikçilerin çalışmalarıyla sürmüştür. Önceleri teorik konulara yer verilmiş giderek deneysel çalışmalar yapılmış, küçük laboratuvarlardan CERN gibi büyük uluslararası araştırma merkezlerine geçilmiştir. Araştırmalarda döneme göre gelişen ve teknolojinin sayesinde yeni yöntem ve teknikler denenerek, çok sayıda atom altı parçacığın keşfi sağlanmıştır.

Parçacıkların keşfedilme süreci incelendiğinde Rusların matruşka

oyuncak bebeklerine benzediği görülmektedir. Bilindiği gibi ahşap ve el yapımı olan matruşka bebekler ortasından açıldığında içinden başka bir bebek, onu açınca yine daha küçük bir bebek çıkmaktadır. Tek anne figürünün içerisinde iç içe yerleştirilmiş beş veya yedi bebek bulunmaktadır. Parçacıkların keşfedilmesi de buna benzemektedir. Önceleri maddenin bölünemeyen en küçük parçasına atom adı verildi. Giderek atomda bir çekirdek, çekirdekte protonlar ve nötronların olduğu keşfedildi. Bunlara atom altı parçacıklar denildi. Zamanla atom altı parçacıklarda çeşitli sayıda kuarkların olduğu bulundu. Atomdan kuarklara doğru giden bu gelişmelerin yeni ve daha küçük bir parçacığın keşfedilmesiyle devam edeceği düşünülmektedir. Bu gelişmeler, var olan atom modellerinde de birtakım değişimler yarattığı için günümüz fizikçilerinin beklentisi bir an önce maddenin bilimsel ve tutarlı bir modelle açıklanmasıdır (Mansoulié, 2005).

Gelecek nesillere parçacık fiziği ile ilgili bilgi, araştırma, deney ve projeleri iyi öğretmek için gelişim sürecini iyi bilmek gerekmektedir. Bu araştırma böyle bir ihtiyaçtan doğmuştur. Bunun için araştırmada “Parçacık araştırmalarının gelişimi ve aşamaları nedir?” sorusuna cevap aranmıştır. Gelişim sürecinde hangi dönem ve aşamalar öne çıkmaktadır? Etkili bilim insanları ve araştırmacılar kimlerdir? Araştırma ve deneylerde izlenen temel yöntemler nelerdir? Hangi parçacıklar keşfedilmiştir? gibi sorulara cevaplar aranmış ve elde edilen veriler sunulmuştur.

YÖNTEM

Araştırmada önce parçacık fiziği konusunda ulaşılabilen bilimsel kaynaklar, dergiler ve internet kaynakları taranmıştır. Dünyamızda parçacık fiziği ile ilgili araştırmalar, deneyler, CERN gibi uluslararası kuruluşların dokümanları, yayınlar, raporlar, fizik öğretim programları gibi çeşitli kaynaklar ele alınmıştır. Parçacık araştırmalarının bilimsel gelişimini saptamak için M.Ö.600’lü yıllardan 2022 yılına kadar yayınlanan ve ulaşılabilen kaynaklar incelenmiştir. İnceleme sırasında bazı temel ölçütler kullanılmıştır. Bunlar parçacık fiziğindeki temel araştırmalar, araştırmacılar, deneylerde kullanılan yöntem ve teknikler, keşfedilen parçacıklar, araştırma olanakları ve projeler olarak belirlenmiştir.

Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden doküman incelemesi yöntemi seçilmiştir. Doküman incelemesi, yazılı dokümanların içeriğini titiz ve sistematik bir şekilde analiz etmek için kullanılan bir araştırma yöntemidir (Wach & Ward, 2013). Araştırma verileri alandaki bilimsel kaynaklardan alınmıştır. Bunların hepsi araştırmaya dâhil edildiğinden örneklem alınmasına ihtiyaç duyulmamıştır. Verilerin toplanması aşamasında bilimsel gelişmeler, araştırmacılar, keşfedilen parçacıklar, projeler, yöntem ve teknikler listelenmiş, ilgili açıklamalar altına sıralanmış, gelişim süreci

dönemlere ayrılmış, verilerle ilgili tablolar oluşturulmuş ve bulgular tablolara aktarılarak yorumlanmıştır.

BULGULAR VE YORUMLAR

Parçacık araştırmalarının bilimsel gelişimini saptamak için M.Ö.600'lü yıllardan 2022 yılına kadar öne çıkan temel araştırmalar, araştırmacılar, keşfedilen parçacıklar, deneylerde kullanılan yöntem ve teknikler incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda dört farklı dönemin olduğu görülmüştür. Bunlar Antik Dönem, Atom Dönemi, Atom Altı Dönem ve Standart Model Dönemi olarak sıralanmıştır. Parçacık fiziğindeki gelişmeler bu dönemlere göre aşağıda Tablo 1'de verilmiştir.

1.1. Antik Dönem

Bu dönem dünyanın oluşumu ve insanlığın doğuşuyla birlikte başlamakta ve atomun keşfedildiği 1800'lü yıllara kadar sürmektedir. Dünya nasıl oluşmuştur? Temel maddesi nedir? Bunlar dünyanın oluşumu ve insanlığın doğuşuyla birlikte sorulan doğal sorulardır. Peki, o yıllarda bu sorulara nasıl cevaplar veriliyordu. İlk insanlar mitolojiden, kahramanlardan ve Tanrılardan yola çıkarak dünyayı ve temel maddeyi açıklamaya çalışmışlardır. Hatta deprem, sel, rüzgâr, yağmur gibi doğa olaylarını bunlarla ilişkilendiriliyordu. Olağanüstü yaratıcıların (tanrılar, titanlar, ruhlar...) dünyayı yarattığı, tüm dünyayı düzenlediği ve biçim verdiği anlatılıyordu (Arnaud, 2015). Bu görüşler MÖ 6. yüzyıla kadar sürmüştür. MÖ 6.yy da her şey değişmeye başladı. Yunan filozofları doğayı anlamak ve açıklamak için araştırmalara başladılar. O dönemde yaşayan Miletli Thales, Efesli Heraklitos, Empedokles, Anaksagoras gibi düşünürler evreni açıklarken su, ateş, hava ve toprak gibi öğeleri kullanmışlardır. (Marleau,2007).

Miletli Thales (MÖ 624-620 arası doğum – MÖ 548-545 arası ölüm) Kaynaklara göre Thales, MÖ 620 civarında, Batı Anadolu'da Aydın civarındaki Milet şehrinde doğmuştur. Sokrates öncesi bir filozoftur. İlk filozoflardan olduğu için bilimin ve felsefenin öncüsü olarak kabul edilir. Felsefe, matematik ve astronomi çalışmıştır. Doğa olaylarının nedenlerini doğanın içinde aramış, mitolojik açıklamalarla mantıklı açıklamalar arasında köprü kurmuştur. Doğadaki her şeyin temel maddesinin "su" olduğunu açıklamış ve temel öge (töz) olarak suyu ileri sürmüştür. Thales'e göre su, her şeyin sebebidir. Toprağın suyun üzerinde bulunduğu, dünyanın bir tepsi gibi olduğu ve su tarafından taşındığını söylemiştir (EB,2023; IEP,2023,d).

Efesli Heraklitos ([Efes] MÖ 540 doğum, Anadolu [Türkiye] MÖ 480 ölüm): Efes'te yaşamış bir Yunan filozofudur. Efesin yerlisi olduğu bilinmektedir. "Doğa Üzerine" adlı üç bölümlük kitabının birinci bölümü evren üzerinedir. Heraklitos'a göre evren, belirli dönemlerde var olan ve

yine belirli bir dönemde yok olan bir olgudur. Bu nedenle evrenin var ve yok oluşu belirli aralıklarla sonsuz kere yinelenecektir. Tüm evren ateşten gelmiş, bir süre sonra da yine ateşe dönecektir. Diğer filozoflar evrenin özünü su ya da hava gibi öğelerle açıklarken Heraklitus ateşi ana madde olarak ileri sürmüştür. Ayrıca varlıkların özde bir madde değil, bir güç, erk (enerji) olduğuna dikkat çekmiştir (IEP,2023,c).

Empedokles ([Sicilya] M.Ö. 490 doğum, [Yunanistan] MÖ 430 ölüm): Sokrates öncesi düşünürler arasında yer alır. Evren üzerine yazdığı kitabında iki önemli görüş ileri sürmüştür. Birincisi dünyanın birden fazla temel öğeden oluştuğunu iddia etmiştir. Kendinden önceki düşünürler temel olarak hava, su ve ateşi öne sürmüştü ancak Empedokles toprağın da temel bir öğe olarak eklenmesi gerektiğini düşünüyordu. Başlangıçtan bu yana bu dört öğe görev yapmaktaydı. Bu öğeler ne değişmekte ne de yok olmaktaydı. Etrafımızda gördüğümüz her şey ise bu bahsedilen dört öğenin belirli şekillerde birleşmesinden meydana geliyordu. Bu kısımda öğelerin birleşip ayrışması için itici bir güce ihtiyaç vardı. Bu eksik ise ikinci görüşü oluşturuyordu. Buna göre temel öğelerin birleşip ayrışması mümkündür ve bu *hareket ettirici gücü* Empedokles *nefret ve sevgi* olarak açıklamıştır. Bu açıklamaya göre sevgi öğelerin birleştirici bir rol oynarken, nefret ise öğeleri birbirinden ayırıcı rol oynamaktadır. Ayrıca Empedokles, var olan bir şeyin yok olmasının veya yokluktan bir şeyin var olmasının imkânsız olduğunu söyler (IEP,2023,b).

Anaxagoras ([Türkiye] M.Ö. 500 doğum, [Lampsacus] MÖ 428 ölüm): Sokrates öncesi düşünürlerden olan Anaxagoras felsefe kitabı yazmıştır. Ayrıca doğa olayları hakkında bir çok farklı bilimsel açıklamalar yapmıştır. Güneş tutulmalarını doğru açıklamış, Güneşi Mora yarımadasından daha büyük bir ateşli kütle olarak tanımlamıştır. Anaxagoras'a göre her şey başlangıçtan beri bir şekilde var olmuştur. Hiçbir şeyin yoktan meydana gelmeyeceğini ve hiçbir şeyin hiçliğe gitmeyeceğini düşünür. Varlıkların en son parçaları yoktur, sonsuza kadar bölünebilirler. Hem sayı hem de küçüklük bakımından sonsuzdurlar. Anaxagoras'a göre sonsuz küçük ve sonsuz büyük mevcuttur. "Küçük olan şeyler içinde en son küçüklük derecesi yoktur, tersine daima bir küçük daha vardır. Aynı şekilde her zaman, büyük olandan daha büyük olan bir şey vardır ve o nicelik bakımından küçük olana eşittir. Her şey aynı zamanda hem küçüktür hem büyüktür" (IEP,2023,a).

Antik dönemde Miletli Thales, Efesli Heraklitos, Empedokles, Anaxagoras gibi düşünürler evrenin temel maddesini *su*, *ateş* ve *havaya*, *toprak* gibi öğelerle açıklamışlardır. Bu açıklamalar deneysel çalışmalar yerine gözlem, tahmin ve varsayımlara dayalıdır. Böylece daha sonraki dönemlerde yapılacak bilimsel çalışmalara öncülük etmişlerdir.

1.2.Atom Dönemi

Bu dönem atomun deneysel olarak keşfedildiği 1800’lü yıllardan başlamakta 1940’lı yıllara kadar sürmektedir. Bilindiği gibi atom kavramı, tarih boyunca incelenmiş, sorgulanmış ve çeşitli deneylerle geliştirilmiştir. Maddenin temel parçacıklardan oluştuğu fikri MÖ 5. yüzyıla kadar uzanır. O yıllarda Democritus, Epicurus, Leucippus gibi Yunan filozofları varsayımlara dayalı incelemeler yapmıştır. Maddenin gözle görülemeyen, bölünemeyen, sürekli hareket halindeki parçacıklardan oluştuğunu tahmin etmişlerdir. Böylece maddeyi oluşturan atomların bölünmez parçacıklar olduğu ve maddenin sonsuza kadar parçalanamayacağı fikri öne çıkmış, felsefi olarak atomu açıklamaya çalışmışlardır. Ancak 1805 yılında maddenin küçük atomlardan oluştuğunu resmi olarak ilk söyleyen John Dalton olmuştur. Böylece Democritus (MÖ 400), John Dalton (1803), John Joseph Thomson (1898), Ernest Rutherford (1908), Bohr (1913) ve De Broglie (1924) gibi filozof ve bilim adamlarının çalışmalarıyla günümüzdeki atom modeli geliştirilmiştir. Bu model yeni model bulununcaya kadar geçerliliğini sürdürecektir. Bunlar aşağıda özet olarak verilmektedir (Britannica,2023).

Democritus Atom Modeli: Demokritus, M.Ö. 5.yüzyılda yaşamış filozoflardan biridir. Tarihte ilk kez atom kavramını ortaya atan ve evrendeki her şeyin atomlardan oluştuğunu dile getiren filozoftur. Atomun çok küçük taneciklerden oluştuğunu ileri sürmüştür. Atomla ilgili görüşleri deneylere değil varsayımlara dayalıdır. Bu nedenle felsefi düzeyde kalmıştır (Mahdade, 2015; Marleau,2007). Bir cisim, örneğin bir taş küçük parçalara bölünürse ne olur? Demokritus, taşı parçalara böldükçe her parçanın orijinal taş özelliğini koruyacağını biliyordu. Taşı daha küçük parçalara böldükçe bir noktadan sonra artık daha küçük parçalara bölünemeyecekti. İşte Demokritos en küçük parçalara Antik Yunanca’da “bölünemez” anlamına gelen “*atomos*” ismini verdi. Demokritus’a göre atomlar sonsuz sayıda, çeşitli şekillerde ve boyutlardaydı. Atom görülemez, görülemediği için bölünemez, aynı zamanda katı bir yapıya sahiptir (Arnaud, 2015; SEP,2023). Demokritus’un bu görüşleri o yıllarda fazla destek görmemiş ve 19. yüzyılın başına kadar su, ateş, toprak ve hava ile açıklamalara devam edilmiştir.

Bu fikirler her ne kadar tam gelişmemiş ve deneysel kanıtlardan yoksun da olsa, John Dalton ve Ernest Rutherford gibi sonraki fizikçi bilim adamlarının çalışmalarına temel olmuştur (Mahdade, 2015; Planas,2021,a).

John Dalton Atom Modeli: İngiliz kimyacı ve fizikçi John Dalton, 1805 yılında bugünkü atom modelinin temelini atan ilk bilim insanıdır. Modern atom modeli, Dalton’un bu modeline dayanmakta ancak bazı kısımları değiştirilmiştir (Planas,2021, b). Dalton o yıllarda atomun yapısını açıklarken, kimyanın üç temel yasası olan kütlelenin korunumu, sabit oranlar

ve katlı oranlardan faydalanmıştır. Bu çalışmalarını bilimsel gözlem, araştırma ve deneylere dayalı gerçekleştirmiştir (Mahdade, 2015). Dalton' a göre kimyasal elementler atom adı verilen son derece küçük, bölünmez ve yok edilemez parçacıklardan oluşur. Maddenin en küçük yapı taşı atomdur. Atom parçalanamaz, içi dolu küre şeklindedir. Belirli bir elementin tüm atomları aynı kütle ve özelliklerle özdeştir. Farklı elementlerin atomları birbirinden farklıdır. Maddelerin birbirlerinden farklı olmasının nedeni maddeyi oluşturan atomların farklı özellikte olmasıdır. Atomlar başka bileşikler oluşturmak için birleşebilir. Kimyasal reaksiyonlar yalnızca atomların ayrılması, birleşmesi veya yeniden düzenlenmesinden oluşur (Buchwald & Fox, 2013; Knight,2023; Mahdade, 2015; Planas,2021, b).

John Joseph Thomson Atom Modeli: John Dalton'dan neredeyse 100 yıl sonra 1904 yılında İngiliz fizikçi Joseph John Thomson yeni bir atom modeli geliştirmiştir. Bu model, Dalton'un atom modelinin daha da gelişmiş halidir. Thomson, katot ışınlarıyla yaptığı deneyler sayesinde elektronları keşfetmiştir. Bu modelde atom, "kuru üzümlü puding" gibi pozitif yüklü bir kürenin içine gömülmüş negatif yüklü elektronlardan oluşur. Bu nedenle atom modeli karpuz ya da üzümlü bir keke benzetilir. Elektronlar atom boyunca eşit olarak dağılmıştır. Atom nötrdür, bu nedenle elektronlardaki negatif yükler pozitif yük tarafından dengelenir (Mahdade, 2015). Özetle Thomson' a göre;

- Atom içi dolu küre şeklindedir. (çapı yaklaşık 10^{-8} cm)
- Atomda artı ve eksi yüklü tanecikler bulunur.
- Atom; dışından pozitif yüklü bir küre olup, negatif yüklü olan elektronlar kek içerisindeki gömülü haldeki üzümler gibi bu küre içerisine gömülmüş haldedir.
- Atomlar parçalanabilirler çünkü daha küçük taneciklerden oluşmaktadır.
- Elektronlar ve protonlar yüklü parçacıklardır (Planas,2021,c).

Ernest Rutherford Atom Modeli: Ernest Rutherford 1911 yılında çalışmalarını bir model olarak önermiştir. Rutherford gerçekleştirdiği çalışmalar sayesinde atomun çekirdeği ve çekirdekle ilgili birçok özelliğini ilk defa keşfeden bilim adamıdır. Gerçekleştirdiği deneylerden bir tanesinde bir altın tabakanın arkasına film yerleştirmiş ve +2 yüklü alfa tanecikleri göndererek ışınların levhaya çarptıktan sonra izledikleri yolları çizmiştir. Rutherford yapmış olduğu bu deneyle atomun çapını çok küçük bir sapmayla hesaplamıştır. Sapmanın nedeni büyük bir olasılıkla o yıllarda daha hassas bir ölçme yönteminin bulunmamış olmasıdır.

Tablo 1. Gelişim dönemleri

Dönemler	Araştırmacılar	Araştırma Yöntemleri	Keşfedilen Parçacıklar
Antik Dönem	-Thales -Heraklitus -Empedokles -Anaksagoras	-Tahminler -Gözlemler -Varsayımlar	-su, -ateş, -hava, -toprak
Atom Dönemi	Démocritus -John Dalton -J. Joseph Thomson -Ernest Rutherford -Niels Bohr...	-Deneysel araştırmalar -Küçük laboratuvarlar	-Atomun keşfi, -Elektron, proton, -Nötron, -Baryon
Atom Altı Dönemi	-Ulusal ekipler -Uluslararası araştırmacılar	-Yeni gelişen parçacık hızlandırıcıları -Araştırma merkezleri	-Çoklu parçacıklar, -Parçacık hayvanat bahçesi, -Kuarklar garip, büyülenmiş alt, üst, aşağı, yukarı. - Leptonlar, hadronlar
Standart Model Dönemi	-Binlerce fizikçi ve mühendis işbirliğinde ortak yürütülen uluslararası projeler	-CERN (Cenevre), -DESY (Hamburg), -Fermilab (ABD), -SLAC (ABD), -Dev laboratuvarlar.	Parçacık aileleri, 1. Aile, 2. Aile, 3. Aile...

Rutherford atom modeli Güneş Sistemine benzetilmektedir. Güneş, içi gönderilen ışınların büyük bir bölümü levhadan doğrudan geçmiştir. Proton dolu bir çekirdeğe ve etrafında dönen elektronlar da gezegenlere benzetilmiştir. Çeşitli deneyler sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır (Mahdade,2015; Planas,2021,d).

- Atomda büyük boşluklar vardır. Rutherford, Nagaoka tarafından öne sürülen atom çekirdeğinin varlığını doğrulamış, Thomson'ın atom modelini çürütmüştür. Ancak atom çekirdeğinin atomun kendisine oranla çok küçük olduğuna dikkat çekmiştir.

- Işınların küçük bir kısmının kırıldığı ve çok küçük bir kısmının yansıdığı görülmüştür.

- Atom kütesinin çoğu çekirdekte toplandığını belirtmiştir.

- Atomda pozitif yüklü tanecikler kadar elektron, çekirdeğin

etrafında bulunur ve atom hacminin büyük bir bölümünü elektronlar kaplar.

- Rutherford, daha önce ihmal edilmiş olan atomun kütlesi kavramını ortaya atmıştır.

Niels Bohr Atom Modeli: Danimarkalı fizikçi Niels Bohr, 1913 yılında yeni bir atom modeli önermiştir. Önceki atom modellerinde, pozitif yüklü protonların atomun çekirdeğinde olduğu ve negatif yüklü elektronların çekirdeğin etrafında dairesel yörüngelerde dolaştığı belirtilmişti. Atom modelindeki bu eksikleri gören Bohr, kendi atom modelinde çekirdeğin yörüngesindeki elektronların hareketini inceledi. Atomların, elektronların çekirdeğin etrafındaki dairesel yörüngelerde hareket ettiği ve farklı elektron yapılarına sahip olduğunu belirtti (Mahdade,2015). Bohr modeli, Kopernik gezegen modeline benzer, gezegenler güneş etrafındaki dairesel yörüngeleri tanımlar. Bu durumda elektronlar yalnızca belirli izin verilen yörüngelerde dönebilir. Yörüngelerin yarıçaplarının herhangi bir değeri olamaz. Ayrıca atom yarıçapı, enerji seviyeleri, uyarılma, iyonlaşma, ışıma gibi kavramları açıklamıştır (Planas,2021,e). Bohr Atom Modeline göre;

1. Bir atomun elektronları, çekirdekten belirli bir uzaklıkta yörüngelerde hareket eder. Her kararlı durum sabit bir enerjiye sahiptir.

2. Herhangi bir kararlı enerji seviyesinde, elektron dairesel bir yörüngede hareket eder. Bu yörüngelere enerji seviyeleri veya katmanlar denir.

3. Elektron durağan hallerinden birinde olduğu sürece, atom ışık (radyasyon) yaymaz. Ancak yüksek bir enerji seviyesinden daha düşük bir enerji seviyesine geçtiğinde, seviyeler arasındaki enerji farkına eşit miktarda ışık yayar.

4. Elektronların hareketinin mümkün olduğu kararlı seviyeler, K ila Q harfleriyle gösterilir (Planas,2021,e).

Modern Atom Teorisi: Bohr atom modelinden sonra gündeme gelmiştir. Modern atom teorisi birçok bilim insanının katkısıyla oluşmuştur. Ancak ağırlıklı olarak Schrödinger ve Louis de Broglie gibi iki bilim insanını çalışmalarına dayanır (Mahdade,2015). Bohr atom modelinden sonra yapılan deneylerde gözlenen veriler Bohr atom modelinin bazı eksikleri ortaya çıkmış ve yeni bir atom teorisine ihtiyaç duyulmuştur. Bu atom modeli nötron, yörünge ve elektronların hareket ile konum durumlarının belirlenmesi sonucu oluşturulmuştur.

1924'te Fransız fizikçi Louis de Broglie, elektronların da tıpkı fotonlar gibi hem dalga hem de parçacık özelliği gösterdiğini ileri sürmüştür. 1925

yılında Alman fizikçi Werner Heisenberg, belirsizlik prensibini ortaya atmıştır. Kuantum fiziğinin temel ilkelerinden biri olan ‘belirsizlik ilkesi’ ne göre bir elektronun bulunduğu yeri ve o yerdeki hızını aynı anda ölçmek mümkün değildir. Bu teori Bohr modelindeki atomun yerinin bilinmesi teorisini çürütmüştür. Ardından 1926 yılında Avusturyalı fizikçi Erwin Schrödinger, teorileri birleştirerek modern atom teorisini geliştirmiştir. Kuantum mekaniğine dayanan bu teoriye modern atom teorisini adı verilmiştir. Böylece Modern Atom Modeli sadece bir kişinin değil, atom hakkında çalışma yapan bilim adamlarının ortak görüşü olarak kabul edilmiştir. Bu teoride elektronların hareketleri ayrıntılı şekilde sayı ve sembollerle ifade edilmiş ve elektronların atom içinde yoğun bulunduğu yerler tespit edilmiştir. Diğer atom teorilerinde elektronun yeri tespit edilmeye çalışılırken modern atom teorisine elektronların değişik fiziksel özelliklerini ortaya konulmuştur. Günümüzün atom hakkındaki görüşlerini yansıtan bir modeldir.

Görüldüğü gibi bu dönemde Joseph John Thomson, atomların hafif elektronlar ve büyük protonlardan oluştuğunu keşfetmiştir. Ernest Rutherford protonların kompakt bir çekirdekte yoğunlaştığını tespit etmiştir. Önceleri çekirdeğin yalnızca sınırlı proton ve elektronlardan oluştuğu düşünülüyordu. Ancak sonraları proton ve nötronlardan oluştuğu ortaya çıkmıştır. Bohr, atomların, elektronların çekirdeğin etrafındaki dairesel yörüngelerde hareket ettiği ve farklı elektron yapılarına sahip olduğunu açıklamıştır. Böylece maddenin atomlardan, atomun elektron, proton ve nötron gibi daha küçük parçacıklardan oluştuğu bulunmuştur. Daha sonraları bunların daha küçük parçacıklar, yani kuarkların bir araya gelmesinden başka bir şey olmadığı keşfedilmiştir. Araştırmacılar atom modellerini yoğun araştırma, gözlem ve deneysel çalışmalara dayalı oluşturmuşlardır. Bu çalışmalarını genellikle bireysel bazen birkaç kişilik ekipler halinde yürütmüşlerdir. Bazıları üniversite laboratuvarlarında bazıları da kurulan özel laboratuvarlarda çalışmalar yapmışlardır.

1.3. Atom Altı Dönem

Bu dönem atomun 1940’lı yıllarda yeterince açıklanmasıyla başlamakta ve standart model dönemine yani 1970 yılına kadar sürmektedir. Bilindiği gibi geçen dönem atomun elektron, proton ve nötron gibi daha küçük parçacıklardan oluştuğu saptanmıştır. Elektronun keşfi, atomun çekirdek yapısında pozitif elektrik yüküne sahip proton denilen parçacıkların bulunması yeni araştırmalara ışık tutmuştur. Dalton atom modelinde ifade edildiği gibi atomunun en küçük parça olmadığı, içinde elektron, proton ve nötron adı verilen parçacıkların bulunduğu ortaya çıkmıştır. Bunlara *atomaltı parçacıklar* denilmiştir. Ardından 1938 yılında Uranyum-235 çekirdeğinin parçalanmasıyla atomun parçalanabildiği ortaya çıkmıştır. Bu gelişmeler üzerine bilim dünyası “*Acaba atomaltı parçacıklar da bölünebilir mi?*” sorusu üzerinde durmaya ve araştırmalar yapmaya başlamıştır.

Bu dönemde yapılan araştırmalar maddeyi oluşturan ve atomdan daha küçük olan yapıların varlığını ortaya çıkarmaya odaklanmıştır. Bu yapılara önce atom altı parçacıklar denilmiştir. Bu kavram zamanla atom altı tanecikler ile karışıklığa neden olmuştur. Daha sonraları her iki kavram yeniden ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Buna göre atom altı tanecikler atomda mevcut olan nötron, elektron ve protondur. Atom altı parçacıklar ise kuark, lepton, hadron gibi temel parçacıklardır. Ayrıca yapısı tam olarak keşfedilmemiş olan foton, mezon, fermiyon, baryon, graviton, bozon atom altı parçacıklara örnek olarak verilmiştir.

Çoklu Parçacıklar: Atom altı dönemde deneysel araştırma araçlarında önemli gelişmeler olmuştur. Önceleri laboratuvarlarda yapılan araştırmalar daha büyük merkezlerde ve parçacık hızlandırıcılarıyla incelenmeye başlamıştır. Özellikle 1950'lerden sonra geliştirilen parçacık hızlandırıcıları ile yeni atomaltı parçacıklar art arda keşfedilmeye başlanmıştır. Günümüzde yaklaşık 300 atomaltı parçacığın olduğu bilinmektedir. Araştırmacılar 1950-1960 yılları arasında yeni keşfedilen parçacıkların her birine ad vermek yerine Yunanca harflerle sıralamayı tercih etmişlerdir. Örneğin Yunan alfabesinin harfleri, işaretleri ve hatta omega, delta, epsilon gibi bazı Yunan harflerinin okunuşu verilmiştir (Kamışcıoğlu,2023; Techno-science, 2023).

Parçacık Hayvanat Bahçesi: Bu dönemde farklı nitelik ve kütleyle sahip şartırtıcı sayıda parçacık bulunması araştırmacı kavram arayışına yöneltmiştir. Bunlara “parçacık hayvanat bahçesi (*particle zoo*)” denilmiştir. Parçacık fiziği tarihinde, bu durumun yani parçacıklar konusunun 1960'ların sonlarında kafa karıştırıcı olduğu düşünülüyordu. Kuarkların keşfinden önce, güçlü bir şekilde etkileşen yüzlerce parçacık (hadron) biliniyordu ve farklı temel parçacıklar olduklarına inanılıyordu. Daha sonra bunların temel parçacıklar değil, kuarkların bileşimleri oldukları keşfedildi. Ancak bu parçacıkları sınıflamak ve sıralamak gerekmektedir. Parçacık fiziğinde, parçacık hayvanat bahçesi terimi, bir hayvanat bahçesindeki türlerin çeşitliliği ile karşılaştırılarak, bilinen atom altı parçacıkların nispeten geniş listesini tanımlamak için kullanıldı. “Yer altı hayvanat bahçesi” terimi, Robert Oppenheimer tarafından 1956'da VI. Rochester Uluslararası Yüksek Enerji Fiziği Konferansı'nda kullanıldı ve sonrasında yaygınlaştırıldı (Particle_zoo,2023). Bu ifade bazı kaynaklarda “parçacık evreni ya da dünyası” olarak da kullanılmıştır. Bazı kaynaklarda parçacıkların özellikleri ve kütlesi hayvanlarla ilişkilendirilerek görsel örnekler verilmiştir (Arnaud,2015). Parçacık Hayvanat Bahçesi ifadesi 1970'li yıllarda Standart Model Teorisinin oluşturulmasından sonra kullanımdan kaldırılmıştır. Çünkü çok sayıda olan bu parçacıklar, az sayıda temel parçacığın birleşimi sonucu ortaya çıktığı görülmüştür (Kamışcıoğlu,2023).

Kuarklar: Kuark, güçlü etkileşime duyarlı temel bir fermiyondur. Hadronları oluşturur. Kuarklar, maddenin temel bileşenleridir. Hadronları, yani proton ve nötron gibi baryonları (üç kuarktan - ve kuark - antikuark çiftlerinden oluşan mezonları) oluşturmak için bir araya gelirler (Traczyk, 2021). Kuarklar, proton, nötron gibi hadronları oluşturan temel parçacıklar ile kuark-gluon plazması gibi daha egzotik parçacıklar ve madde halleridir. Murray Gell-Mann ve George Zweig bu parçacıklara önceleri “*aslar*” demişlerdir (Gell-Mann,1964; Zweig, 1964). Ancak daha sonra Gell-Mann bunlara “kuark” adını vermiştir. Kuark adı *James Joyce’un (Finnegan’s Wake)* adlı romanından alındığı ve peynir anlamına geldiği öne sürülmektedir (Futura-sciences, 2023;Kamışcioğlu,2023). Günümüzde keşfedilen ve yaygın olarak bilinen altı tür kuark vardır. Bunlar *yukarı* kuark (u), *aşağı* kuark (d), *garip* kuarklar (s), *büyülenmiş-cazibe* kuark (c), alt kuark (b) ve *üst* kuark (t) gibi sıralanmaktadır.

Gerçekleştirilen çalışmaların sonuçlarına göre lepton ve kuarklar temel parçacıklar şeklindedir. Bu durumda bu parçacıklar oluşumlarında daha fazla bölünememektedirler. Örneğin elektron bir lepton parçacığıdır ve kendini meydana getiren başka herhangi bir parçacıklardan oluşmamıştır. Leptonlar kendilerine has karakteristik özellikler taşırlar. Yakından incelendiğinde leptonların spin değerlerinin 1/2 olduğu ve -1 ve 0 gibi elektrik yükleri taşıdıkları görülmektedir. Kuarklarda ise elektrik yükleri 2/3 ya da -1/3 şeklinde değışirken spin değerleri 1/2 olan parçacıklardır.

Özetle bu dönemde yapılan deneysel araştırmalarda önemli gelişmeler olmuş, önceleri laboratuvarlarda yürütlen araştırmalar yeni geliştirilen parçacık hızlandırıcılarıyla daha büyük merkezlerde incelenmeye başlamıştır. Bu çalışmalarda çok sayıda parçacık keşfedilmiştir. Bunlara önce parçacık hayvanat bahçesi denilmiştir. Daha sonra bu ifade kaldırılmıştır. Atom altı taneciklerin atomda mevcut olan nötron, elektron ve proton olduğu, atomaltı parçacıkların ise kuark ve lepton adı verilen daha alt temel parçacıklardan oluştuğusaptanmıştır. Keşfedilen bu parçacıkların özellikleri de belirlenmiştir. Leptonların tek başlarına buldukları, kuarkların bir araya gelerek kuark grupları oluşturdukları görülmüştür. Bunlara hadron adı verilmiştir. Böylece maddelerin hadronlardan ve leptonlardan oluştuğusaptanmıştır.

1.4. Standart Model Dönemi

Bu dönem 1970 yıllardan günümüze kadar sürmektedir. Standart model, maddenin bilinen en küçük birimlerini, yani temel parçacıkları ve aralarındaki tüm etkileşimleri tutarlı bir şekilde tanımlayan bilimsel bir teoridir. Standart Model 1970’li yılların sonunda geliştirilmiştir. Ancak modelin temelleri çok eskilere kuantum mekaniği ve görelilik teorilerinin ortaya çıkışına, elektron, atom çekirdeği ve radyoaktivite keşiflerine kadar gitmektedir. Yani Standart model, kırk yılı aşkın teorik ve deneysel araştırmaların sonucudur. Parçacıkla-

rın şaşırtıcı mikroskobik davranışını tanımlar. Farklı temel parçacıkların nasıl düzenlendiğini ve farklı kuvvetler aracılığında birbirleriyle nasıl etkileştiğini açıklamaya çalışır. İçinde fermiyonlar, bozonlar, madde-karşıtmadde ve etkileri hakkında bilgiler yer alır (Maiani, 2015; Mansoulié, 2005).

Bu dönemde kuark ve leptonların keşfi ile temel parçacık tanımı değişmiştir. Geçmişten bu yana yapılan madde ve atom tanımları yeniden gözden geçirilmiştir. Artık atomun yapısında bulunan proton ve nötronun bölünemez temel parçacık olarak adlandırılmayacağı ortaya çıktığından yeni bir model geliştirme üzerinde çalışmalara başlanmıştır. Böylece Standart Model adı verilen yeni bir model geliştirilmiştir. Bu modelde, atomun yapısında kuarklar ve leptonlar olmak üzere iki tür bölünemez temel parçacık olduğu kabul edilmiştir. Bu süreçte parçacık fiziğinde yapılan araştırmalar evrende 6 çeşit kuark ile 6 çeşit lepton olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca bu 12 temel parçacıktan başka, bu parçacıkların karşıt parçacıklarının da var olduğu anlaşılmıştır. Bütün bunlar standart modelde “matris” halinde düzenlenmiştir.

Standart Modelde parçacıklar, dört parçacıktan oluşan üç aile halinde verilmiştir. Aileler matematiksel nesnelere, satırlar ve sütunlardan oluşan bir tablo biçiminde sunulmuştur. Örneğin ilk aile için A1, A2, A3, ikinci aile için B1, B2, B3, son aile için C1, C2... C4'e kadar sıralama yapılmıştır. Böylece bilim insanları parçacıklarla ilgili gelişmeleri daha kolay anlaşılmasını istemişlerdir (Khalatbari,2015).

Parçacık Aileleri: Atom döneminde keşfedilen parçacıklara genellikle atom, proton, elektron gibi Yunanca adlar verilmiştir. Sonraki yıllarda yapılan araştırmalarında bir dizi yeni parçacık keşfedilmiştir. Bunlara ad vermek yerine Yunanca harfler, işaretler ve romantik isimler verilerek sıralanmıştır. Ancak son yıllarda bunları daha iyi açıklamak için aile fikri ortaya atılmıştır. Böylece temel parçacıklar, parçacık aileleri adı altında üç aileye ayrılmıştır. Yeni keşfedilen parçacıkların, yeni doğan çocuklar gibi bu ailelere eklenmesi önerilmiştir. Bu üç aile anlayışı Standart Modelin temel bir parametresi olmaktadır (Arnaud, 2015; Kemişçiöğlü 2023).

Araştırma Merkezleri: 20. yüzyılın ilk yarısında deneysel çalışmalar önceleri doğal kaynaklardan, radyoaktivite ve kozmik ışınlardan, ardından katot ışın tüpleri gibi küçük elektron hızlandırıcılar ile gözlemlendi. İkinci Dünya Savaşı'ndan itibaren, boyutları ve enerjisi sürekli artan gerçek parçacık hızlandırıcıları geliştirildi. Avrupa ülkelerinin katılımıyla 1954 yılında Cenevre yakınlarında CERN ve Hamburg'da DESY kuruldu. Amerika Birleşik Devletleri'nde Fermilab ve SLAC kuruldu. Bunlar özel inceleme araçlarını barındıran büyük ve önemli araştırmalar yapmak için kurulan dev laboratuvarlardır. Örneğin 1960 yılında CERN' de kurulan ilk büyük

hızlandırıcı 72 m çapındaydı. Birkaç dönem sonra, LEP, 1989'dan 2000'e kadar Cenevre kırsalınının 100 m altında bulunan 9 km çapında bir tünelde çalışmaya başladı. Bu tünel daha sonra CERN'in 2007'de faaliyete geçen amiral gemisi LHC'yi almaya başladı.

Son yıllarda atomaltı parçacıklarla ilgili tüm araştırmalar, artık büyük uluslararası laboratuvarlarda kurulan parçacık algıçları ile test edilmeye ve tespit edilmeye çalışılmaktadır. Kullanılan yüksek teknoloji sayesinde güçlü manyetik alanlar üretilerek yüklü parçacıklar hızlandırılmakta ve çarpışma deneyleri yapılmaktadır. Bu deneylerde insan saçı teli kalınlığındaki parçacık demetleri kullanılmakta ancak çarpışmalar sonucunda parçacıkların özellikleri ortaya çıkarılmaktadır. CERN'de yürütülen bu projeler, yerin 100 m altında inşa edilen 27 km uzunluğundaki dairesel tünel şeklindeki laboratuvarda gerçekleştirilmektedir. Buradaki dev hızlandırıcılarla ışık hızına yakın hızlarda yapılan çarpışma deneylerinde temel parçacıkların gizemi keşfedilmeye çalışılmaktadır. Bu ve benzeri gelişmiş laboratuvarlarda yapılan deneylerle, bir zamanlar "bölünemez en küçük parçacık" olarak tanımlanan atom, atom altı kuarklar ve leptonlar sorgulanmakta, bölünemeyen daha temel parçacıkların var olup olmadığı araştırılmaktadır (Kamışcioğlu, 2020, a).

Deneylere gelince bunlar da boyut, karmaşıklık ve süre bakımından giderek büyümüştür. Örneğin LHC'deki deney, binlerce fizikçi ve mühendisin iş birliğiyle geliştirilen, milyonlarca elektronik kanal içeren, 40 m uzunluğunda, 30 m çapında karmaşık bir deneyi içermektedir. Gezegendeki tüm gelişmiş ülkelerinin katıldığı bu deneyler muhtemelen on beş yıldan fazla kullanılacaktır. Bu süreçte kozmik ışınların gözlemlenmesi veya belirli astronomik gözlemler gibi farklı ve yeni araştırma yöntemleri de izlenmektedir. Parçacık fiziği araştırmaları ise bugün dünyanın her yerinden yaklaşık 20.000 araştırmacıdan oluşan bir topluluk ile yürütülmektedir. Bu topluluğun bazıları teorik, bazıları deneysel, bazıları da araştırma mühendisliği alanında uzman kişilerdir (Kamışcioğlu 2020,b,Spiro 2017).

Görüldüğü gibi Standart Model döneminde parçacık fiziği alanında hızlı gelişmeler yaşanmaktadır. Dev araştırma merkezlerinde çok sayıda fizikçi ve mühendisin katılımıyla uluslararası düzeyde araştırmalar yapılmakta, önemli sonuçlar alınmaktadır.

SONUÇ

Parçacık fiziği son yıllarda hızla gelişen bilim dallarından biri olmaktadır. Bu alanda yapılan araştırma, deney ve yenilikleri gelecek nesillere iyi anlatmak için alandaki gelişim dönemlerini iyi tanımlamak gerekmektedir. Doğru tanımlama, bir olay, düşünce, varlık ya da nesneyi tanımlamak ve özelliklerini açıklamak için çok önemli olmaktadır. Bu nedenle alandaki gelişme ve yenilik-

leri anlama, öğrenme, sorgulama ve zihinde yerleştirmeyi kolaylaştırmak için dönemlere ayırma zorunlu olmaktadır.

Parçacık fiziğinin bilimsel gelişim dönemlerini saptamak için M.Ö.600'lü yıllardan 2022 yılına kadar öne çıkan temel kavramlar, araştırmacılar, keşfedilen parçacıkların adları, deneylerde kullanılan yöntem ve teknikler incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda dört farklı dönemin olduğu görülmüştür. Bunlar Antik Dönem, Atom Dönemi, Atom Altı Dönem ve Standart Model Dönemi olarak sıralanmıştır. Antik dönemde Miletli Thales, Efesli Heraklitos, Empedokles, Anaksagoras gibi düşünürler evrenin temel maddesini *su*, *ateş* ve *havaya*, *toprak* gibi öğelerle açıklamışlardır. Bu açıklamaları deneysel çalışmalar yerine gözlem, tahmin ve varsayımlara dayalı yapmışlardır.

Atom döneminde John Dalton, John Joseph Thomson, Ernest Rutherford, Bohr ve De Broglie (1924) gibi bilim adamlarının çalışmalarıyla günümüzdeki atom modeli geliştirilmiştir. Joseph John Thomson, atomların hafif elektronlardan ve büyük protonlardan oluştuğunu ortaya koymuştur. Ernest Rutherford protonların kompakt bir çekirdekte yoğunlaştığını tespit etmiştir. Bohr, atomların, elektronların çekirdeğin etrafındaki dairesel yörüngelerde hareket ettiği ve farklı elektron yapılarına sahip olduğunu açıklamıştır. Böylece maddenin atomlardan, atomun elektron, proton ve nötron gibi daha küçük parçacıklardan oluştuğu bulunmuştur. Bu çalışmalar genellikle bireysel bazen birkaç kişilik ekipler halinde yürütülmüştür. Bazen üniversite laboratuvarlarında bazen de özel laboratuvarlarda çalışmalar yapmışlardır.

Atomaltı dönemde çok sayıda parçacık keşfedilmiş, bunlara parçacık hayvanat bahçesi denilmiştir. Daha sonra parçacıklara garip, tuhaf, gizemli, tılsımlı, çekicilik, güzellik gibi adlar verilmiştir. Bunlar kuarklar adı altında toplanmıştır. Atom altı taneciklerin atomda mevcut olan nötron, elektron ve proton olduğu, atomaltı parçacıkların ise kuark ve lepton adı verilen daha alt temel parçacıklardan oluştuğu anlaşılmıştır. Leptonların tek başlarına buldukları, kuarkların bir araya gelerek kuark grupları oluşturdukları görülmüştür. Bunlara hadron adı verilmiştir. Böylece maddelerin hadronlar ve leptonlardan oluştuğu saptanmıştır. Deneysel araştırmalarda önemli gelişmeler olmuş, önceleri laboratuvarlarda yapılan araştırmalar daha büyük merkezlerde ve parçacık hızlandırıcılarıyla incelenmeye başlamıştır.

Standart model döneminde maddenin bilinen en küçük birimlerini, yani temel parçacıkları ve aralarındaki tüm etkileşimleri tutarlı bir şekilde açıklamak için parçacık aileleri oluşturulmuştur. Bilinen bütün temel parçacıklar her ailede dört parçacık olmak üzere matris halinde düzenlenmiştir. Bu süreçte şaşırtıcı çeşitlilikte parçacık bulunması ve Standart Model Teorisinin temel anlayışı etkili olmuştur. Böylece parçacıkların bilimsel yönden açık, net ve kolay anlaşılır olmasına, adlarının bilimsel kurallara uygun belirlenmesine,

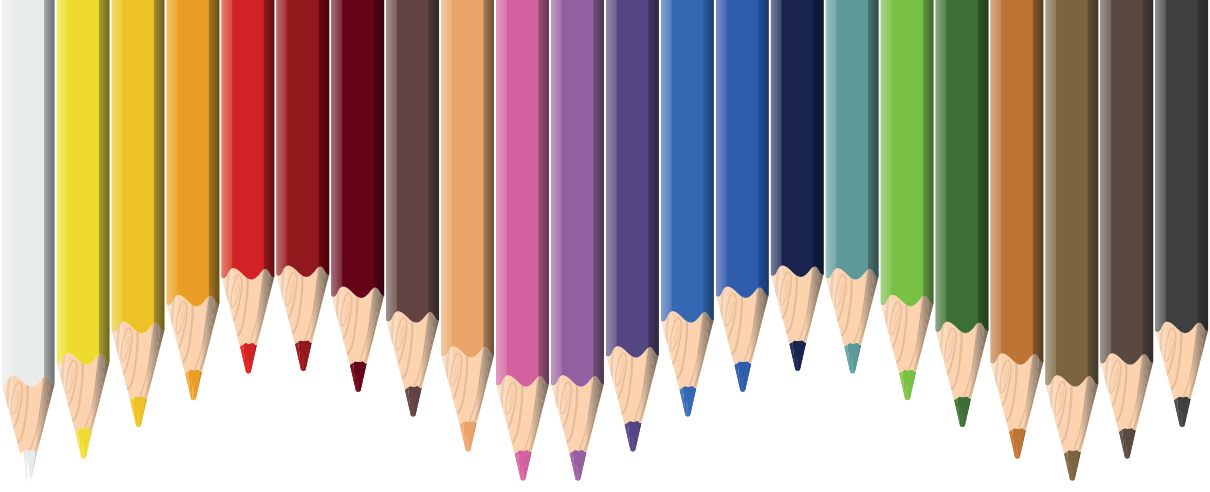
alandaki araştırma, deney ve yeniliklerin gelecek nesillere iyi öğretilmesine çalışılmıştır. Son yıllarda atomaltı parçacıklarla ilgili teoriler, artık dev laboratuvarlarda kurulan parçacık hızlandırıcıları ile test edilmektedir. Manyetik alanlar yardımıyla, yüklü parçacıklar hızlandırılarak çarpışma deneyleri yapılmakta ve bu çarpışmalar sonucunda parçacıkların özellikleri keşfedilmeye çalışılmaktadır.

Sonuç olarak antik çağdan günümüze bölünemeyen atom parçalanmış, atom altı parçacıklar keşfedilmiş, maddenin temel parçacıkları olarak kuark, lepton ve hadronlar kabul edilmiştir. Bu süreçte varsayımlara dayalı çalışmalar yerini deneysel araştırmalara bırakmış, küçük laboratuvarlardan dev araştırma merkezlerine geçilmiş, birkaç kişilik ekip çalışmaları yerine uluslararası düzeyde çok sayıda fizikçi ve mühendisin katılımıyla projeler yapılmıştır. Günümüzde bu çalışmalar giderek ilerlemekte ve parçacık fiziğinin bilimsel yönden daha da gelişmesine çalışılmaktadır.

KAYNAKLAR

- Arnaud,N. (2015). Introduction à la physique des particules, Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire, CNRS/IN2P3 & Université Paris-Sud.
- Britannica.(2023). "Development of atom theory".<https://www.britannica.com/science/atom/Development-of-atomic-theory>>. (Erişim Tarihi: 08.07. 2023).
- Buchwald, J.Z. & Fox,R. (2013). The Oxford handbook of the history of physics, Oxford UK: Oxford University Press. ISBN 978-0198805328.
- EB(2023).Thales-of-Miletus, Biography in Encyclopaedia Britannica. [http:// www.britannica.com/eb/article-9071911/Thales-of-Miletus](http://www.britannica.com/eb/article-9071911/Thales-of-Miletus) adresinden erişilmiştir.
- Futura-sciences (2023). Lexique de la matière : particule, fermion, gluon, quark,Higgs...,futura- sciences.com, <https://www.futura-sciences.com> > ... adresinden 12.02. 2023 erişilmiştir.
- IEP(2023,a). Anaxagoras (c.500-428 B.C.E.) Internet Encyclopedia of Philosophy,<https://iep.utm.edu/anaxagoras/>adresinden erişilmiştir.
- IEP(2023,b). Empedocles (c. 492-432 B.C.E) Internet Encyclopedia of Philosophy, <https://iep.utm.edu/empeodocles/htm> adresinden erişilmiştir.
- IEP(2023,c). Heraclitus (fl. c. 500 B.C.E.) Internet Encyclopedia of Philosophy, <https://iep.utm.edu/heraclit/>adresinden erişilmiştir.
- IEP(2023,d) Thales of Miletus, (c. 620-546 B.C.E.) Internet Encyclopedia of Philosophy,<http://iep.utm.edu/t/thales.htm> adresinden 04.07.2023 tarihinde erişilmiştir
- Kamışcioğlu, Ç. (2020,a). Parçacık Fiziğindeki Gelişmeler ve Yönelimler, Güncel Fen Bilimleri Çalışmaları, Ankara: Akademisyen Kitabevi A.Ş.,E-ISBN978-605-258-877-2, 1.Baskı
- Kamışcioğlu,Ç. (2020,b). Modern Nötrino Deneylerinde Nükleer Emülsiyon Teknolojisi (2020). International Journal of Pure and Applied Sciences, 6(2):237-247 (2020). Doi:10.29132/ijpas.796186.
- Kamışcioğlu, Ç. (2023). Scientific Study Of Particle Names, Prof. Dr.Hasan Akgöl,Prof. Dr. Hayri Baba, Assoc. Prof. Dr. Neslihan Iyit (Ed.),International Studies in Science and Mathematics,(s.1-16). Ankara: Serüven P u b l i s - hing,1-16.
- Knight,D.M.(2023). « Dalton John (1766-1844) », Encyclopædia Universalis, 11.07.2023'te https://www.universalisfr.translate.google.com/encyclopedia/john-dalton/2-la-theorie-atomique/?_x_tr_sl=fr&_x_tr_tl=tr&_x_tr_hl=tr&_x_tr_pto=sc, erişilmiştir.
- Mahdade,A.(2015).le Modèle de l'Atome,(chapitre 5), Groupe Scolaire La Sagesse Lycée Qualifiante, [https://www.chimiephysique.ma/TCScience/Modele de l'atome Fr16](https://www.chimiephysique.ma/TCScience/Modele%20de%20l'atome%20Fr16).
- Maiani,C. (2015). Fil Rouge: Qu'est-ce qu'une Particule Élémentaire ? Festival d'Astronomie de Fleurance,CEA &ATLAS Experiment.

- Mansoulié,B.(2005). La physique des particules, La Physique Au XXI'eme Siècle, La Jaune Et La Rouge, No:604
- Marleau,L. (2007).Introduction a la physique des particules, Departement de physique de génie physique et d'optique, Université Laval, Québec, Canada.
- Planas,O.(2021,a). Modèle de l'atome de Démocrite, description du modèle atomique,energienucleaire.net, <https://energie-nucleaire.net/atome/modeles-atomiques/democrite>
- Planas,O.(2021,b). Le modèle atomique de Dalton, energie nucleaire net,<https://energie-nucleaire.net/atome/modeles-atomiques/dalton>
- Planas,O.(2021,c). Modèle atomique de Thomson, postulats et caractéristiques, energie nucleaire.net, <https://energie-nucleaire.net/atome/modeles-atomiques/thomson>
- Planas,O.(2021,d). Le modèle de Rutherford: le modèle planétaire de l'atome,energie nucleaire.net, <https://energie-nucleaire.net/atome/modeles-atomiques/Rutherford>
- Planas,O.(2021,e). Le modèle de Bohr : le modèle planétaire de l'atome,energie nucleaire.net,<https://energie-nucleaire.net/atome/modeles-atomiques/bohr/niels-bohr>
- SEP(2023). "Democritus",Stanford Encyclopedia Of Philosophy, <https://plato.stanford.edu/entries/democritus/>. (Erişim Tarihi: 08.07.2023).
- Spiro, M.(2017). Où Va La Physique Des Particules Élémentaires ? Dossier La Physique, La Jaune Et La Rouge, No:721.
- Techno-science(2023).<https://www.techno-science.net/glossaire-definition/Physique-desparticules.html>. 20 Mayıs 2023 tarihinde erişilmiştir.
- Wach, E. & Ward, R. (2013). Learning about qualitative document analysis. <https://opendocs.ids.ac.uk/opendocs/bitstream/handle/20.500.12413/2989/PP%20InBrief%20%2013%20QDA%20FINAL2.pdf?sequence=4>. 03.02.2023 tarihinde erişilmiştir.



Bölüm 3

METİN MADENCİLİĞİNE GİRİŞ

Mustafa KARAKAYA¹

Pelin KASAP²

1 (Yüksek Lisans Öğrencisi), Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, Samsun, Türkiye, ORCID:0009-0009-3170-3853

2 Corresponding author (Doç.Dr.), Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, Samsun, Türkiye, ORCID:0000-0002-1106-710X

GİRİŞ

Günümüzde giderek artan teknoloji ile doğru orantılı bir şekilde artış gösteren veri grupları bulunmaktadır. Hem gerçek kişiler hem de tüzel kişiler bu kadar hızlı artan veri grupları arasında nitelikli verileri bulmakta zorlanmaktadır. Aynı zamanda bütün bu nitelikli veri yığınlarını eşzamanlı olarak, anlamlı birer veri haline getirme süreci de zaman almaktadır. Günümüz teknolojisi, daha rekabetçi bir ortam oluşturduğu için tüzel kişiler kendi veri tabanlarından ya da veri ambarlarından bu süreci en etkin şekilde yönetmek istemektedirler. Bu veriler işlenerek anlamlı bir hal almadığı sürece anlamsız bir yığın olarak veri tabanlarında tutulmaktadır. Kurumlar, sadece veri tabanı sorgu yöntemleri ile kısıtlı bilginin elde edileceğinin, ham veriden optimal faydayı alamayacaklarının farkındadırlar. Bu nedenle, veri tabanlarında bulunan ham veriyi nitelikli bilgiye çevirerek piyasada rekabet etmek istemektedirler. Bundan kaynaklı son zamanlarda veri madenciliği yöntemleri kullanılmaya başlanmıştır. Veri madenciliği yöntemleri ile genellikle ilişkisel veri tabanlarında saklanan yapısal veri analiz edilebilmektedir. Ancak yapısal verinin dışında yapısal olmayan veriler de bulunmaktadır (Eskici ve Koçak, 2018).

Gün geçtikçe artış gösteren mesajlar, fotoğraflar ve videolar gibi yapısal olmayan verileri işleme ihtiyacı doğmuştur. Yapısal olmayan veriler, veri madenciliği ile yönetilemediği için metin madenciliği bir ihtiyaç haline gelmiştir. Metin madenciliği yöntemleri kullanılarak yapısal olmayan veri analiz edilebilmektedir. Kısa zaman içerisinde veri kısmından bilgi kısmına geçilmesi nedeniyle zaman ve emekten tasarruf sağlanmaktadır. Özellikle e-ticaret, finans, pazarlama, imalat ve medya gibi sektörlerde yapısal olmayan veri sayısının artmasıyla birlikte metin madenciliği süreci başlamaktadır. Metin madenciliği süreci; dokümanların toplanması ve aynı formatta tutularak standartlaştırılması, metnin ön işleme sürecinden geçilerek yapısal veriye dönüştürülüp veri madenciliği yöntemleri ile analiz edilmesidir (Eskici ve Koçak, 2018).

Metin yığınları içerisinde doğal dil işleme, duygu analizi, metin sınıflandırma, konu modelleme ve metin kümeleme yöntemleri kullanılarak anlamlı verilere, daha hızlı ve daha düşük maliyet ile ulaşılması mümkün kılınmaktadır. Aynı zamanda internet ortamında yer alan hizmetlere ilişkin müşteri yorumlarının robotlar sayesinde çekilerek bilgisayar ortamında diğer müşteri yorumlarının tahmin edilmesi sağlanmaktadır. Bu ve bunun gibi örnekler çoğaltılabilir. Dokümanlar üzerinde bilgi çıkarımı ve bilgi erişimi süreci metin madenciliği yöntemleri kullanılarak anlaşılır hale dönüştürülmektedir. Günümüzde hızla artış gösteren verilerin bilgiye erişimde en önemli faktör olduğu unutulmamalıdır.

Veri Madenciliği

Veri madenciliği büyük veri setlerinden açıklayıcı, anlaşılabilir ve tahmine dayalı modellerin yanısıra, bilgilendirici, ilgi çekici ve yeni modeller keşfetme sürecidir (Zaki ve Meira, 2014). Büyük bir veri setinin sadeleştirilerek daha işlevsel bir hale getirilmesi olarak da ifade edilebilir. Veri madenciliği birçok bileşenden oluşmaktadır. Şekil 1'de veri madenciliğinin diğer alanlar ile kesişimleri gösterilmiştir (Bardak ve Sözen, 2018).

Verileri analiz etmek ve modellemek için kullanılan yöntemler iki ana başlık altında incelenebilir. Bunlar; denetimli öğrenme ve denetimsiz öğrenme. Denetimli öğrenmede bağımsız değişkenler ve değeri tahmin edilecek bir bağımlı değişken bulunmaktadır. Bu durumda, model bağımsız değişkenleri dikkate alarak hedefde yer alan değişkenin değerini nasıl tahmin edeceğini öğrenir. Denetimsiz öğrenmede ise bütün değişkenler eşit olarak dikkate alınır ve ana amaç, veriler arasında kalıp ilişkilerin ortaya çıkartılmasıdır (Ioniță ve Ioniță, 2018; Bardak ve Sözen, 2018). Veri madenciliğinde birçok teknik bulunmaktadır. Hangi tekniğin kullanılacağı verinin türüne ve boyutuna göre değişkenlik gösterebilmektedir (Makhabel, 2014; Bardak ve Sözen, 2018).

Veri madenciliği için temel teknikler aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- Sınıflandırma ve tahmin,
- İlişki kuralları,
- Ayrık değer saptama,
- Sıralı dizi analizleri,
- Zaman serisi analizi,
- Kümeleme,
- Metin madenciliği (Zhao, 2013; Bardak ve Sözen, 2018).

Veri madenciliği, aynı zamanda bir süreçtir. Veri kümeleri arasında, soyut kazılar yaparak veriyi ortaya çıkararak bir sonraki adıma hazırlar. Bu süreçte veri madenciliğini etkileyen bazı faktörler vardır. Bu faktörler aşağıda verilmiştir (Akpınar, 2000; Savaş ve ark., 2012):

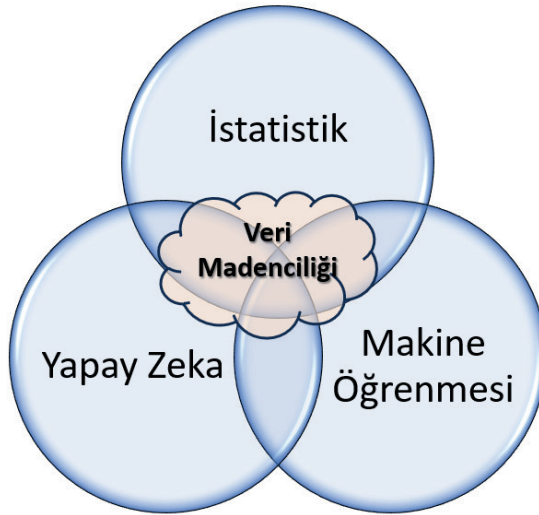
- 1) Veri: Günümüzde bilgiye erişim için kullanılan ana faktördür.
- 2) Donanım: Özellikle gelişen teknoloji ile gerekli cihazların kapasitesi sayesinde büyük veri kümeleri üzerinde veri madenciliğini uygulanabilir kılmıştır.

3) Bilgisayar ağları: Yüksek hızlı internet sayesinde zamandan tasarruf sağlanarak veri madenciliği uygulanabilmektedir.

4) Bilimsel hesaplamalar: Veri madenciliği ve bilgi keşfi, teori, deney ve simülasyonu birbirine bağlamada önemli bir rol oynamaktadır.

5) Ticari eğilimler: Günümüzde, kurum ve işletmelerin birbiri ile rakabet içerisinde olduğunu bundan kaynaklı varlıklarını koruyabilmek için daha hızlı karar almaları, daha iyi kalitede hizmet sunmaları ve bunları yaparken minimum maliyetli hale getirmeleri gerekmektedir.

Veri Madenciliği, kendisini etkileyen faktörlerden de anlaşılacağı üzere günümüz teknoloji şartlarında ticari eğilimlerden kaynaklı, bankacılık ve finans, elektronik ticaret, eğitim, sağlık ve spor bilimleri gibi birçok sektörde kullanılmaktadır ve kullanımı giderek yaygınlaşmaktadır. İstatistik, yapay zeka, makine öğrenimi, örüntü tanımlama ve veri görselleştirme gibi pek çok teknik alan arasında bağlantı sağlamaktadır.



Şekil 1. Veri Madenciliği

Metin Madenciliği

Metin madenciliği, yapısal olmayan veri yığınları içerisinde bilgi çıkarma işlemidir. Günümüzde, yapısal olmayan veriler yapısal verilerden daha fazladır. Bunlar; fotoğraf, ses kaydı, her türlü yazılı doküman, videolar gibi verilerdir. Metin tabanlı olan bu yapısal olmayan verileri analiz etmek için, veri madenciliği tekniklerinin kullanılabileceği yapısal veri formatı haline dönüştürmek gerekir. Bu verileri yapısal veri formatına dönüştürmek ve analiz etmek için metin madenciliği yöntemleri kullanılır. Bu özelliğinden dolayı, metinlerin içerisinde gizlenen değerli bilgilere ulaşmak için, ilgili

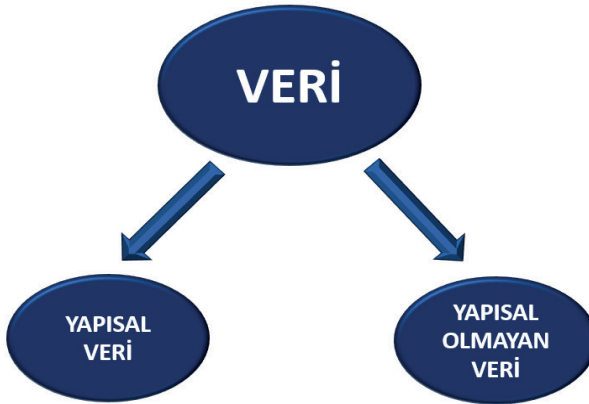
metinlerin yapılandırılması gerekmektedir (Küçükkartal, 2020). Metin madenciliği, bir veri kümesindeki, verilerin değerli sayılabilecek özelliklerini ortaya çıkartarak, sınıflandırma, kümeleme, özet çıkarımı ve görselleştirme yapılabilmesini sağlayan veri madenciliği yöntemidir (Doğanlı, 2023). Yapılandırılmamış veri ile yapılandırılmış verinin birbirlerinden işleyiş şekilleri ve analiz süreçleri farklılık göstermektedir. Metinlerin ilişkisel veri tabanlarında bir tabloya ait sütunlarda muhafaza edilmeleri onları ilişkisel hale sokmamaktadır (Atan, 2020). Başka bir deyişle, metin madenciliği, veri tabanları gibi yapılandırılmış kaynakların aksine, yapılandırılmamış metin kaynaklarından gelen kalıpları analiz eden bir veri madenciliği biçimidir (Sharda ve ark., 2014). Metin madenciliği, iki aşamada gerçekleşmektedir. Bu aşamalar sırasıyla aşağıda verildiği gibidir:

- Yapılandırma
- Veri madenciliği yöntemleri.

Metin madenciliği konusu gereği yapısal olmayan verilerle ilgilendiği için, benzersiz nitelikte büyük bir veri tabanı bulunmaktadır. Bu nedenle, analizler, programlama yapıları olarak tamamlanmaktadır. Genellikle, programlama dillerinden Python gibi veya yazılım uygulamalarından JAVA ve IBM Watson NLU bulunan çok çeşitli programlar kullanılmaktadır (Zaki ve Meira, 2014).

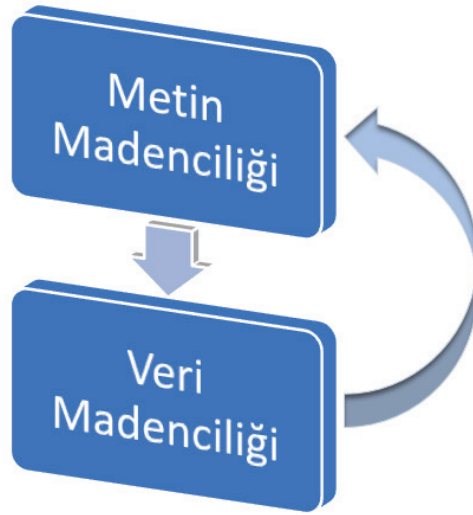
Veri Madenciliği ile Metin Madenciliği Arasındaki İlişki

Veri madenciliğinin çalışma alanları büyük veri ya da veri setleridir. Ancak, tüm veri setleri veri madenciliği ile çalışma yapılabilecek nitelikte olmayabilir. Verinin, niteliklerine göre yapısal ve yapısal olmayan veri olmak üzere iki ana bölümde incelenmesi mümkündür. Burada önemli olan ise yapısal olmayan verileri, yapısal veriler gibi ilgili analiz süreçlerine dahil ederek onlardan anlamlı ve doğru bilgiye erişim sağlayabilmektir.



Şekil 2. Veri Tipleri

Veri madenciliği ile metin madenciliği yöntemleri ve uygulama adımları arasında benzerlikler yer almaktadır. Dikkat edilmesi gereken konu verinin niteliğidir. Yapısal veri, sayısal olarak ifade edilebilen, ölçülebilir ve nicel verilere sahip verilere verilen isimdir. Yapısal olmayan veri ise resim, ses ve metin gibi sürekli devamlılığı olan verilerdir. Sürekliliği olan bu yapısal olmayan veriler artık hayatımızın her alanında karşımıza çıkmaktadır. Bu verilerin, veri madenciliği yerine, metin madenciliği yöntemleri tercih edilerek daha anlaşılabilir hale getirilmesi sağlanmalıdır. Yapısal olmayan verileri, metin madenciliği yöntemleri ile yapısal hale getirdikten sonra veri madenciliği yöntemleri kullanılarak analiz sürecine başlanılabilir.



Şekil 3. Süreçler Arasındaki İlişki (Dolgun ve ark., 2009)

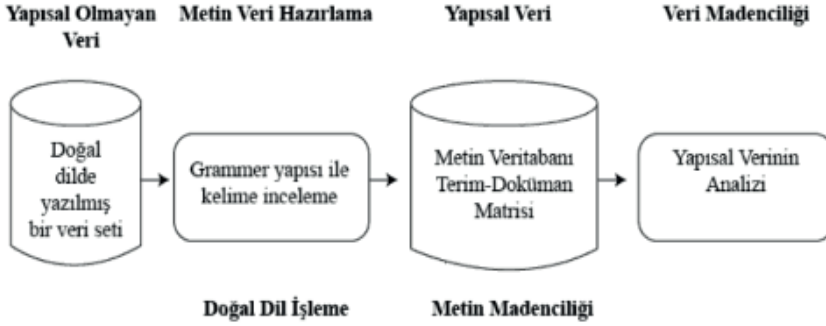
Metin Madenciliği Yöntemleri

1. Doğal Dil İşleme

Bilgisayarların insan dilini anlamasını, işlemesini ve üretmesini sağlayan bir yöntemdir. Doğal dil, insanların günlük iletişimde kullandığı doğal, dilbilimsel yapılara sahip olan dil olarak tanımlanabilir. Doğal dil işleme (NLP), metin verilerinin anlaşılması, yorumlanması, analiz edilmesi ve hatta üretilmesi için çeşitli yöntemler geliştirmektedir. NLP, yapay zeka ile birlikte çalışmaktadır. Bilgisayarlara, dil yapıları aktararak kullanıcıların günlük hayatta kullandıkları cümleler ile bağlantı kurulması hedeflenir (Şahin ve ark., 2019).

Şekil 4’de görüldüğü gibi bir metin madenciliği süreci, analiz edilmek istenen belgelerin, diğer bir deyişle yapısal olmayan verilerin, toplanarak bir veri seti haline getirilmesiyle başlar. Daha sonra yapısal olmayan veri, metin madenciliği yöntemleri ile dilbilgisi kuralları ve biçim bakımından

incelenerek dilbilgisi yapısına uygun olarak parçalara ayrılır. Uygulanan bu işlemde sonra elde edilen sözcükler bir tabloya işlenerek yapısal bir formda tutulur. Bu tablonun satırlarında belgeler, sütunlarında ise terimler yer almaktadır. Böylelikle yapısal olmayan veri, veri madenciliği yöntemleri uygulanabilir duruma, yani yapısal veri biçimine getirilir. Son olarak veri madenciliği yöntemleri uygulanarak ilgili veriden bilgiye geçiş sağlanabilir (Eskici ve Koçak, 2018).



Şekil 4. Doğal Dil İşleme ve Metin Madenciliği (Eskici ve Koçak, 2018)

NLP, günümüzde araştırmalarda faydalı olmasına rağmen, aşağıdaki konulara dikkat edilmesi gerekir:

- Konuşmayı ve metni dilimleme
- Sözcük niteliklerinin belirlenmesi
- Anlam belirsizlikleri ve anlatım bozukluklarının tespit edilerek giderilmesi
- Kuralsız yazılar
- Konuşma planları.

NLP, otomasyon, arama iyileştirme süreçleri, sosyal medya müşteri analizleri, pazar araştırmaları ve büyük metin veri analizleri gibi uygulamalarda kullanılır. Günümüzde akıllı cep telefonlarında yer alan sesi algılayan asistanlar doğal dil işleme yönteminin ilk çalışmalarının sonuçlarındandır (Şahin ve ark., 2019).

2. Konu Modelleme

Metin madenciliğinde konu modellemesi, büyük hacimli verilerin daha az sayıda konu başlığına indirgenmesi ve gizli başlıkların keşfedilmesi için kullanılan bir yöntem olarak tanımlanmaktadır (Kherwa ve Bansal, 2019; Çallı ve ark., 2021).

Konu modelleme, metinlerin içerisinde yer alan kelimelerin istatistiksel olarak dağılımlarını analiz eder. Bu sayede metinlerin temel olarak içeriklerini ve konularını belirlemeye çalışarak en uygun sonuca ulaşır.

Konu modelleme yöntemi, özellikle analiz edilmesi zor olan büyük veri kümelerinden işe yarar bilgi çıkarımını sağlar. Bu sayede büyük veri kümelerinin daha iyi anlaşılmasını ve işlenmesi konusunda kullanıcılara fayda sağlar. En popüler konu modelleme yöntemlerinden biri Gizli Dirichlet Ayrımı (LDA) olarak bilinir. LDA, farklı disiplinlerde kullanılan bir konu modellemesi yöntemidir ve çok sayıda belgeyi kelimelere göre özetleyerek bu belgelerin belirli başlıklar altında değerlendirilmesini sağlayan bir olasılık modelidir (Blei ve ark., 2003; Çallı ve ark., 2021). LDA yönteminde konular kelime olasılıklarına göre temsil edilmektedir, her bir kelime birden fazla konu içinde yer alabilir ve her bir konu altında en yüksek olasılık değerine sahip kelimeler konu hakkında genel fikir vermektedir (Jelodar vd., 2019; Çallı ve ark., 2021). LDA dışında ilişkisel konu modeli, yapısal konu modeli gibi konu modelleme yöntemleri de literatürde kullanılmaktadır (Kaya ve Gülbandılar, 2022).

Konu modelleme, veri kümelerinde yer alan gizli veya açık temaları tanımlayan denetimsiz bir yöntemdir. Denetimsiz olması nedeniyle etiketli verilere gerek duyulmaz. Bilgi çıkarımı için metin belgeleri yeterlidir. Belgelerde bulunan kelimelere istinaden metinlerdeki temaları çıkarmak için olasılık çerçevesini kullanarak konular tespit edilir (Kaya ve Gülbandılar, 2022).

3. Duygu Analizi

Metinlerde geçen duygusal ifadelerin çıkarılmasını hedefler. En sık kullanılanı duygusal kutupsallıktır. Buna göre bir konu hakkında geçen mesajların veya yazıların olumlu veya olumsuz olması beklenmektedir (Seker ve Al-Naami, 2013; Seker, 2015.) Ancak duygu analizi bunun dışında, metinlerdeki ruh hali, kanaat ve daha karmaşık duyguların çıkarılması üzerinde de çalışmaktadır (Seker, 2015).

Duygu analizi, veriye dayalı yöntemler kullanarak, araştırılan metnin pozitif, negatif veya nötr gibi duygusal ifadeleri tespit ederek sınıflandırmayı sağlar (Tokcaer, 2021). Duygu Analizi, çalışma alanı içerisinde olan insanların davranışları ile birlikte fikirlerini analiz eden bir yöntemdir. Aynı zamanda fikir madenciliği olarak da adlandırılır. Burada önemli olan analiz aşamasında duygu skorları atayarak sonuçları değerlendirebilmektir. İstatistiksel olarak temeli lineer modellere dayanmaktadır (Temizhan ve Mendes, 2021).

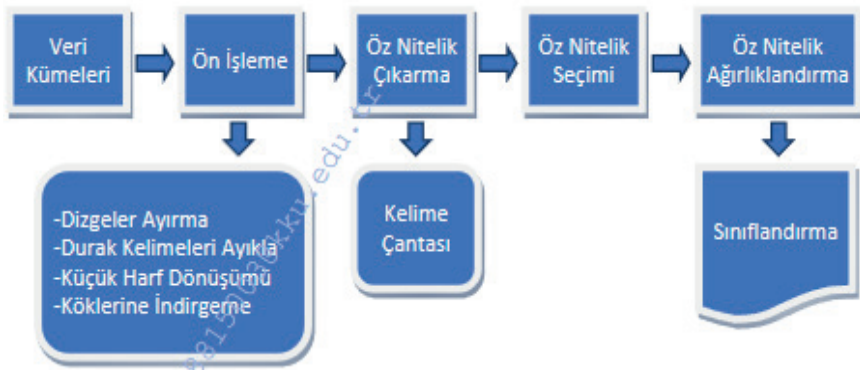


Şekil 5. Duygu Analizi

Duygu analizinde, makine öğrenmesi ve sözlük tabanlı olmak üzere iki temel duygu sınıflandırma yaklaşımı bulunmaktadır. Makine öğrenmesi yaklaşımı denetimli öğrenme ve denetimsiz öğrenme olarak iki ana başlık altında incelenmektedir (Medhat ve ark., 2014; Keskinçilç ve Öz, 2023). Makine öğrenmesi yaklaşımı, makine öğrenmesi algoritmalarını kullanır. Sözlük tabanlı yaklaşım, önceden oluşturulan ve derlenmiş terimlerden meydana gelen duygu sözlüğüne dayanır. Bu iki yaklaşımın birleştirilmesi ise Hibrit tabanlı yaklaşımı oluşturmaktadır (Can ve Alatas, 2017; Keskinçilç ve Öz, 2023). Hibrit yaklaşım çok yaygın olmakla birlikte duygu sözlükleri yöntemlerinde önemli rol oynamaktadır (Maynard ve Funk, 2011; Keskinçilç ve Öz, 2023).

4. Metin Sınıflandırma

Metin sınıflandırma, belgelerde yer alan metinlerin daha anlamlı ve kullanışlı hale gelebilmesi için metinlerin alanlarına göre sınıflandırılmasını ifade eder. Buna göre Şekil 6'da metin sınıflandırmasının aşamaları açıklanmaya çalışılmıştır.



Şekil 6. Metin Sınıflandırma Aşamaları (Parlak, 2021; Akyüz ve Gülten, 2022)

Kullanılan veri kümesinin büyüklüğü, metin özellikleri ve algoritma seçimi faktörleri metin sınıflandırma yöntemini etkilemektedir. Bu değişkenlere dikkat edilmemesi durumunda doğru sonuç verme ihtimali düşecektir. Bu faktörler göz önüne alınarak işlem yapılması gerekmektedir. Metin sınıflandırma, metin verilerini anlamak, içerikleri organize etmek ve otomatik karar verme süreçlerinde kullanmak için yaygın olarak kullanılan bir tekniktir.

Metin Madenciliğinin Başlıca Kullanım Alanları

Metin madenciliğinin, son yıllarda yaygın bir şekilde kullanıldığı başlıca sektörler aşağıda belirtilmiştir:

- **Pazarlama ve Reklamcılık:** Metin madenciliği, pazarlama ve reklamcılık sektöründe müşteri geri bildirimlerini analiz ederek, özellikle sosyal medya kampanyalarını izlemek, marka itibarını yönetmek, tüketici eğilimlerini anlayarak ona göre yeni pazarlama metotları ve ürünleri ortaya çıkarmak için kullanılır.

- **Finans ve Bankacılık:** Metin madenciliği, finans ve bankacılık sektöründe öncelikle müşteri memnuniyetinin ölçülerek rekabetçi piyasada en güncel teknolojileri sunmak için başvurduğu yöntemlerin arasında yer almaktadır. Sosyal mühendislik yöntemleri ve oltalama saldırıları ile dolandırıcılık denemelerinin analizleri aşamasında kullanılır. Son olarak yatırım araçlarının takibi aşamasında kullanılır. Örneğin bir hisse senedinin artış ya da azalış kanalına girmesini piyasada yer alan haberler doğrudan etkilemektedir (Budak, 2021).

- **Sağlık ve Tıp:** Metin madenciliği, sağlık sektöründe hastane kayıtlarını analiz etmek, tıbbi literatürü inceleyerek yeni araştırmalar yapılması aşamasında, hasta ve doktor deneyimlerini değerlendirmek, hastalık yayılımını izlemek ve kullanılan ilaçların yan etkilerinin tespiti aşamasında kullanılır.

- **E-ticaret:** Metin madenciliği, özellikle e-ticaret sektöründe müşteri yorumlarını analiz ederek yapay zeka aracılığıyla müşteri tercihlerini kaydederek müşterilere ürün önerileri sunar. Fiyat optimizasyonu yaparak rekabet analizi yapmak için kullanılır.

- **Medya ve Haberler:** Metin madenciliği, medya ve haber sektöründe haber içeriklerini okur istatistiklerine göre sınıflandırmak, popüler haber takibi, gazete veya dergi makalelerini analiz ederek okuyucu tepkilerini incelemek ve içerik önerileri sunmak için kullanılır.

- **Sosyal Medya ve İnternet:** Metin madenciliği, sosyal medya platformlarında kullanıcı etkileşimlerini analiz ederek duygusal analiz yapmayı sağlar.

Yukarıda sadece metin madenciliğinin en fazla kullanıldığı sektörlerden bahsedilmiş olup, bunların dışında da birçok farklı sektörde kullanılmaktadır. Metin madenciliği, büyük metin veri setlerinden anlamlı bilgiler elde ederek müşteri geri dönüşlerini değerlendirmeyi amaçlar. Bu kapsamda fiyat performans ürünleri oluşturarak müşteri memnuniyetini artırmak için kullanılabilir.

Metin Madenciliğinin Avantajları ve Dezavantajları

Metin madenciliği, birçok avantajı olan iyi bir analiz süreci olmasına rağmen, bazı dezavantajları da vardır. Avantajlarından ve dezavantajlarından aşağıda kısaca bahsedilmiştir:

Avantajları:

- ✓ **Bilgi Çıkarımı:** Metin madenciliği, metinlerdeki kalıpları, trendleri, duygusal konuları ve ilişkilerini keşfedebilir ve bunları analiz edebilir (Tan ve ark., 2016).
- ✓ **Büyük Veri İşleme:** Metin madenciliği, büyük miktarda metin verisinin hızlı ve otomatik bir şekilde işlenebilmesini sağlar. İnsan gücünün manuel olarak işleyemeyeceği kadar büyük veri kümelerini analiz edebilir.
- ✓ **Otomatik Süreçler:** Metin madenciliği, otomatik olarak metin verilerini işleyebilme imkanı sunar. Bu hem zamandan tasarruf etmenizi hem de tekrar eden komutları otomatikleştirmenizi ve analiz sürecini daha verimli hale getirerek doğru bilgiye erişimi sağlar.
- ✓ **Bilgi Keşfi:** Metin madenciliği, bilinmeyen ilişkileri veya süreçleri ortaya çıkarabilir ve yeni bilgi keşfi yapmanızı sağlar. Bu da tüzel kişilerin yeni fikirler üretmesine, rekabet avantajı elde etmesine ve müşteri ihtiyaçlarını daha iyi anlamasına olanak sağlayarak müşteri memnuniyet düzeyini pozitif yönde etkiler.

Dezavantajları:

- ✓ **Dil Bağımlılığı:** Farklı diller, dil yapıları ve kültürel farklılıklar, doğru sonuçları etkileyebilmektedir. Dil işleme teknikleri ile dil bağımlılığı çözülmeye çalışsa da, bazı zorluklarla karşılaşılabilir. Özellikle dil bağımlılığı anlam karmaşıklığına yol açabilir. Bu durumda metnin farklı yorumlanmasına neden olabilir (Manning ve ark., 2008).
- ✓ **Veri Ön İşleme Zorlukları:** Metin verilerinin ham hali genellikle sorunlarla doludur. Ön işleme adımlarında, metinleri düzgün bir şekilde temizlemek, tokenize etmek, durdurma kelimelerini çıkarmak, kök bulmak gibi bazı zorluklarla karşılaşılabilir. Bu adımların doğru bir şekilde

uygulanması ve verinin uygun bir şekilde hazırlanması analiz sonuçlarının doğruluğu açısından çok önemlidir.

✓ **Yanlış Etiketleme:** Etiketli veri setleri sınırlı sayıda olabilir veya yanlış etiketlenmiş verileri içerisinde barındırabilir. Bu durum, doğru sonuçlar elde etmeyi zorlaştırarak analiz sonuçlarını negatif olarak etkileyebilir.

✓ **Veri Gizliliği ve Etik Sorunlar:** Metin madenciliği, hassas veya kişisel bilgiler içeren metinlerin analizini yaparken veri gizliliği ve etik sorunları ortaya çıkarabilir. Özellikle finans sektöründe kullanıldığında, metnin içerisinde kişisel bilgilerin yer almaması ve gizliliğe son derece dikkat edilmesi gerekmektedir.

Bu avantajlar ve dezavantajlar, metin madenciliğinin uygulama alanlarında ve kullanılan veri setlerine bağlı olarak değişkenlik gösterebilmektedir.

SONUÇ

Günümüzde, gelişen teknoloji ile verilerin düzenli bir şekilde depolanmasıyla, veri kümelerinde analiz süreçleri ihtiyaç haline gelmiştir. Veri her an üretilebiliyor ve üretilen bu veriler yapısal olabildiği gibi, her zaman yapısal olmayabilmektedir. Yapısal olmayan bu veriler günümüz verilerinin çok büyük kısmını oluşturmaktadır. Bu verileri anlaşılabilir hale getirerek analiz yapılabilmesi için metin madenciliği ve yöntemlerine başvurulmaktadır.

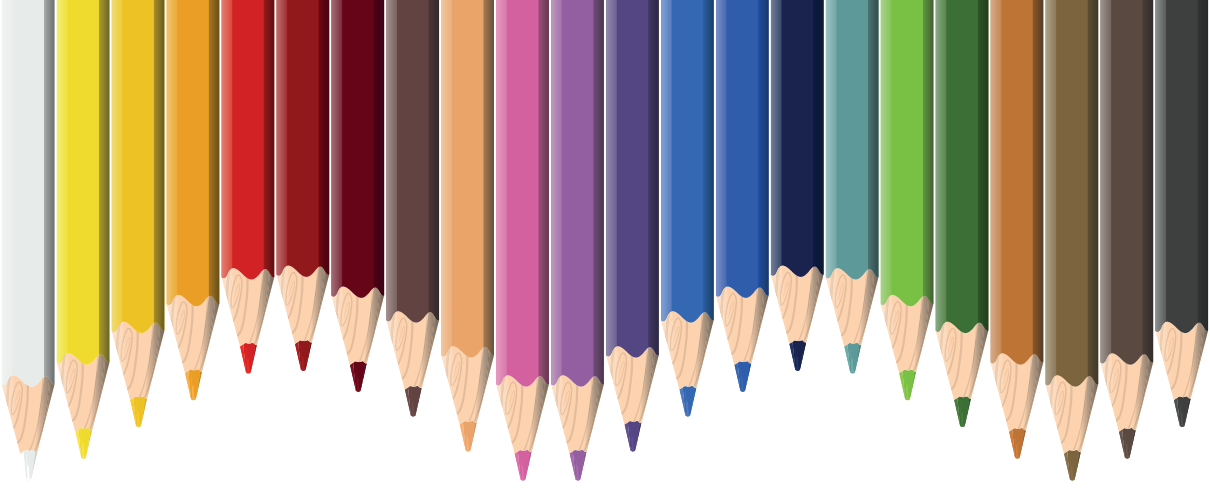
Metin olarak elde edilen veriler öncelikle bazı karakterlerden ve noktalama işaretlerinden temizlenir. Sonrasında cümleler kelimelere, kelimeler ise köklerine ayrılır. Terim ağırlıklandırılmaları yapıldıktan sonra özellik seçimlerine göre seçilen kelimeleri veri madenciliği ile değerlendirme aşamasına geçilir. Burada en önemli seçim, verinin büyüklüğü ve araştırılmak istenen konudur. Çünkü bu seçimler doğrudan doğruya metin madenciliğinde kullanılan yöntemi etkileyecektir. Bu adımlar takip edilirken özellikle metin madenciliğinin uygulama alanı olan doküman verilerinde karşılaşılabilecek dil bağımlılığı ve yanlış etiketleme hatalarına dikkat edilmelidir.

Metin madenciliği, hayatın her anında üretilen ve tüketilen verilerin bilgiye dönüştürülmesi için hem zamandan hem de maliyetlerden tasarruf sağlanabilmesine olanak sağlamaktadır. Sağladığı bu olanak ile günümüz teknolojisinde, işletme ve kurumların birbiri ile olan rekabetlerinden dolayı tercih edilmektedir. Metin madenciliğinin veri madenciliği ile olan bağlantısı sayesinde, veri madenciliği sahası genişledikçe metin madenciliği de etkilenerek daha geniş bir sahada işlem görecektir. Metin madenciliği yöntemleri günümüzde birçok sektörde kullanılmaktadır. Yapısal olmayan fotoğraf, video, ses ve mesaj gibi verileri, metin madenciliği yöntemleri kullanılarak veri madenciliği süreçlerine hazır hale getirmek gelecek araştırmalar için önem arz etmektedir.

KAYNAKÇA

- Akpınar, H. (2000), Veri Tabanlarında Bilgi Keşfi ve Veri Madenciliği. İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi, 29(1), 1-22.
- Akyüz, F. ve Gülten, S. (2022). *Metin Madenciliği Kelime Muhasebesi ve Denetimi*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Atan, S. (2020). Metin Madenciliği: İmkanlar, Yöntemler ve Kısıtlar, Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi 11(31), 220-239.
- Bardak, T. ve Sözen, E. (2018). Veri Madenciliği ve Önemi. 6. ASM International Congress of Agriculture and Environment, 2018 Proceeding Book.
- Blei, D.M., Ng, A.Y. & Jordan, M.I. (2003). Latent Dirichlet Allocation, Journal of Machine Learning Research, 3, 993-1022.
- Budak, İ., (2021). Veri ve Metin Madenciliği ile Hava Yolu İşletmelerinin Sosyal Medya Yorum ve Skorlarının Değerlendirilmesi, Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Doktora Tezi, Denizli.
- Manning, C.D., Raghavan, P. & Schütze, H. Xml retrieval. Introduction to Information Retrieval, Cambridge University Press, 2008.
- Can, U. & Alatas, B. (2017). Duygu analizi ve fikir madenciliği algoritmalarının incelenmesi. Int. J. Pure Appl. Sci. , 3(1), 75-111
- Çallı, L., Çallı, F. & Çallı, B.A. (2021). Yönetim Bilişim Sistemleri Disiplininde Hazırlanan Lisansüstü Tezlerin Gizli Dirichlet Ayrımı Algoritmasıyla Konu Modellemesi. Manas Sosyal Araştırmalar Dergisi, 10(4), 2355-2372.
- Doğanlı, B. (2023). 2. Metin Madenciliği Yöntemiyle Lays Reklamlarında Kullanılan Kelimelerin İncelenmesi, International Journal of Economic and Administrative Academic Research, 3(2), 24-37.
- Dolgun, M.Ö., Özdemir, T.G., & Oğuz, D. (2009). Veri madenciliğinde yapısal olmayan verinin analizi: Metin ve web madenciliği. *İstatistikçiler Dergisi: İstatistik ve Aktüerya*, 2(2), 48-58.
- Eskici, H.B. ve Koçak, N.A. (2018). Sas Enterprise Miner ile Metin Madenciliği. İstanbul: Pusula 20 Teknoloji ve Yayıncılık A.Ş.
- İoniță, I. and Ioniță, L. (2018). Classification Algorithms of Data Mining Applied for Demographic Processes. BRAIN: Broad Research in Artificial Intelligence and Neuroscience, 9(1), 94-100.
- Jelodar, H., Wang, Y., Yuan, C., Feng, X., Jiang, X., Li, Y. & Zhao, L. (2019). Latent dirichlet allocation (LDA) and topic modeling: models, applications, a survey. Multimedia Tools and Applications, 78(11), 15169-15211.
- Kaya, A. ve Gülbandılar, E. (2022). Konu Modelleme Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Journal of ESTUDAM Information, 3(2), 46-53, doi: 10.53608/estudambilisim.1097978.
- Keskinkılıç, M. ve Öz, A.E. (2023). Twitter’da Metin Madenciliği ve Duygu Analizi ile Uzaktan Eğitim Memnuniyetinin İncelenmesi, Turkish Studies-Economics, 18(3), 941-960.

- Kherwa, P. ve Bansal, P. (2019). Topic modeling: A comprehensive review. *EAI Endorsed Transactions on Scalable Information Systems*, 7(24), 159623 1-16. <https://doi.org/10.4108/eai.13-7-2018.159623>
- Küçükkartal, H.K. (2020). Twitter'daki Verilere Metin Madenciliği Yöntemlerinin Uygulanması, Eskişehir Türk Dünyası Uygulama ve Araştırma Merkezi Bilişim Dergisi, 1(2), 10-13.
- Makhabel, B. (2014). *Learning Data Mining with R, Community Experience Distilled*, Packt Publishing, Birmingham, 273, England.
- Maynard, D., & Funk, A. (2011). Automatic Detection of Political Opinions in Tweets. *Extended Semantic Web Conference*. Crete: Springer
- Medhat, W., Hassan, A. and Korashy, H. (2014). Sentiment Analysis Algorithms and Applications: A Survey. *Ain Shams Engineering Journal*, 5(4), 1093-1113.
- Parlak, B. (2021). Metin Sınıflandırma İçin Öznitelik Seçimi ve Globalleştirilmenin Etkisi, Eskişehir Teknik Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Doktor Tezi, Eskişehir
- Tan, P.N., Steinbach, M. & Kumar, V. (2016). *Introduction to Data Mining*, Pearson Education India.
- Savaş, S., Topaloğlu, N. & Yılmaz, M. (2012). Veri Madenciliği ve Türkiye'deki Uygulama Örnekleri. *İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 11(21), 1-23.
- Seker, S.E. & Al-Naami, K. (2013). Sentimental Analysis on Turkish Blogs via Ensemble Classifier, *Proceedings of the 2013 International Conference on Data Mining*, ISBN: 1- 60132-239-9, DMIN, pp. 10-16.
- Seker, S.E. (2015). Metin Madenciliği (Text Mining). *YBS ansiklopedi*, 2(3), 30-32.
- Sharda, R., Delen, D. & Turban, E. (2014). *Business intelligence: A managerial perspective on analytics* (3rd ed.). Pearson Prentice Hall.
- Şahin, T., Demir, Ö., & Yıldız, K. (2019). Doğal Dil İşleme Uygulamaları İçin Türkçe Veri Seti Oluşturulması. *International Periodical of Recent Technologies in Applied Engineering*, 1(2), 51-57.
- Temizhan, E., & Mendeş, M. (2021). COVID-19 Pandemisi ile İlgili Twitter Mesajlarının Metin Madenciliği Tekniği ile Değerlendirilmesi. *Türkiye Klinikleri Journal of Biostatistics*, 13(2). 185-200.
- Tokcaer, S. (2021). Türkçe Metinlerde Duygu Analizi. *Yaşar Üniversitesi E-Dergisi*, 16(63), 1514-1534.
- Zaki, M.J. & Meira, W. (2014). *Data mining and analysis: fundamental concepts and algorithms*. Cambridge University Press.
- Zhao, Y. (2013). *R and Data Mining : Examples and Case Studies*, Academic Press, 225, Burlington.



Bölüm 4

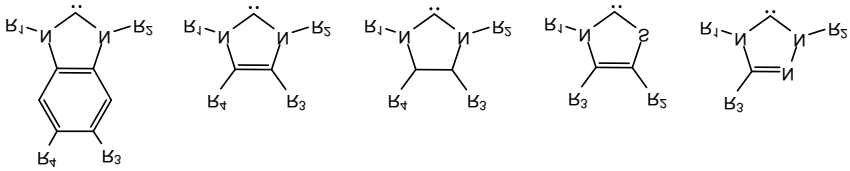
İMİDAZOLİNYUM, İMİDAZOLYUM VE BENZİMİDAZOLYUM-2- DİTİYOKARBOKSİLATLAR

Ülkü YILMAZ¹

¹ Prof. Dr., Malatya Turgut Özal Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Mühendislik Temel Bilimleri Bölümü, Malatya, Türkiye, ulku.yilmaz@ozal.edu.tr,
ORCID ID: 0000-0002-2806-4781

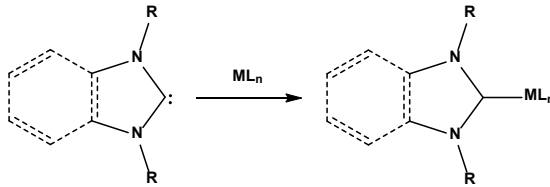
1. Giriş

N-heterohalkalı karbenler (NHC'ler) organometalik kimya açısından oldukça önemli ligant kaynaklarıdır. NHC'lerin heterohalkaları üzerinde bulunan süstitüentler kolayca değiştirilerek sterik ve elektron yoğunlu bakımından ayarlanabilmektedir. Bu durum farklı NHC'lerin hazırlanabilmesi açısından büyük bir çeşitliliğe sebep olmaktadır. Güçlü nükleofil ajanlar olarak kullanılmaktadırlar. Özellikle organokatalizörler ve organometalik katalizörler sınıfında kapsamlı kullanım alanına sahiptirler (Delaude, 2009; Herrmann, 2002; Nair vd., 2004; Enders vd., 2007). NHC türevlerinin büyük bir kısmı (benz)imidazol(in)yum tuzlarından üretilmektedir (Şekil 1). Bunların dışında triazol ve tiyazol halkaları da NHC öncülü olarak kullanılmaktadırlar. Elektronca zengin heterohalkalı bileşikler iki azot donör atomu arasında yer alan karben merkezini kararlı hale getiren bir alan sağlamaktadır (Bourrisou vd., 2000).



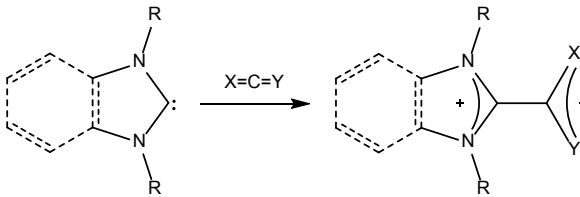
Şekil 1. Benzimidazol-2-iliden, imidazol-2-iliden, imidazolidin-2-iliden, tiyazol-2-iliden, triazol-2-iliden heterohalkalı bileşik kaynaklı NHC'ler

Güçlü elektron sağlayıcı özelliklerinden dolayı NHC'ler metaller ile kararlı kompleks bileşikler oluşturmaktadırlar (Şekil 2). Yüksek ya da düşük yükselgenme basamağına sahip geçiş metallerinin yanı sıra bazı 1. ve 2. grup metalleri ile de koordinasyon bileşikleri oluşturabilmektedirler (Hahn ve Jahnke, 2008; Kuhn ve Al-Sheikh, 2005).



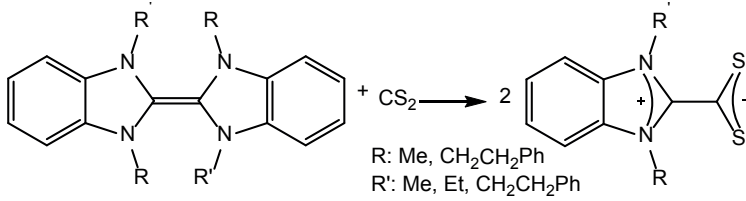
Şekil 2. NHC'ler ve metal kompleksleri

Allen, keten ya da heteroallenlerin NHC'ler ile verdikleri katılma tepkimeleri (Şekil 3) sonucunda betainler oluşmaktadır (Delaude, 2009).



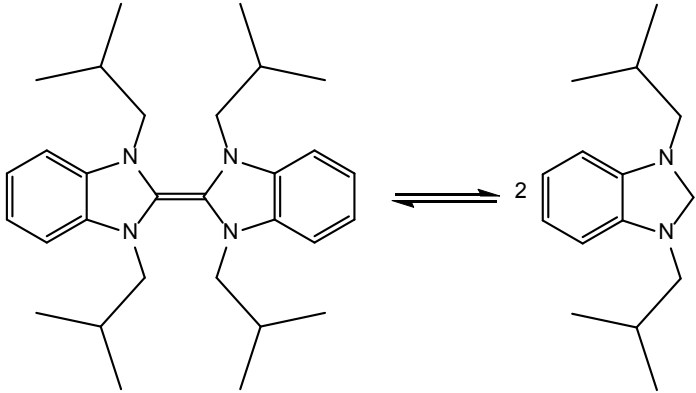
Şekil 3. NHC-betainlerin sentezi

Elektronca zengin olefinler ya da entetraminler çeşitli elektrofiller ile ekzotermik parçalanma reaksiyonları vermektedirler. Elektrofil olarak CS_2 kullanıldığında zwitteriyonik (hem negatif hem de pozitif yük içeren nötral bileşik) kararlı bileşikler elde edilmektedir. Ayrıca simetrik ya da asimetrik benzimidazol türevi elektronca zengin olefinler kullanılarak (Şekil 4) benzimidazolyum-2-ditiyokarboksilat türevleri sentezlenmiştir (Küçükbay vd., 2003).



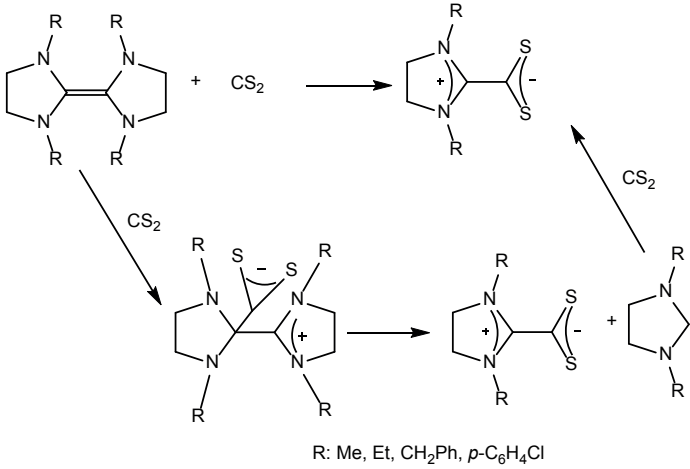
Şekil 4. Simetrik ya da asimetrik benzimidazolyum-2-ditiyokarboksilat sentezi

Bazı entetramin ya da elektronca zengin olefinler çözücü içerisinde NHC ile denge oluşturmaktadırlar (Şekil 5). Bu duruma “Wanzlick dengesi” denir (Böhm ve Herrmann, 2000). Bu denge sayesinde elektronca zengin olefin (NHC dimeri) ortamda karben olarak da bulunacağı için CS_2 ile NHC formunda etkileşebilmektedir.



Şekil 5. Elektronca zengin olefin ve NHC dengesi

Buna ek olarak, elektronca zengin olefinlerin CS_2 ile zwitteriyon oluşturabilmesi için N-heterohalkalı karben formunda olmasına gerek yoktur (Şekil 6). Dimer yapıda da CS_2 ile etkileşerek 2 mol $NHC \cdot CS_2$ betain oluşturabilmektedirler (Krasuski vd., 1982).



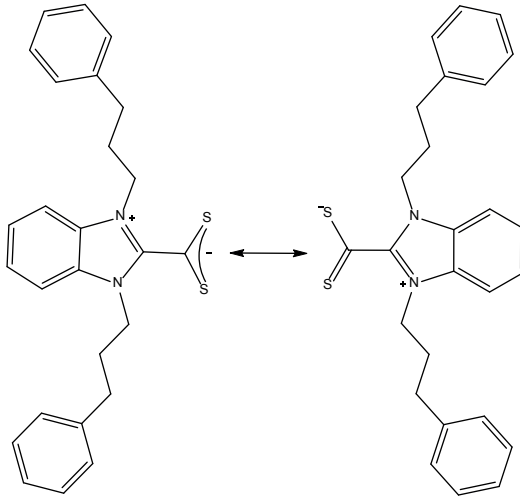
Şekil 6. Elektronca zengin olefin CS₂ etkileşim mekanizması

2. NHC.CS₂ Betain Bileşikleri

N-hetereohalkalı karbenlerin karbon disülfür ile oluşturdukları dipolar yapıdaki bileşiklerdir.

2.1. Yapısal Özellikleri

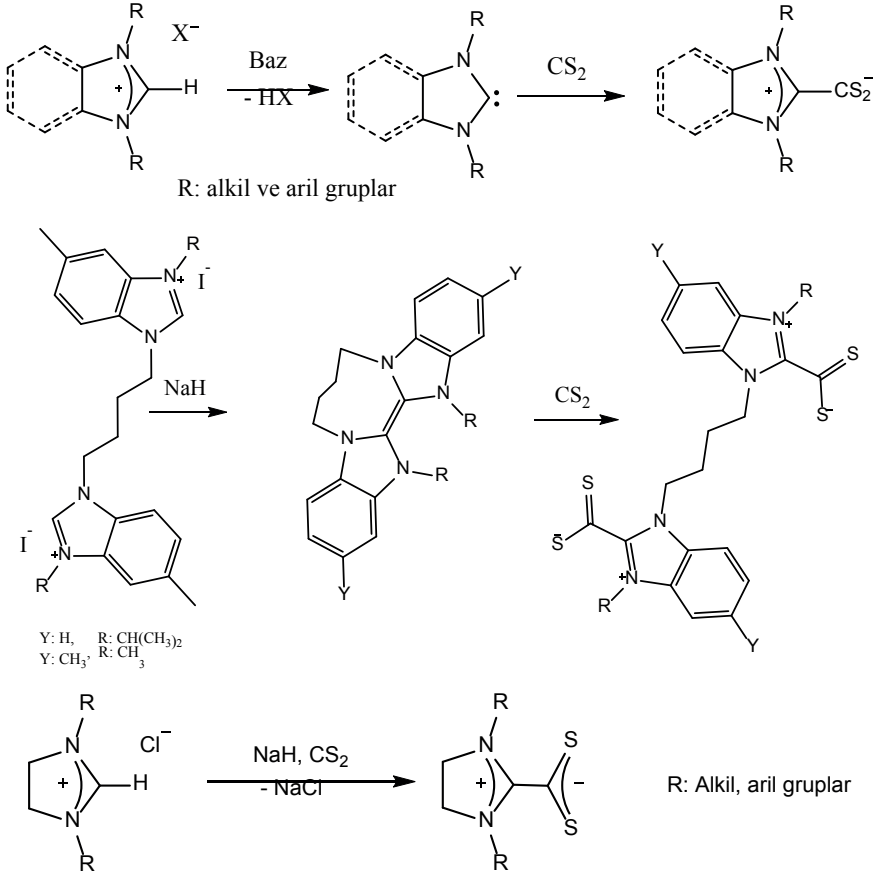
NHC.CS₂ betainler (azolyum-2-ditiyokarboksilatlar) kararlı ve kristallenme eğilimi yüksek olan iyonik bileşiklerdir. Toplamda nötral olsada bileşik kendi içinde negatif ve pozitif yükler içermektedir. NHC.CS₂ bileşiklerinden kükürt atomları üzerine negatif yükün eşit olarak yayıldığı (Şekil 7) ya da negatif yükün tek kükürt atomu üzerinde bulunduğu yapısal olasılıklara dayanan ürünler sentezlenmektedir (Akkurt vd., 2009).



Şekil 7. NHC.CS₂ dipolar bileşiğin kükürt atomları yük dağılımı

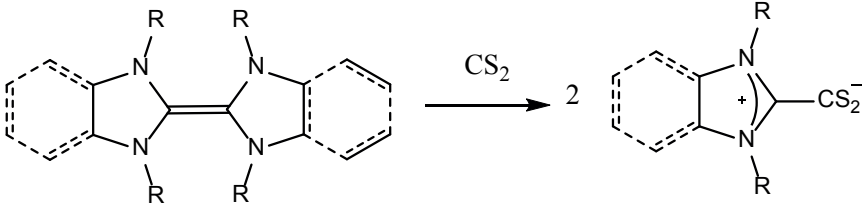
2.2. Sentez Yöntemleri

Azolyum-2-ditiyokarboksilatların sentezi birkaç farklı yöntem kullanılarak gerçekleştirilebilmektedir. Bunlardan birincisi ve kolayca gerçekleştirilebildiği için en çok tercih edileni benzimidazoyum ve imidazol(in)yum halojenürlerin (Şekil 8) güçlü bazlar ile etkileştirilerek NHC oluşturulması ve arkasından CS_2 ile etkileştirilerek *in situ* NHC. CS_2 kararlı zwitteriyonların sentezlenmesidir (Yılmaz ve Küçükbay, 2020, 2018; Delaude vd., 2009).



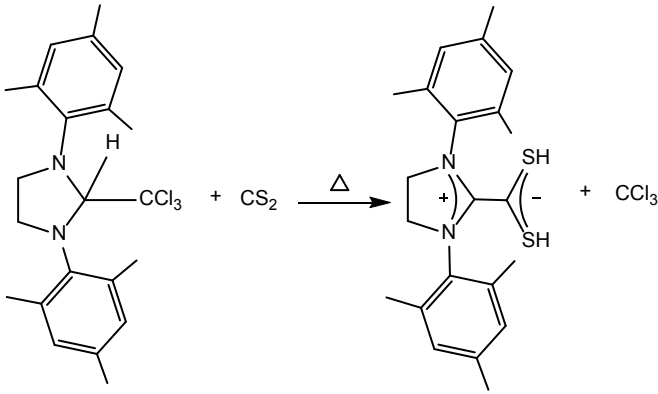
Şekil 8. Benzimidazoyum ve imidazol(in)yum halojenürlerden NHC. CS_2 sentezi

Elektronca zengin olefinlerin (NHC dimeri) karbon disülür ile direkt etkileşiminden (Şekil 9) iki mol NHC. CS_2 dipolar bileşikleri elde edilmektedir (Küçükbay vd., 2003).



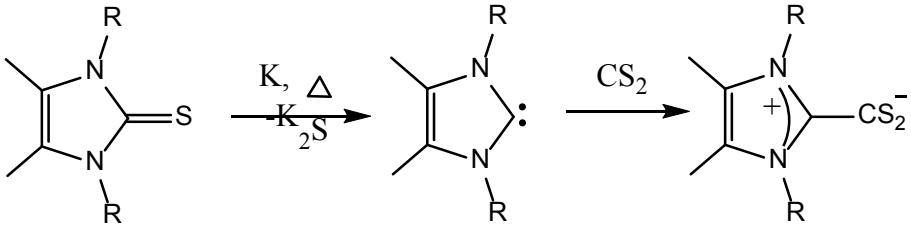
Şekil 9. Elektronca zengin entetraminlerden NHC. CS_2 iç tuz sentezi

Daha az yaygın olan bir metot ise kararlı NHC öncüllerinin NHC. CS_2 zwitteriyonlarının sentezi için kullanılmalarıdır. Bunun için başlangıçta kullanılan kararlı NHC öncülünden kloroform ayrılarak (Şekil 10) yerine ortamda bulunan karbon disülfürün geçmesiyle yani yer değiştirme tepkimesi ile azolyum dithiyokarboksilatlar (NHC. CS_2) elde edilmektedir (Nyce vd., 2004).



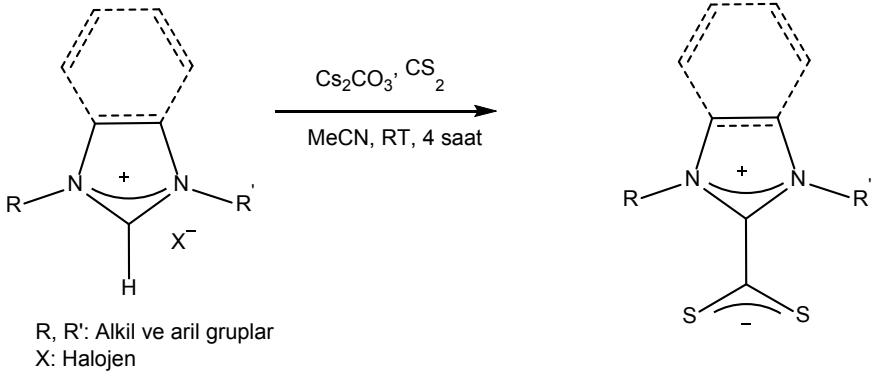
Şekil 10. Kararlı NHC öncüllerinden $CHCl_3$ ve CS_2 yer değiştirme tepkimesiyle NHC. CS_2 sentezi

Halkalı tiyoürelere potasyum ile indirgenmesi sonucunda (Şekil 11) oluşan NHC'nin karbon disülfür varlığında NHC. CS_2 betainlere dönüştürülebilmektedirler (Sereda vd., 2009).



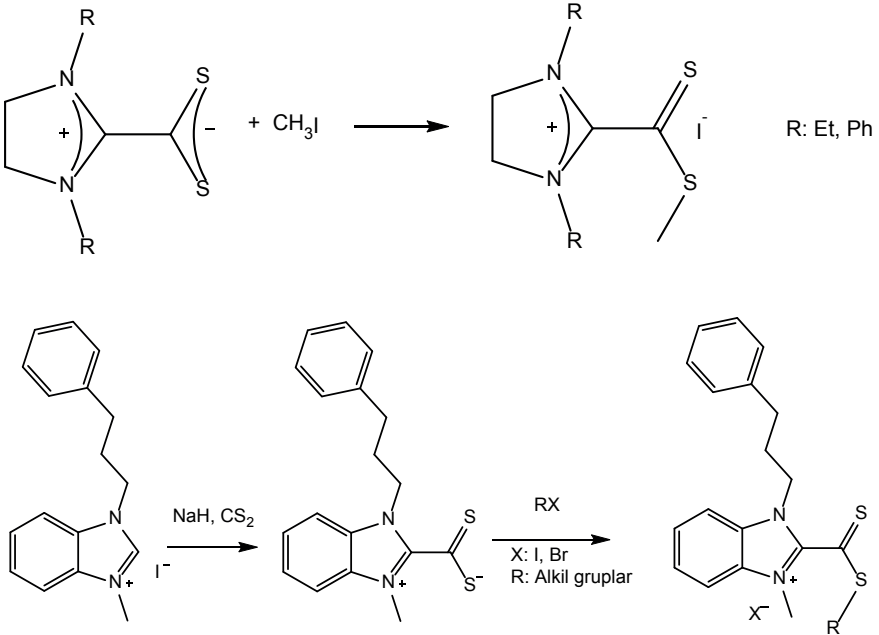
Şekil 11. Halkalı tiyoürelere NHC. CS_2 sentezi

Son zamanlarda gerçekleştirilen bir çalışmada ise azolyum-2-ditiyokarboksilat iç tuzlarının karşılıklı gelen azolyum tuzlarından CS_2CO_3 bazı yanında CS_2 kullanılarak (Şekil 12) kolayca ve oksijenli ortamda yüksek verimler ile elde edildiği kaydedilmiştir (Mazars vd., 2021).

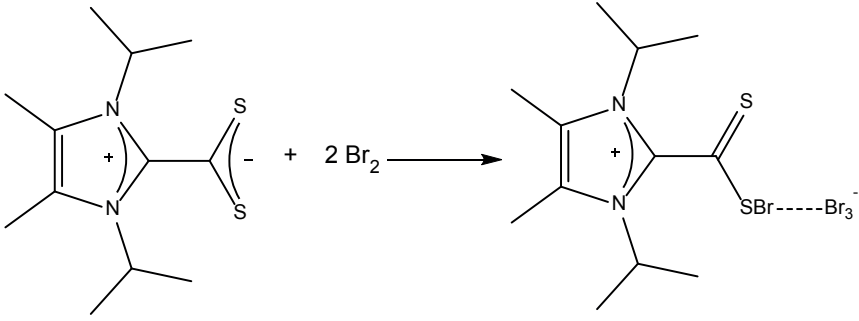
Şekil 12. Cs_2CO_3 varlığında yüksek verimli $NHC \cdot CS_2$ sentezi

3. $NHC \cdot CS_2$ İç Tuzların Tepkimeleri

$NHC \cdot CS_2$ dipolar iyonlar alkil halojenürler ile etkileştirildiklerinde alkil ditiyokarboksilatlar (ditiyoesterler) elde edilmektedir (Şekil 13) (Yılmaz ve Küçükbay, 2020; Winberg ve Coffman, 1965; Schössler ve Regitz, 1974).

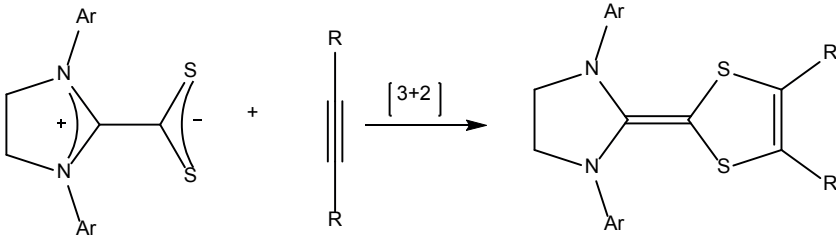
Şekil 13. Alkil halojenürler ve $NHC \cdot CS_2$ iç tuzlardan ditiyoester sentezi

Halojenler ile $NHC \cdot CS_2$ dipolar tuzlarından yüklü reaktif ürünler oluşmaktadır (Şekil 14) (Kuhn vd., 1994).



Şekil 14. Halojen ve NHC. CS_2 iç tuzundan dipolar reaktif sentezi

Elektronca fakir alkinlerin 1,3-diaril betainler ile hızlı bir şekilde reaksiyona girmesi sonucunda yüksek verimler ile [3+2] halkalı katılma ürünleri (Şekil 15) elde edilmiştir (Krasuski vd., 1982).



Ar: aromatik gruplar

R: CO_2Me , CO_2Et , CO_2^tBu , $COPh$

Şekil 15. NHC. CS_2 betainin [3+2] halkalı katılma ürünü

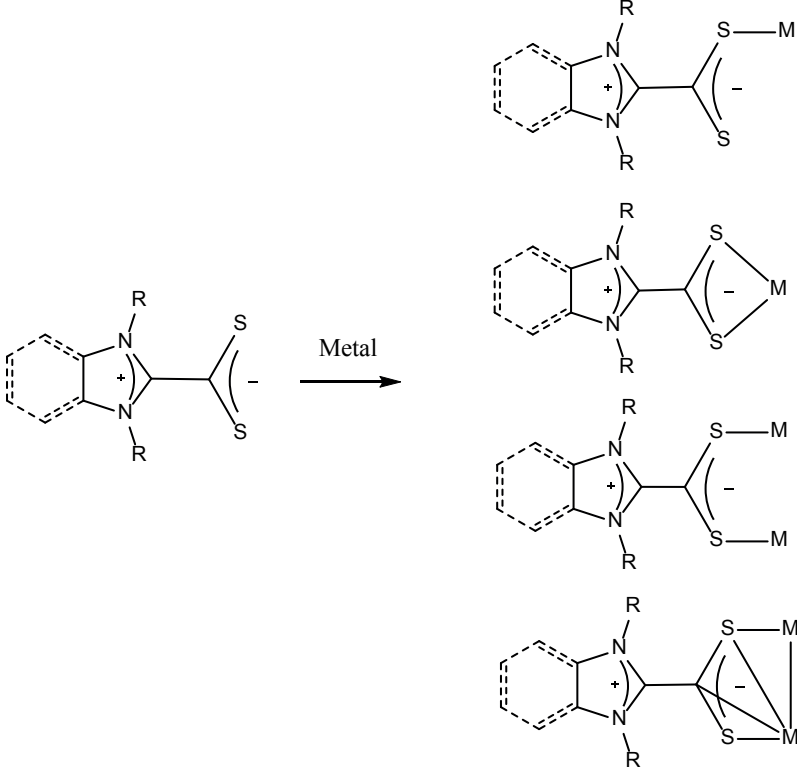
4. NHC. CS_2 Zwitteriyonların Metal Kompleksleri ve Kullanım Alanları

Azolyum-2-ditiyokarboksilatlar (NHC. CS_2) birçok metal ile oldukça zengin koordinasyon bileşiği oluşturma yeteneğine sahiptirler.

4.1. Kompleks Türleri

Winberg ve Coffmann tarafından 1965 yılında yapılan çalışmada ilk defa rapor edilen NHC-betain türevleri özellikle zwitteriyonik ditiyokarboksilatlar başlangıçta çok dikkat çekici sentetik reaktifler değilken sonradan fark edildiği üzere metaller ile (baş grup metalleri ve geçiş metalleri) zengin koordinasyon bileşik oluşturma olasılıkları açısından oldukça dikkat çekmişlerdir. Zwitteriyonik azolyum-2-ditiyokarboksilatlar metaller ile monodentat, şelat bidentat, köprülü bidentat ve bazı metaller için küçük bimetalik kümeler olacak şekilde dört farklı türden (Şekil 16) koordinasyon bileşikleri oluşturmaktadırlar (Mazars vd., 202; Elorriaga vd., 2023; Beltran vd., 2017, i: 6, 28).

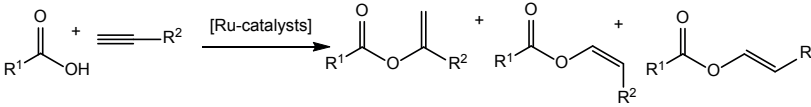
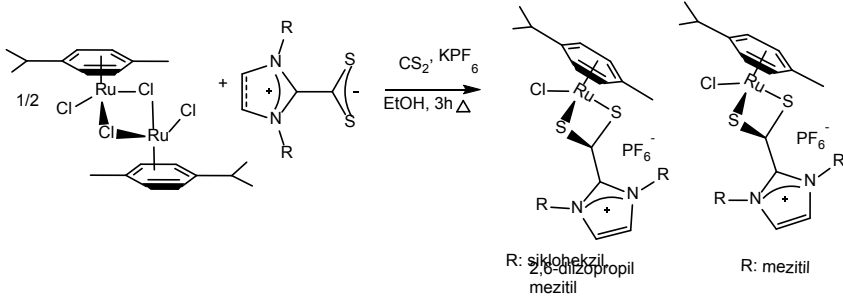
NHC.CS₂ dipolar tuzları ile monodentat kompleks oluşturabilen metaller Au, Zn, Cd, Hg; şelat bidentat kompleks oluşturabilen metaller Mn, Re, Ru, Ni, Pd; köprülü bidentat kompleks oluşturabilen metaller Re, Cu, Ag ve Au metalleridir. Ayrıca Re ve Mn metalleri ile bimetalik kompleks kümeler elde edilmektedir (Elorriaga vd., 2023; Neuba vd., 2015; Ortmeyer vd., 2017).



Şekil 16. NHC.CS₂ betainlerin metaller ile oluşturduğu koordinasyon bileşikleri

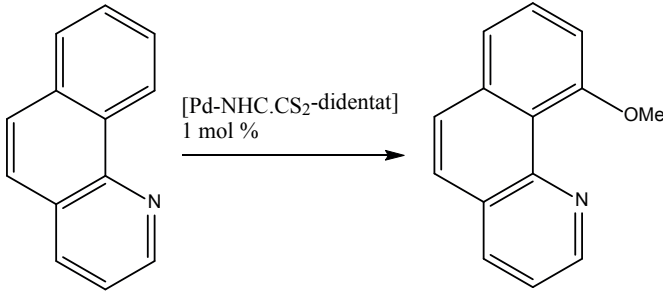
4.2. Metal Komplekslerinin Kullanım Alanları

NHC.CS₂-Metal kompleks bileşiklerinin katalitik aktiviteleri değerlendirilmiştir. İmidazolinyum-2-ditiyokarboksilat ligantlarını taşıyan rutenyum-aren kompleksleri sentezlenerek (Şekil 17) enol esterlerin sentezinde dikkat çeken verimler ile katalizör olarak kullanılmışlardır (Willem vd., 2009).



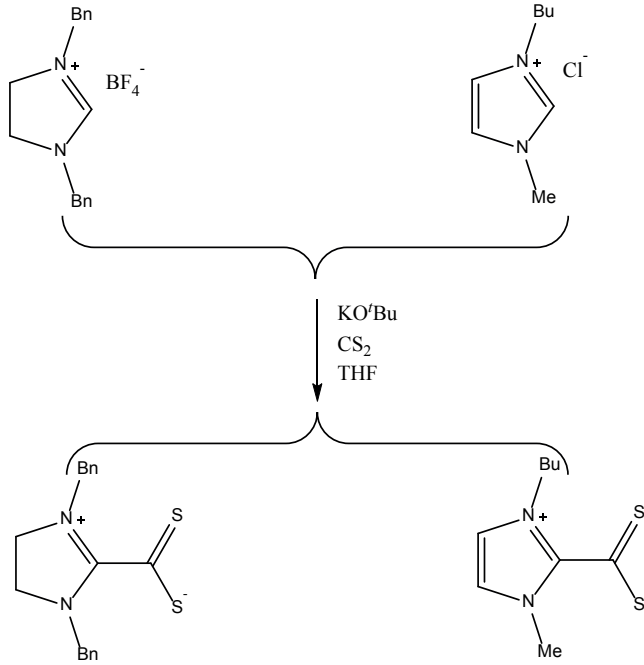
Şekil 17. NHC. CS_2 -Ru-aren komplekslerinin enol ester sentezinde katalizör olarak kullanımı

Pd-NHC. CS_2 bidentat kompleksin katalizör olarak kullanıldığı benzo[h]kinolinin 10-metoksibenzo[h]kinoline dönüşüm (Şekil 18) tepkimesi yüksek verim ile gerçekleştirilmiştir (Champion vd., 2012).



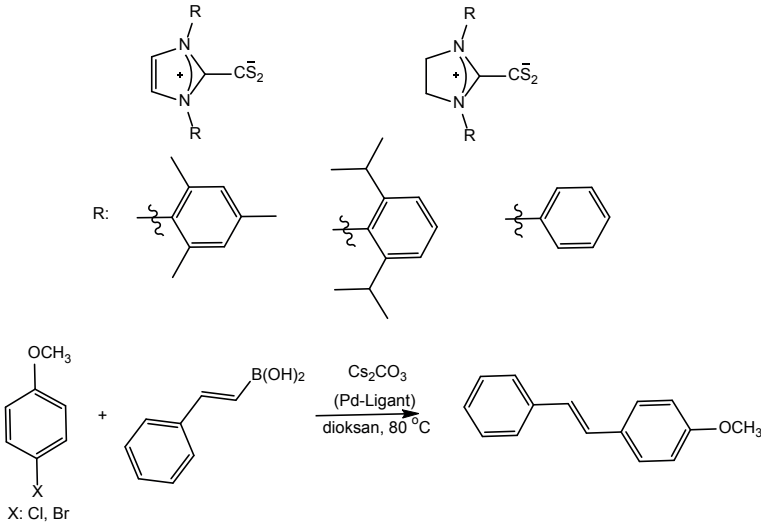
Şekil 18. NHC. CS_2 -Pd kompleksinin kinolin türevi sentezinde katalizör olarak kullanımı

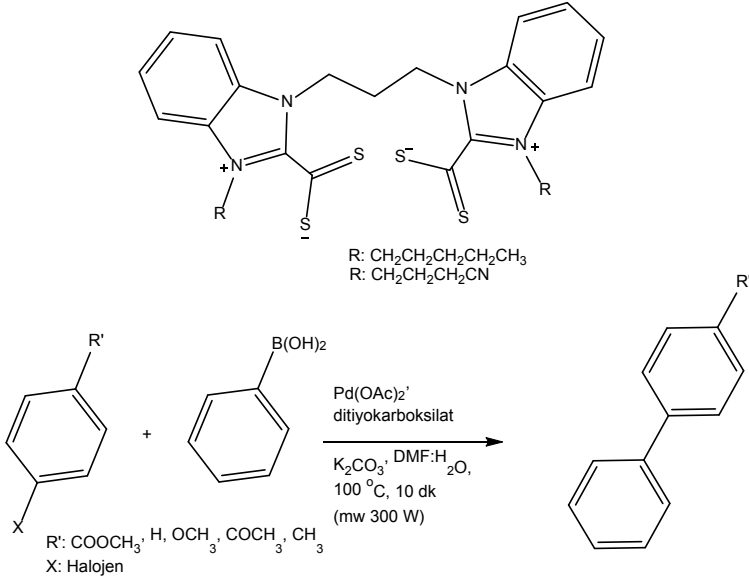
Ayrıca imidazol(in)yum tuzlarından sentezlenen imidazol(in)yum ditiyokarboksilatların Hg(II) ve Ag(I) iyonları için (Şekil 19) sensör olarak kullanılabileceği kaydedilmiştir (Konieczna vd., 2014).



Şekil 19. Hg(II) ve Ag(I) sensörü NHC.CS₂ iç tuzları

NHC.CS₂ metal kompleksleri hakkında yukarıda verilen bilgilerin yanı sıra imidazol(in)yum ve benzimidazolium ditiyokarboksilatların Pd(OAc)₂ varlığında ligant olarak kullanılıp katalitik sistemler oluşturularak (Şekil 20) Suzuki-Miyaura C-C eşleşme tepkimelerini katalizledikleri kaydedilmiştir (Tudose vd., 2006; Yılmaz ve Küçükbay, 2021).





Şekil 20. NHC.CS₂ iç tuzlarının Pd(OAc)₂ katalitik sistemlerinde ligant etkinliği

5. Sonuç

N-heterohalkalı karbenlerin karbon disülfür ile etkileşimi sonucunda elde edilen dipolar iyon (zwitteriyon) ya da diğer adıyla NHC.CS₂ iç tuzu özellikle metal kompleks türü zenginliği açısından son yıllarda oldukça dikkat çekmektedir. Metal komplekslerinin katalizör, sensör ve metal organik yapılarda kullanılabileceği rapor edilmiştir. Bu açıdan ileride yapılacak yeni çalışmalar ile kullanım alanlarının daha da kapsamlı hale geleceğini tahmin etmek zor değildir.

KAYNAKLAR

- Akkurt, M., Yılmaz, Ü., Küçükbay, H., Gençaslan, M., & Büyükgüngör, O. (2009). 1,3-Bis(3-phenylpropyl)-1Hbenzimidazol-3-ium-2-carbodithioate. *Acta crystallographica section E*, 65, o174-o175.
- Beltran, T.F., Zaragoza, G., & Delaude, L. (2017). Mono- and bimetallic manganese-carbonyl complexes and clusters bearing imidazol(in)ium-2-dithiocarboxylate ligands. *Dalton transactions*, 46, 1779-1788.
- Beltran, T.F., Zaragoza, G., & Delaude, L. (2017). Synthesis and complexation of superbulky imidazolium-2-dithiocarboxylate ligands. *Dalton transactions*, 46, 9036-9048.
- Bourrisou, D., Guerret, O., Gabbai, F.P., & G. Bertrand (2000). Stable Carbenes. *Chemical reviews*, 100, 39-92.
- Champion, M.J.D., Solanki, R., Delaude, L., White, A.J.P., & Wilton-Ely, J.D.E.T. (2012). Synthesis and catalytic application of palladium imidazol(in)ium-2-dithiocarboxylate complexes. *Dalton transactions*, 41, 12386-394.
- Delaude, L. (2009). Betaine Adducts of N-Heterocyclic Carbenes: Synthesis, Properties, and Reactivity. *European journal of inorganic chemistry*, 1681-1699.
- Delaude, L., Demonceau, A., & Wouters, J. (2009). Assessing the Potential of Zwitterionic NHC-CS₂ Adducts for Probing the Stereoelectronic Parameters of N-Heterocyclic Carbenes. *European journal of inorganic chemistry*, 1882-1891.
- Ekkehardt, F., Wittenbecher, L., Le Van, D., & Fröhlich, R. (2000). Evidence for an Equilibrium between an N-heterocyclic Carbene and Its Dimer in Solution. *Angewandte chemie international edition*, 39, 541-544.
- Elorriaga, D., Parra-Cadenas, B., Pérez-Ramos, P., Soengas, R.G., Carrillo-Hermosilla, F., & Rodríguez-Solla, H. (2023). Imidazol(in)ium-2-Thiocarboxylate Zwitterion Ligands: Structural Aspects in Coordination Complexes. *Crystals*, 13, 1304, 1-17.
- Enders, D., Niemeier, O., Henseler, A. (2007). Organocatalysis by N-Heterocyclic Carbenes. *Chemical reviews*, 107, 5606-5655.
- Hahn, F.E., & Jahnke, M.C. (2008). Heterocyclic Carbenes: Synthesis and Coordination Chemistry. *Angewandte chemie international edition*, 47, 3122-3172.
- Herrmann, W.A. (2002). N-Heterocyclic Carbenes: A New Concept in Organometallic Catalysis *Angewandte chemie international edition*, 41, 1290-1309.
- Konieczna, D.D., Blanrue, A., & Wilhelm, R. (2014). Investigation of Imidazol(in)ium-dithiocarboxylates as Sensors for the Detection of Mercury(II) and Silver(I) Ions. *Zeitschrift für Naturforschung*, 69b, 596-604.
- Krasuski, W., Nikolaus, D., & Regitz, M. (1982). CS₂-Dipole aus elektronenreichen Olefinen - Herstellung und Cycloadditionsreaktionen. *Liebigs Annalen der Chemie*, 1451-1465.
- Kuhn, N., & Al-Sheikh, A. (2005). 2,3-Dihydroimidazol-2-ylidenes and their main group element chemistry. *Coordination chemistry reviews*, 249, 829-857.

- Kuhn, N., Bohnen, H., & Henkel, G. (1994) *Zeitschrift für Naturforschung B*, 49, 1473-1480.
- Küçükbay, H., Durmaz, R., Orhan, E., & Günal, S. (2003). Synthesis, antibacterial and antifungal activities of electron-rich olefins derived benzimidazole compounds. *Farmaco* 2003, 58, 431-437.
- Mazars, F., Hrubaru, M., Tumanov, N., Wouters, J., & Delaude, L. (2021). Synthesis of Azolium-2-dithiocarboxylate Zwitterions under Mild, Aerobic Conditions. *European journal of organic chemistry*, 2025-2033.
- Nair, V., Bindu, S., & Sreekumar, V. (2004). N-Heterocyclic Carbenes: Reagents, Not Just Ligands!. *Angewandte chemie international edition*, 43, 5130-5135.
- Neuba, A., Ortmeier, J., Konieczna, D.D., Weigel, G., Flörke, U., Henkel, G., & Wilhelm, R. (2015). Synthesis of new copper(I) based linear 1-D-coordination polymers with neutral imidazolium-dithiocarboxylate ligands. *RSC advances*, 5, 9217-9220.
- Nyce, G.W., Csihony, S., Waymouth, R.M., & Hedrick, J.L. (2004). A General and Versatile Approach to Thermally Generated N-Heterocyclic Carbenes. *Chemistry: A European Journal*, 10, 4073-4079.
- Ortmeier, J., Flörke, U., Henkel, G., Wilhelm, R., & Neuba, A. (2017). A Sophisticated Approach towards a New Class of Copper(I)- Sulfur Cluster Complexes with Imidazolium-Dithiocarboxylate Ligands. *European journal of inorganic chemistry*, 3191-3197.
- Schössler, W., & Regitz, M. (1974). Stabile Dipole aus 1,1',3,3'-Tetraphenyl-2,2'-bimidazolindinyliden und Acyliso- bzw. Acylisothiocyanaten. *Chemische berichte*, 107, 1931-1948.
- Tudose, A., Delaude, L., Andre, B., & Demonceau, A. (2006). Imidazol(in)ium carboxylates as N-heterocyclic carbene ligand precursors for Suzuki-Miyaura reactions. *Tetrahedron Letters*, 47, 8529-8533.
- Willem, Q., Nicks, F., Sauvage, X., Delaude, L., & Demonceau, A. (2009). Ruthenium-arene complexes bearing imidazol(in)ium-2-dithiocarboxylate ligands: Evaluation of their catalytic activity in the synthesis of enol esters. *Journal of Organometallic Chemistry*, 4049-4055.
- Winberg, H.E., & Coffman, D.D. (1965). Chemistry of Peraminoethylenes. *Journal of american chemical society*, 87, 2776-2777.
- Yılmaz, Ü., & Küçükbay, H. (2018). Synthesis and Structural Characterization of New Benzimidazole Compounds Derived from Electron-Rich Olefins Bearing 1,4-Bisbenzimidazole with CS₂, PhNCS, and Chalcogens. *Journal of the Turkish chemical society section A*, 5(3), 1037-1042.
- Yılmaz, Ü., & Küçükbay, H. (2020). Synthesis and spectral characterization of new benzimidazolium compounds containing sulfur. *Phosphorus, sulfur, and silicon and the related elements*, 195(7), 580-585.
- Yılmaz, Ü., & Küçükbay, H. (2021). Effects of new NHC derivatives as ligands in the Suzuki-Miyaura reaction. *Synthetic communications*, 51, 1184-1196.



Bölüm 5

PESTİSİTLERİN SINIFLANDIRILMASI VE EKSTRAKSİYON YÖNTEMLERİ

Yasin YAKAR¹

¹ Dr. Öğr. Üyesi, Harran Üniversitesi, Organize Sanayi Bölgesi Meslek Yüksekokulu
Şanlıurfa ORCID ID: 0000-0003-3297-3379, yasiinyakar@harran.edu.tr

1. GİRİŞ

Dünya nüfusunun 2050 yılına kadar yaklaşık 10 milyar olacağı tahmin edilmektedir. Bu durum gıdaya olan talebin artmasında en önemli etkenlerden biri olacaktır. Dünya nüfusunun artmasıyla birlikte gıda üretimi ve güvenliği konuları giderek daha fazla önem kazanmaktadır (Ünal, 2020; Wahab et al., 2022). Artan nüfusun gıda talebine bağlı olarak artan dünya çapındaki gıda arzını garanti altına almak için pestisitlerin tarımda kullanılması artık bir zorunluluktur (Alcântara et al., 2019). Pestisitler, modern tarımsal gıda endüstrisi sektörünün vazgeçilmez bir parçasıdır. Bunlar, ürün ve geliri olumlu yönde etkileyerek tarım sektöründe devrim yaratan gübrelerden sonra insan yapımı kimyasalların ikinci büyük sınıfını temsil etmektedir (Lawal, Wong, Tan, Abdulra'Uf, & Alsharif, 2018) the residual deposits of pesticides in these products are becoming a major health concern for human consumption. Consequently, the outcome of the long-term accumulation of pesticide residues has posed many health issues to both humans and animals in the environment. However, the residues have previously been determined using conventionally known techniques, which include liquid-liquid extraction, solid-phase extraction (SPE).

Günümüzde pestisitler çoğunlukla daha yüksek verim sağlayan tarımsal ürünleri yetiştirmek için kullanılmaktadır. Pestisitler genellikle bitkileri böcekler, yabancı otlar, kemirgenler veya mantarlar dahil olmak üzere zararlı organizma ve haşerelerden korumak için uygulanır. Bazı pestisitler çevreyle temas ettiğinde metabolize olur, ancak bazıları kalıntı olarak kalır. Bununla birlikte, kullanımları doğal toksisiteleri nedeniyle çevre ve biyoçeşitlilik için uzun vadeli tehlikelere yol açabilir (Sulaiman, Rovina, & Joseph, 2019).

Gıda ve Tarım Örgütü (FAO) pestisitleri “İnsan veya hayvanlarda oluşabilecek hastalıkları taşıyıcı; gıdaların, tarımsal ürünlerin, ahşap ve ahşap ürünlerinin veya hayvan yemlerinin üretimi, işlenmesi, taşınması, depolanması ve/veya pazarlanması sırasında bu uygulamaları olumsuz etkileyecek her türlü zararlının önlenmesi, yok edilmesi veya kontrol altına alınması amacıyla veya hayvanlar üzerinde veya vücutlarında bulunabilecek zararlıların kontrol altına alınması amacıyla kullanılan maddelerdir. Bu tanım, ayrıca bitki büyümesini düzenleyici, yaprak dökücü, kurutucu veya meyve seyreltici veya ham meyvelerin dökülmesini önleyici etkenleri ve depolanma ve taşınma sırasında ticari malların bozulmasını önlemek amacıyla hasat öncesi ve sonrası ürüne uygulanan maddeleri de kapsamaktadır” şeklinde tanımlamaktadır (Altıkat et al., 2009).

Bu gibi özellikleri nedeniyle pestisitler, üretimi ve ekonomiyi teşvik etmek için tarım, bahçecilik, su ürünleri yetiştiriciliği vb. alanlarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Pestisitlerin yaygın olarak kullanımı, biyoakümülyasyon nedeniyle çevrede kalıcı olmalarına neden olmaktadır. Bu da bir başka ciddi sağlık

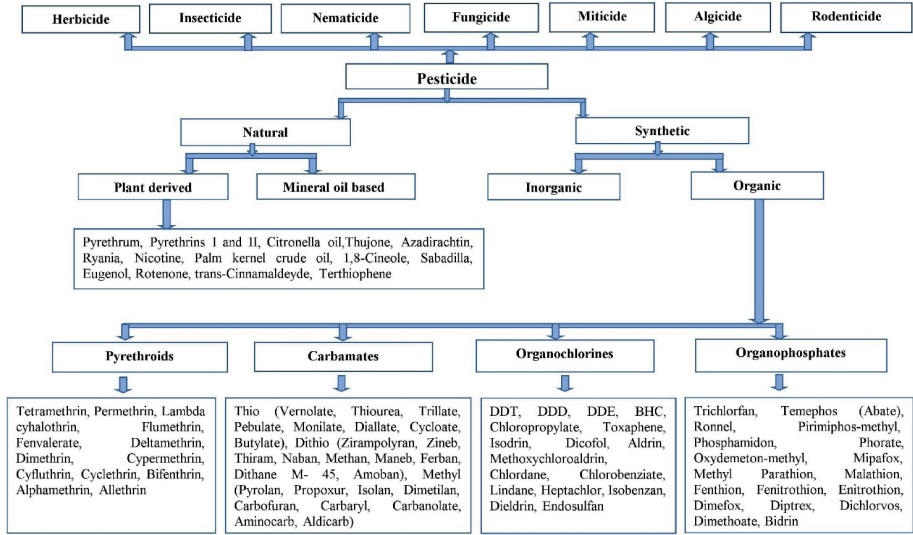
sorununa yol açmıştır. Çeşitli çalışmalar pestisitlerin insan sağlığı üzerindeki olumsuz etkilerini doğrulamaktadır (Kaur et al., 2021). Uzun süreli pestisit maruziyeti nörolojik bozukluklar, depresyon, diyabet ve rinit gibi sağlık sorunlarına neden olur. Kalıntı analizi, gıda kalitesine ilişkin bir ölçüm sağlamanın yanı sıra, potansiyel sağlık sorunlarını belirlemek ve önlemek ve çevredeki kimyasal kirliliğin miktarını ve kalıcılığını saptamak için de kullanılabilir (Narrenderan et al., 2020; Wahab et al., 2022).

Gıda numunelerinde pestisit kalıntıları, dünya çapında çeşitli yasal otoriteler tarafından düzenlenmiş olsa da küresel olarak uyumlu hale getirilmiş ortak bir mevzuat bulunmamaktadır. Avrupa Birliği (AB) ülkelerinde pestisitler için MRL değerleri 23/2/2005 tarihli ve 396/2005 sayılı “Bitkisel ve Hayvansal Gıdalardaki Pestisitlerin Maksimum Kalıntı Limitleri Hakkında Avrupa Parlamentosu ve Konsey Tüzüğü”nde belirlenmiştir. Ülkemizde ise bu tüzük temel alınarak “Türk Gıda Kodeksi Pestisitlerin Maksimum Kalıntı Limitleri Yönetmeliği” hazırlanmıştır. Bu yönetmeliğin son güncel hali 27 Eylül 2021 tarihinde yürürlüğe girmiştir (Resmî Gazete, 2021).

Pestisit kalıntılarının analizi sadece insan sağlığının korunması için değil, aynı zamanda ticaret ve resmi kontrol amaçları için de temel bir aracı temsil etmektedir. Bu bileşiklerin eser seviyelerde çoklu kalıntı analizi 70’li yıllardan beri yapılmasına rağmen, farklı kimyasal sınıflar karmaşık matrislerde düşük konsantrasyonlarda bulunduğu pestisitlerin analizi hala bir zorluk olmaya devam etmektedir. Bu nedenle, daha yüksek geri kazanım ve daha düşük tespit limitleri ile çoklu kalıntı analitik yöntemlerinin geliştirilmesine devam edilmesi ve bunlara en son yeniliklerin dahil edilmesi gerekmektedir (Masiá, Blasco, & Picó, 2014).

2. PESTİSİTLERİN SINIFLANDIRILMASI

Pestisitler, çeşitli etki mekanizmaları ve kullanımları olan çok çeşitli kimyasal yapılara sahiptir. Şu anda, 100’den fazla sınıfa ait 800’den fazla aktif bileşen, ticari olarak erişilebilen geniş bir ürün yelpazesinde mevcuttur (Song et al., 2022). Toksikite, kullanım, çevresel stabilite ve kimyasal yapılar gibi değişen özelliklere göre sınıflandırılabilirler (Şekil 1). Genel olarak, pestisitlerin sınıflandırılmasında üç ana grubu en yaygın olarak kullanılanlar oluşturmaktadır. Bunlardan herbisitler, istenmeyen bitki büyümesini kontrol etmek veya yabancı otları öldürmek için kullanılan maddelerdir. İnsektisitler, istilacı böcekleri yok etmek için kullanılan böcek öldürücülerdir. Fungusitler ise mantarların çoğalmasını kontrol etmek için kullanılmaktadır (Nasiri et al., 2020).



Şekil 1. Pestisitlerin farklı şekillerde sınıflandırılması, (Pathak et al., 2022)

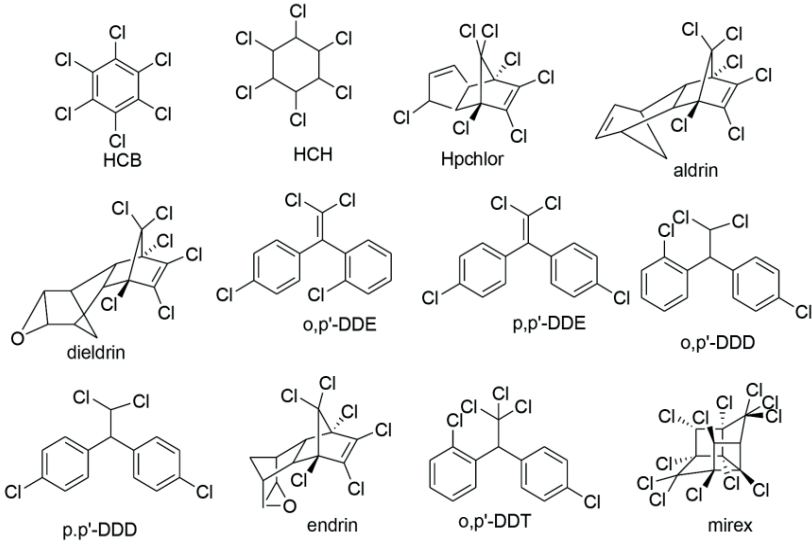
Pestisitlerin sınıflandırılması oldukça karmaşıktır. Pestisitler, insektisitler, fungusitler, kemirgen öldürücüler, fumigantlar ve böcek kovucular gibi sınıfları içerebilen kolektif bir terim olabilir. Tüm bu gruplar, fiziksel ve kimyasal özelliklerinin yanı sıra aktivite tarzları bakımından da büyük ölçüde farklılık gösterebilir. Bunun yanı sıra, daha geniş organik ve inorganik sınıf kategorilerine de sınıflandırılabilir. Pestisitlerin ana yapısında bulunan fonksiyonel gruba bağlı olarak organofosfor, organoklor, karbamat ve piretroid alt grupları olarak da sınıflandırılabilir. (Hassaan & El Nembr, 2020; Pathak et al., 2022; Sur & Sathiavelu, 2022) herbicides (weeds).

2.1. Organoklorlu pestisitler (OKP)

Organoklorlu pestisitler karbon, hidrojen ve klor içeren; beyaz renkli, kristal yapıda, yarı uçucu ve apolar olan bileşiklerdir. Geçmişte OKP'ler sıtma ve tifüsün kontrolünde kullanılmış olsa da günümüzde gelişmiş ülkelerin büyük çoğunluğunda yasaklanmıştır. Hedefleri çeşitlilik gösterse de genellikle böcekler, bakterilere, mantarlara ve yabancı otlara karşı kullanılırlar. Bu grup pestisitler lindan, klordan, heptaklor, endosülfan ve aldrin örnek verilebilir (Ünal, 2020).

OKP'ler çevrede oldukça kalıcı olan ve yağ dokusunda birikme potansiyeline sahip kararlı kimyasallardır. İnsanlarda, bu bileşikler veya metabolitleri çoğunlukla merkezi sinir sistemi düzeyinde çalışarak enzimatik sinir membranlarını ve elektrofizyolojik özellikleri değiştirir, bu da sinir hücresi membranından K^+ ve Na^+ akışının kinetiğinde değişikliklere yol açar ve akut zehirlenme sonucu ölüm ve apneden kaynaklanan nöbetler gibi semptomlara neden olabilir. Yapısal olarak OKP'ler beş sınıfa ayrılır: (1) DDT ve analogları

(2) heksaklorosikloheksan (HCH) yapısında olanlar, (3) siklodienler; (4) toksafen ve (5) mireks ve klordekon. Şekil 2'de bazı OKP'ler açık formülleriyle gösterilmiştir.



Şekil 2. Bazı önemli OKP'ler (Gakuba, Moodley, Ndungu, & Birungi, 2018)

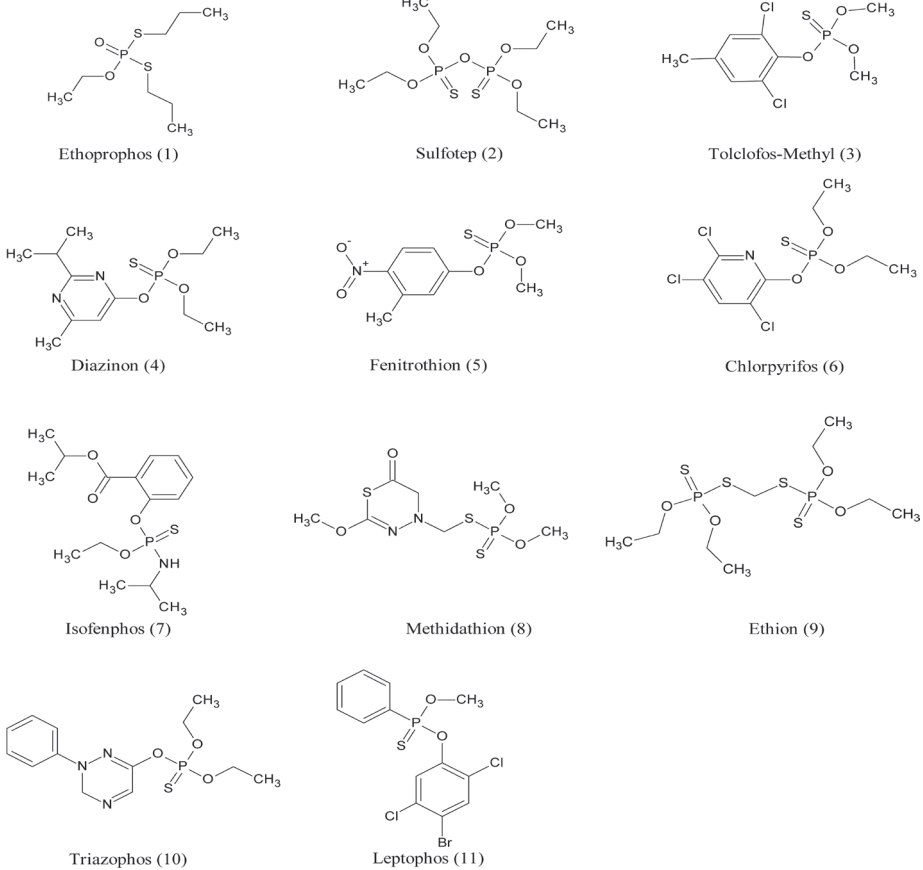
Çoğu OKP'in akut toksisitesi genellikle çevresel olarak gerçekçi kabul edilenlerden daha yüksek konsantrasyonlarda meydana gelir, dolayısıyla doğal koşullar altında ölüm yavaş olabilir ve sıklıkla genel bir tükenme veya kronik hastalık olarak görülür. Çoğu OKP'in lipofilik ve kalıcı doğası, yağ dokusunda uzun süreli depolamaya ve ardından zorlu çevre koşulları sırasında dolaşım sistemine salınmasına neden olabilir. Bu, ilk maruziyet anından etkilerin başlangıcına kadar gecikmelere neden olabilir. DDT insan vücudunda 50 yıl veya daha uzun süre kalabilmektedir (Hassaan & El Nemr, 2020).

2.2. Organofosfatlı pestisitler (OFP)

Fosforik asitten türetilen bazı esterler organofosfatlı pestisitler olarak bilinir. Tarımda ve evler gibi kapalı alanlarda zararlıları kontrol etmek için genellikle böcek öldürücü olarak kullanılırlar. Yaygın kullanımları, bilinen toksisite ve kalıcılıkları nedeniyle organoklorinlerin yasaklanmasından sonra başlamıştır. Organofosfatlı pestisitlerin en yaygın olarak kullanılanları klorpirifos, diazinon, malatyon, paratyon ve phorate pestisitleridir (Ünal, 2020). Şekil 3'de yaygın olarak kullanılan bazı OFP'ler verilmiştir.

Bu esterler insanlarda merkezi sinir sistemi üzerinde asetilkolin enzimini bloke ederek çalışmaktadır. Bu enzim, enzimin aktif bölgesindeki OH grubunun fosforilasyonu yoluyla sinir uyarısını bozan nörotransmitter asetilkolinesterazın miktarını ve seviyelerini yönetir (Vale & Lotti, 2015).

Zehirlenme belirtileri koma, baş dönmesi, mide bulantısı, baş ağrısı, kramplar, kasılmalar, reaksiyon kaybı ve hatta ölümdür (Sogorb & Vilanova, 2002).



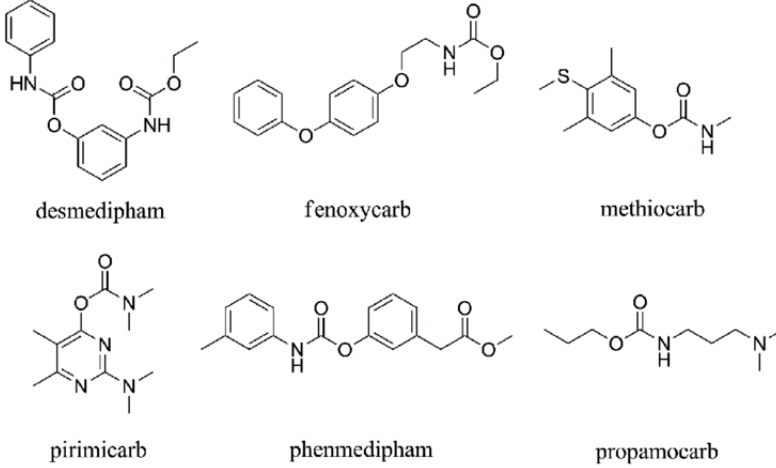
Şekil 3. Yaygın olarak kullanılan bazı OFP'ler (Sapahin, Makahleh, & Saad, 2019) ethoprophos, sulfotep, diazinon, tolclofos-methyl, fenitrothion, chlorpyrifos, isofenphos, methidathion, ethion, triazophos, leptophos

2.3. Karbamatlar

Karbamat bileşikleri, yaygın olarak insektisit olarak kullanılan karbamik asit esterleridir. Bu bileşiklere N-metilkarbamatlar denir. Karbamik asit, tiyokarbamik asit ve ditiyokarbamik asit türevleri herbisit olarak kullanılır ve istenmeyen bitkilerin filizlenmesini önlerler. Genelde sprey şeklinde veya yem şeklinde kullanılırlar (Manap, Güneç, & Doğanç, 2023).

Dimetil N-metil karbamik asitten türetilen bazı organik ester bileşikler, herbisitler, insektisitler, nematisitler ve fungusitler olarak kullanılır ve karbamatlar olarak adlandırılır. Tiyobenkarb, propoksür, molinat, disülfiram, piridostigmin, metiyokarb ve karbaril örnek verilebilir. Organofosforlu pestisitler gibi, karbamatlı pestisitler de sinir iletimini engelleyerek böceklerin

kas kasılmalarını kontrol edememelerine ve ölümüne yol açan asetilkolinesteraz adı verilen bir enzimi inhibe ederler. Bu etki genellikle geri dönüşümlüdür. Bazı kimyasallar ise böceklerin besinler aracılığıyla zehirlenmesine neden olabilir. İlaç böcekler tarafından alındığında iç organlarına yayılır ve ölüme sebep olabilir (Altun ve Arslan, 2023). Şekil 4'de bazı karbamatlı pestisitler verilmiştir.



Şekil 4. Bazı önemli karbamatlı pestisitler (Vlček & Pohanka, 2012)

2.4. Piretroid pestisitler

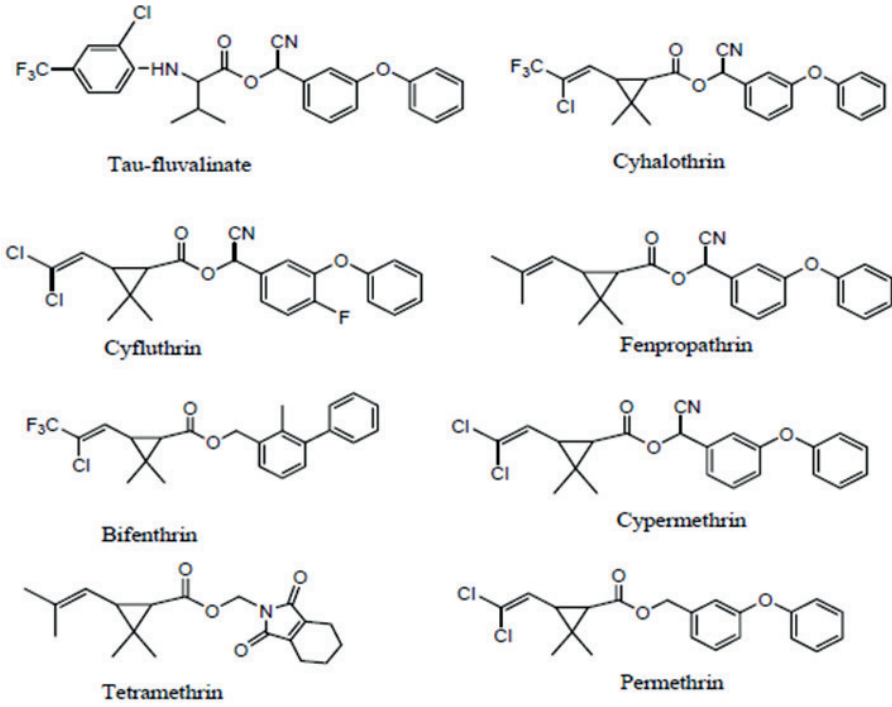
Piretroid pestisitleri, doğal pestisit olarak krizantem çiçeklerinden elde edilen pirentinlerin modifikasyonundan türetilen sentetik kimyasallar içerir (Yao et al., 2020). Merkezi sinir sistemi üzerine etki ederek sinir hücresi zarındaki sodyum katyon kanallarının dinamiklerinde dalgalanmalara neden olur, bu da sodyum kanallarının açılma süresinin artmasına neden olur. Sodyum akışı hem omurgalılarda hem de böceklerde zar boyunca meydana gelir (Hassaan & El Nemr, 2020).

Piretroidler, suda neredeyse çözünmeyen, lipofilik bileşikler olup bir asit kısmı, bir merkezi ester bağı ve bir alkol kısmı içerirler. Bu bileşikler, hızlı etki gösterirler, yüksek düzeyde böcek öldürücü etkiye sahiptirler ve düşük memeli toksisitesi sebebiyle birçok zararlı eklembacaklı türün kontrolü amacıyla kullanılırlar (Güntay et al., 2021).

3. EKSTRAKSİYON YÖNTEMLERİ

Laboratuvarlarda pestisitlerin ekstraksiyonu için genel kabul görmüş, standart bir yöntem bulunmamaktadır. Ayrıca, ekstraksiyon prosedürü, matrikslerden istenen analitin salınmasını içeren ortak bir yol izler, ardından analitik prosedürde potansiyel girişim ko-ekstraktlarının büyük kısmının fiziksel veya kimyasal yöntemlerle (katı-sıvı veya sıvı-sıvı ekstraksiyonu)

uzaklaştırıldığı adım veya adımlar dizisini ifade eden bir temizleme işlemi gelir. Ekstraksiyon prosedürü başlangıçta alt numunelerin hazırlanmasıyla ilgilidir. Başlangıç malzemesi, temizlendikten sonra bir karıştırıcı ile homojenize edilen 0,5-2 kg'lık numunelerden oluşur. Homojenize edilmiş 0,5 ila 100 g arasında değişen alt numuneler daha ileri ekstraksiyon için alınır. Meyve ve sebzelerdeki pestisit kalıntılarını analiz etmek için en yaygın kullanılan çözücülerden bazıları asetonitril, etil asetat, diklorometan, metanol ve toluendir. Bazı durumlarda, yöntemlerin geri kazanımını iyileştirmek için çözücülerin karışımları kullanılır. Buna ek olarak, sodyum hidroksit ve asetik asit gibi maddeler matrisleri nötralize etmek ve dolayısıyla daha iyi geri kazanım sağlamak için kullanılır (Narendran et al., 2020).

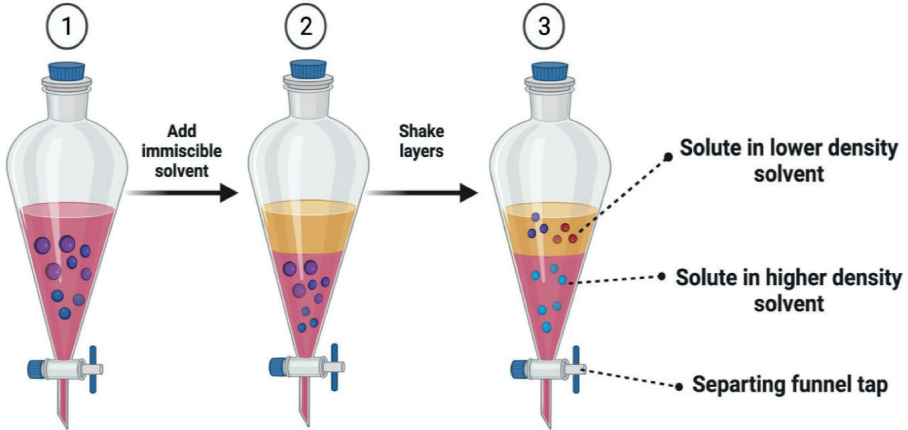


Şekil 5. Bazı önemli piretroid pestisitler (Wu et al., 2019)

Son 40 yılda, pestisitleri gıdalardan ekstrakte etmek için çeşitli numune hazırlama metodolojileri geliştirilmiştir. Bu yöntem veya teknikler sıvı-sıvı ekstraksiyonu (LLE), katı faz ekstraksiyonu (SPE), katı faz mikro-ekstraksiyonu (SPME), dispersif sıvı-sıvı mikro-ekstraksiyonu (DLLME), tek damla mikro-ekstraksiyonu (SDME), içi boş fiber-sıvı faz mikro-ekstraksiyonu (HF-LPME), sürekli akış mikro-ekstraksiyonu (CFME) ve QuEChERS (hızlı, kolay, ucuz, etkili, sağlam ve güvenli) yöntemidir. Başlangıçta, QuEChERS yaklaşımı meyve ve sebzelerden pestisit kalıntılarının geri kazanılması için geliştirilmiştir, ancak farklı matrislerden analitlerin kapsamlı izolasyonunda hızla popülerlik kazanmıştır.

3.1. Sıvı-Sıvı Ekstraksiyonu (LLE)

Sıvı-sıvı ekstraksiyonu (LLE), çok çeşitli lipofilik bileşikler zenginleştirme olmadan veya sınırlı zenginleştirme ile ekstrakte edebilen bir prosedür olarak bilinir (Farajzadeh, Khoshmaram, & Nabil, 2014). Solvent ekstraksiyonu ve partiyonlama olarak da adlandırılan LLE, bileşiklerin öncelikle istisnai karışmayan sıvılardaki bağlı çözünürlüklerine göre ayrılmasını gerektirir. LLE, pestisitlerin ekstraksiyonu için güvenilir, uyarlanabilir ve cihazların çoğuyla uyumlu olan en eski ve iyi kurgulanmış yöntemlerden biridir (Shin et al., 2022) the Food Code of Korea adopted a multi-class multi-residue pesticide analysis method, which employed liquid-liquid extraction (LLE. LLE için hekzan, asetonitril ve gıda matrislerinden pestisitlerin ekstraksiyonu için en yaygın kullanılan orta polariteli çözücülerden biri olan etil asetat gibi farklı ekstraksiyon çözücülerini kullanılmaktadır (Narendaran et al., 2020). LLE işlem basamakları Şekil 6'da verilmiştir.

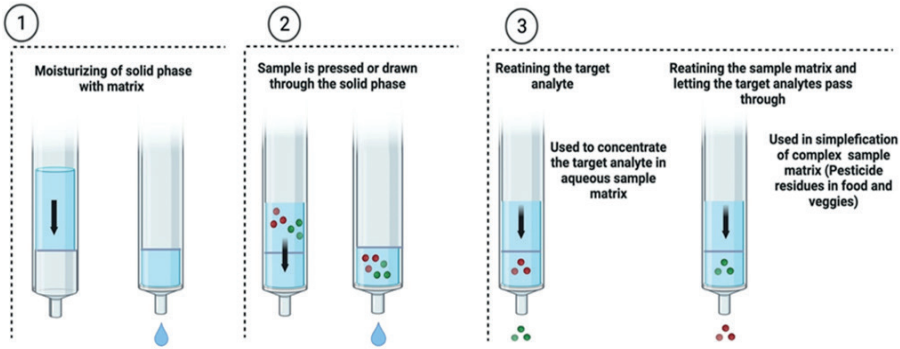


Şekil 6. LLE işlem basamakları (Wahab et al., 2022)

Ayırma ve miktar belirlemedeki önemli gelişmelere rağmen, geleneksel LLE rutin numune hazırlamada hala en popüler prosedürler arasındadır. LLE, sadece basitliği, sağlamlığı, minimum operatör eğitimi, verimliliği ve mevcut analitik veri zenginliği nedeniyle değil, aynı zamanda birçok standart yöntemde geniş kabul görmesi nedeniyle bilinmeyen pestisitlerin tarama testleri için cazip bir yöntem olarak kabul edilmektedir. Bununla birlikte, bu eski teknik, tehlikeli olan, küçük numune-çözücü hacim oranları veren ve zaman alıcı olan yüksek saflıkta çözücülerin büyük hacimlerini gerektirir. Otomasyon bazı eksikliklerinin üstesinden gelmiş olsa da, çok aşamalı çalışma ve emülsiyon oluşumu gibi sorunlar bu yöntemin eksileri olarak karşımıza çıkmaktadır (Lambropoulou & Albanis, 2007).

3.2. Katı faz ekstraksiyonu (SPE)

Katı faz ekstraksiyonu (SPE), sabit faz üzerine numune adsorpsiyonunu ve ardından az miktarda elüsyon çözücüsü uygulanarak katı bir malzemeden desorpsiyonu içeren çeşitli ekstraksiyon tekniklerinden biridir. Yüksek geri kazanım, geniş uygulama alanı, iyi sağlamlık ve tekrarlanabilirlik, kısa ekstraksiyon süresi, azaltılmış organik çözücü hacmi ve yüksek otomasyon avantajlarına sahiptir (Song et al., 2022). Farklı polarite aralığına sahip pestisitlerin ekstraksiyonu için geniş bir yelpazede hazır sorbentler sağlar. Diol, PSA, SAX, Alümina, C18, Extrelut, Florisil, Envi Carb ve ayrıca Oasis HLB gibi ticari olarak mevcut birçok SPE sorbenti vardır (Sulaiman et al., 2019). Şekil 7'de SPE işlem basamakları şematik olarak gösterilmiştir.



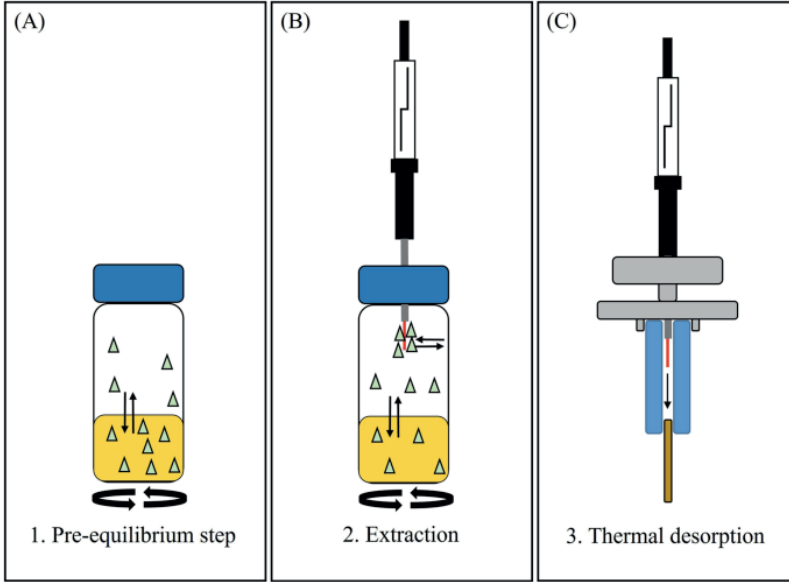
Şekil 7. SPE işlem basamakları (Wahab et al., 2022)

SPE'de ekstraktlar kartuş aracılığıyla taşınır ve kullanımdan önce su veya organik çözücü kullanılarak hazırlanan ve aktive edilen katı fazlı maddeler üzerine adsorbe edilir. SPE, bir mini kolonun tek kullanımlık ekstraksiyonunda paketlenmiş bir adsorban üzerinde hedef analitlerin seçici olarak tutulmasından önce gerçekleştirilir. Etkileşimlerine bağlı olarak, analitler ilk olarak uygun maddeler üzerine adsorbe edilir. Bundan sonra, girişimler seçici bir organik çözücü kullanılarak giderilir ve hedef analitler farklı bir çözücü ile elüe edilir. SPE'deki çözücü, pestisit moleküler özelliklerine (iyonik ve noniyonik) göre belirlenir. Metanol, asetonitril, petrol eteri, diklorometan, aseton, etil asetat, hekzan, asetik asit, toluen ve sikloheksan SPE'de kullanılan bazı çözücülerdir. (Wahab et al., 2022)

3.3. Katı Faz Mikroenjeksiyon (SPME)

SPME, solvent içermeyen, hızlı, taşınabilir ve kullanımı kolay, basit bir numune hazırlama yöntemidir. SPME, analitlerin SPME elyafı üzerinde immobilize edilmiş bir faz ile matris arasında bölünmesine dayanır (Narendaran, Meyyanathan, & Babu, 2020). SPME prosesi iki temel adımın gerçekleştirilmesini içerir: (i) analitlerin ekstraksiyon fazı ile numune

matrisi arasında bölünmesi ve (ii) konsantre ekstraktların analitik bir cihaza desorpsiyonu. SPME, gaz kromatografisi (GC) ve gaz kromatografisi-kütle spektrometresi (GC-MS) ile birlikte rutin olarak kullanılmış ve özellikle karmaşık örnek matrislerinden uçucu ve yarı uçucu organik bileşiklerin ekstraksiyonu için çok çeşitli bileşiklere başarıyla uygulanmıştır (Risticvic, Niri, Vuckovic, & Pawliszyn, 2009).

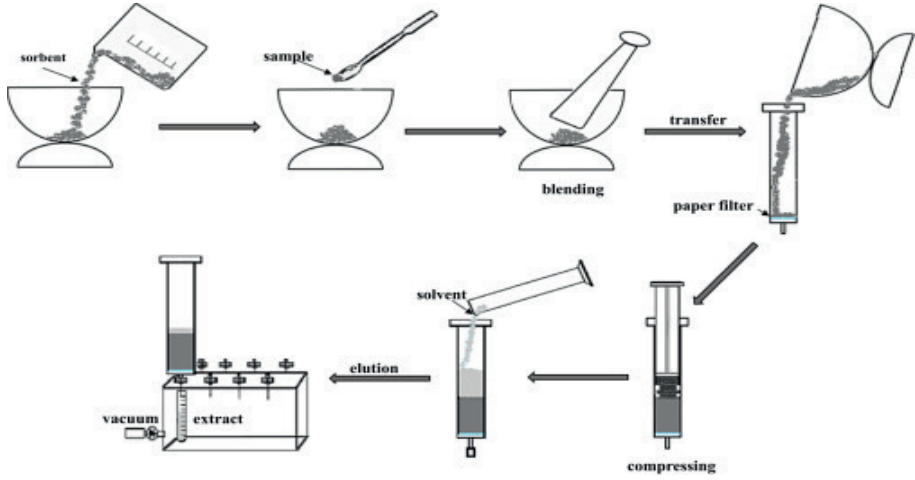


Şekil 8. SPME ile numune işleme prosedürü (Paiva et al., 2020)

3.4. Matris katı faz dispersiyon ekstraksiyonu (MSPD)

Matris katı faz dispersiyonu (MSPD), yarı katı ve yüksek viskoziteli matrislerin analizi için geniş olanaklara sahiptir. MSPD, bir mini kolon üzerine aktarılan bir havan ve tokmak kullanılarak gıda matrisinin bir sorbent malzeme ile karıştırılması yöntemidir. Az miktarda uygun bir çözücü ile elüe edilen analitler, gıda matrisindeki girişimleri gidermek için daha etkilidir (Puri, 2014; Sulaiman et al., 2019).

MSPD hızlıdır, ekonomiktir ve ılımlı deneysel parametreler (oda sıcaklığı ve atmosferik basınç) altında gerçekleştirilebilir, yeterli verimlilik ve seçicilik sağlar ve sonuç olarak çevre kirliliğini azaltır ve çalışanların güvenliğini artırır (Wahab et al., 2022). MSPD işlem basamakları Şekil 9'da verilmiştir.

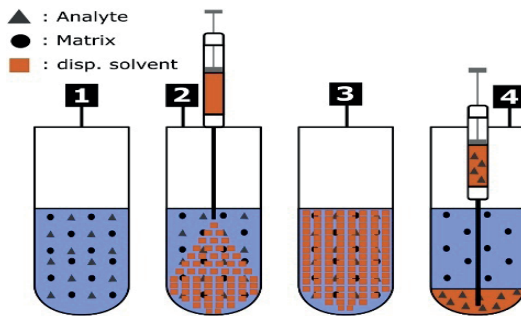


Şekil 9. MSPD işlem basamakları (Perez et al., 2020)

3.5. Sıvı Faz Mikroekstraksiyon (LPME)

LPME, geleneksel LLE'de gerekli olan yüzlerce mL çözücü yerine, farklı örneklerden analitleri konsantre etmek için yalnızca birkaç μL çözücünün kullanıldığı, LLE'nin solventi en aza indirilmiş bir numune ön işleme prosedürüdür. Gaz kromatografisi (GC), elektroforez (CE) ve HPLC ile uyumludur.

LPME'de ekstraksiyon normalde analitleri içeren sulu bir numuneden (donör fazı) az miktarda suyla karışmayan bir çözücüye (alıcı faz) gerçekleşir. Üç ana kategoriye ayrılabilir: tek damla mikro ekstraksiyon (SDME), dağıtıcı sıvı-sıvı mikro ekstraksiyon (DLLME), içi boş elyaf mikro ekstraksiyonu (HF-LPME) (Sarafraz-Yazdi & Amiri, 2010; Yamini, Rezazadeh, & Seidi, 2019). DLLME'nun temel prensibi Şekil 10'da gösterilmiştir.



Şekil 10. DLLME'nun temel prensibi (Weggler et al., 2020)

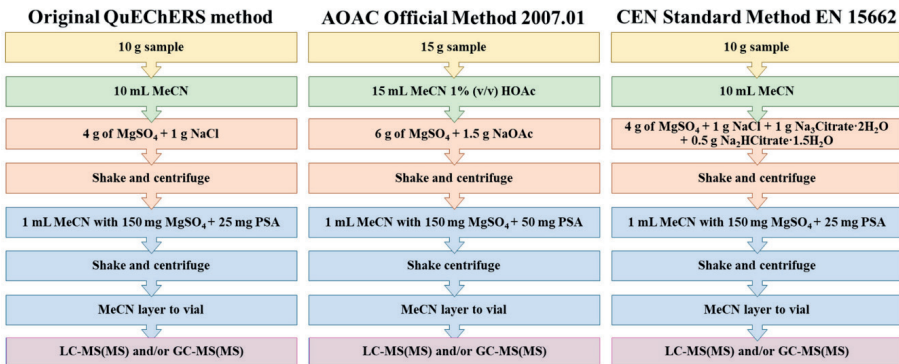
3.6. QuEChERS ekstraksiyonu

2003 yılında Anastasiades, Lehotay, Stajnbaher ve Schenck gıda matrislerinden pestisitlerin ekstraksiyonu ve ekstrakt temizliğini birleştiren orijinal bir analitik metodoloji geliştirmiştir. Bunun için İngilizcede hızlı,

kolay, ucuz, verimli, sağlam ve güvenli anlamına gelen kelimelerin kısaltmasını (QuEChERS) kullanmışlardır. Yöntem, asetonitril kullanılarak mikro ölçekli ekstraksiyon ve dispersif katı faz ekstraksiyonu (d-SPE) kullanılarak ekstraktın saflaştırılmasını içerir. Yöntem geliştirilip yayınlandığından beri QuEChERS önemli ölçüde popülerlik kazanmıştır. Gıda analizi için tercih edilen bir yöntemdir çünkü birkaç adımı birleştirmekte ve daha eski, daha zahmetli ekstraksiyon teknikleriyle elde edilen pestisitlerin kapsamını genişletmektedir. Yöntem ilk tanıtıldığından bu yana yıllar içinde çeşitli değişikliklere ve iyileştirmelere uğramıştır (Wilkowska & Biziuk, 2011) in most cases, adversely affect the results of an analysis. However, safety concerns require that pesticides of the wide range of chemical properties (including acidic, basic and neutral.

QuEChERS prosedürü polar analitlerin ekstraksiyonuna izin veren ve yüksek derecede seçicilik ve tespit edilebilirliğe ve kütle spektrometresi ile birleştirilmiş hem gaz hem de sıvı kromatografisi ile doğrudan uyumluluğa sahip olan asetonitril kullanır. QuEChERS yöntemi, SPE ve LLE gibi diğer tekniklerle karşılaştırıldığında, yalnızca iki adım içerdiğinden örnek hazırlama adımlarının sayısını en aza indirir. İlk adım, asetonitril ve tuz karışımı ile partiyon yoluyla ekstraksiyon işlemidir. İkinci adım ise bir veya birkaç sorbent içeren dispersif katı faz ekstraksiyonu (d-SPE) ile temizlemedir. SPE ve LLE gibi diğer tekniklerle karşılaştırıldığında QuEChERS yöntemlerinin diğer avantajları mükemmel geri kazanımları, numune hazırlama için daha az zaman ve daha az çözücü tüketimidir (Musarurwa, Chimuka, Pakade, & Tavengwa, 2019) easy, cheap, effective, rugged, and safe.

Orijinal QuEChERS yöntemi ile pH'a bağlı analitlerin geri kazanımını artırmak için AOAC Resmi Yöntem 2007.01 ve CEN Standart Yöntem EN 15662 olarak adlandırılan iki resmi tamponlama-tuz yönteminin şematik gösterimi Şekil 11'de verilmiştir.



Şekil 11. Orijinal ve resmi QuEChERS yöntemlerine ait işlem basamakları (González-curbelo, Varela-martínez, & Riaño-herrera, 2022)

4. SONUÇ

Gıda güvenliği, artan nüfus ve artan nüfusu beslemek için gıda üretme ihtiyacı nedeniyle dünya çapında giderek artan önemi bir sorundur. Aynı zamanda tarımda yüksek konsantrasyonlarda bulunan pestisit kalıntıları gıda güvenliği açısından önemli bir tehdit oluşturmaktadır. Şu anda, herbisitler, fungusitler, böcek ilaçları gibi pestisitler, gübreler uygulanarak mahsul verimi artırılmaktadır. Biyobirikim, yaygın kullanım, seçici toksisite ve stabilite gibi faktörlerin bir kombinasyonu, pestisitleri çevreyi kirleten en toksik bileşiklerden yapmaktadır.

Pestisitlerin yaygın kullanımını ciddi çevre kirliliğine neden olmakta ve birçok potansiyel sağlık riskini ortaya çıkarmaktadır. Bu nedenle, pestisit kalıntılarının tespiti için uygulanabilir, hızlı ve doğru analiz yöntemlerinin geliştirilmesi büyük önem taşımaktadır. Genellikle, pestisit kalıntıları karmaşık numune matrislerinde bulunur ve konsantrasyonları $\mu\text{g/L}$ - mg/L civarındadır. Bu nedenle, numune matrisindeki engelleyici durumları ortadan kaldıracı, analitik cihazların tespit seviyesine ulaşmak için analitleri zenginleştirebilecek, daha yüksek güvenilirlik ve doğrulukla tespit sonuçları elde edebilecek numune ön işleme teknikleri vazgeçilmezdir.

Son zamanlarda kullanılmaya başlayan biyosensör, moleküler baskılanmış polimer ve nanoteknoloji tabanlı yöntemler, pestisitlerin tespiti için mevcut yöntemlere kıyasla daha iyi bir alternatif olarak görülmektedir. Bununla birlikte, yukarıda bahsedilen bu teknolojilerin dezavantajları, ölçüm için hazırlanmalarının uzun zaman alması ve aynı zamanda ölçüm için de uzun zaman alması, ayrıca pahalı olmaları ve eğitilmiş ve yüksek vasıflı işgücü gerektirmeleri gibi nedenlerden dolayı, örnek hazırlamaya gerek kalmadan bileşiklerin analizini doğrudan doğal ortamlarında gerçekleştirmeye olanak sağlayan yeni, modern ve gelişmiş yöntemlerin geliştirilmesi gerekmektedir.

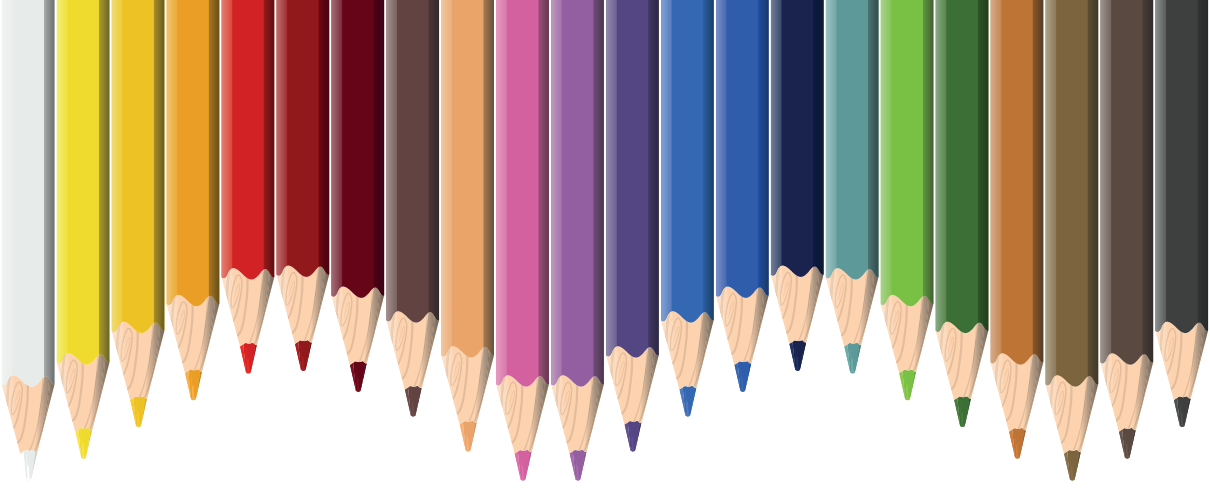
KAYNAKLAR

- Alcântara, D. B., Fernandes, T. S. M., Nascimento, H. O., Lopes, A. F., Menezes, M. G. G., Lima, A. C. A., ... Nascimento, R. F. (2019). Diagnostic detection systems and QuEChERS methods for multiclass pesticide analyses in different types of fruits: An overview from the last decade. *Food Chemistry*, 298(December 2018), 124958. <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2019.124958>
- Altıkat, A., Turan, T., Torun, F. E., & Bingül, Z. (2009). Türkiye’de pestisit kullanımı ve çevreye olan etkileri. *Atatürk Üniversitesi Ziraat Fakültesi Dergisi*, 40(2), 87–92. Retrieved from http://uvf.ulakbim.gov.tr/uvf/index.php?cwid=3&vtadi=TPRJ%2CTTAR%2CTTIP%2CTMUH%2CT SOS%2CTHUK&c=google&s_f=_5&detailed=1&keyword=107625
- Altun, S. Ve Arslan, H. (2023). Pestisitlerin doğru ve güvenli kullanımı. Sağlık bilimleri alanında uluslararası akademik çalışmalar ve teorik bilgiler-II, 16-24, İksad Yayınevi, Ankara
- Farajzadeh, M. A., Khoshmaram, L., & Nabil, A. A. A. (2014). Determination of pyrethroid pesticides residues in vegetable oils using liquid-liquid extraction and dispersive liquid-liquid microextraction followed by gas chromatography-flame ionization detection. *Journal of Food Composition and Analysis*, 34(2), 128–135. <https://doi.org/10.1016/j.jfca.2014.03.004>
- Gakuba, E., Moodley, B., Ndungu, P., & Birungi, G. (2018). Partition distribution of selected organochlorine pesticides in water, sediment pore water and surface sediment from umngeni river, kwazulu-natal, south africa. *Water SA*, 44(2), 232–249. <https://doi.org/10.4314/wsa.v44i2.09>
- González-curbelo, M. Á., Varela-martínez, D. A., & Riaño-herrera, D. A. (2022). Pesticide-Residue Analysis in Soils by the QuEChERS Method: A Review. *Molecules*, 27(13), 1–23. <https://doi.org/10.3390/molecules27134323>
- Güntay, O., Çay, H., Durusel, B., & Terzi, Y. (2021). Sentetik Piretroidlere Genel Bakış. *Atatürk Üniversitesi Ziraat Fakültesi Dergisi*, 52(2), 201–223. <https://doi.org/10.17097/ataunizfd.691417>
- Hassaan, M. A., & El Nemr, A. (2020). Pesticides pollution: Classifications, human health impact, extraction and treatment techniques. *Egyptian Journal of Aquatic Research*, 46(3), 207–220. <https://doi.org/10.1016/j.ejar.2020.08.007>
- Kaur, N., Khunger, A., Wallen, S. L., Kaushik, A., Chaudhary, G. R., & Varma, R. S. (2021). Advanced green analytical chemistry for environmental pesticide detection. *Current Opinion in Green and Sustainable Chemistry*, 30(March), 100488. <https://doi.org/10.1016/j.cogsc.2021.100488>
- Lambropoulou, D. A., & Albanis, T. A. (2007). Liquid-phase micro-extraction techniques in pesticide residue analysis. *Journal of Biochemical and Biophysical Methods*, 70(2), 195–228. <https://doi.org/10.1016/j.jbbm.2006.10.004>
- Lawal, A., Wong, R. C. S., Tan, G. H., Abdulla’Uf, L. B., & Alsharif, A. M. A. (2018). Recent modifications and validation of QuEChERS-dSPE coupled to LC-MS

- and GC-MS instruments for determination of pesticide/agrochemical residues in fruits and vegetables: Review. *Journal of Chromatographic Science*, 56(7), 656–669. <https://doi.org/10.1093/chromsci/bmy032>
- Makale, A., & Ünal, F. (2020). Methidathion İnektisit / Akarisitinin Sitotoksik ve Genotoksik Potansiyelinin Allium Testi ile İncelenmesi, *12*, 1–12.
- Manap, R. Y., Güneç, E., & Doğaç, E. (2023). Pesticides : Their classification , Toxicological effects , and Detection Pestisitler : Sınıflandırmaları , Toksikolojik etkileri ve Tespiti, *3*(2), 9–23.
- Masiá, A., Blasco, C., & Picó, Y. (2014). Last trends in pesticide residue determination by liquid chromatography-mass spectrometry. *Trends in Environmental Analytical Chemistry*, 2(2455), 11–24. <https://doi.org/10.1016/j.teac.2014.03.002>
- Musarurwa, H., Chimuka, L., Pakade, V. E., & Tavengwa, N. T. (2019). Recent developments and applications of QuEChERS based techniques on food samples during pesticide analysis. *Journal of Food Composition and Analysis*, 84(March), 103314. <https://doi.org/10.1016/j.jfca.2019.103314>
- Narenderan, S. T., Meyyanathan, S. N., & Babu, B. (2020). Review of pesticide residue analysis in fruits and vegetables. Pre-treatment, extraction and detection techniques. *Food Research International*, 133(February), 109141. <https://doi.org/10.1016/j.foodres.2020.109141>
- Narenderan, S. T., Meyyanathan, S. N., & Karri, V. V. S. R. (2019). Experimental design in pesticide extraction methods: A review. *Food Chemistry*, 289(March), 384–395. <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2019.03.045>
- Nasiri, M., Ahmadzadeh, H., & Amiri, A. (2020). Sample preparation and extraction methods for pesticides in aquatic environments: A review. *TrAC Trends in Analytical Chemistry*, 123, 115772.
- Paiva, A. C., Crucello, J., Cavalcanti Ferreira, V. H., & Hantao, L. W. (2022). Solid-Phase Microextraction and Comprehensive Two-Dimensional Gas Chromatography for Food Analysis. In *Mass Spectrometry for Food Analysis* (pp. 173-191). New York, NY: Springer US.
- Pathak, V. M., Verma, V. K., Rawat, B. S., Kaur, B., Babu, N., Sharma, A., ... Cunill, J. M. (2022). Current status of pesticide effects on environment, human health and it's eco-friendly management as bioremediation: A comprehensive review. *Frontiers in Microbiology*, 13(August), 1–29. <https://doi.org/10.3389/fmicb.2022.962619>
- Pérez, R. A., Albero, B., & Tadeo, J. L. (2020). Matrix solid phase dispersion. In *Solid-phase extraction* (pp. 531-549). Elsevier.
- Puri, P. (2014). Current Trends in Extraction Methodologies for Pesticide Residues in Food Matrices. *International Journal of Agriculture, Environment and Biotechnology*, 7(2), 331. <https://doi.org/10.5958/2230-732x.2014.00252.6>
- Resmi Gazete. (2021). Türk Gıda Kodeksi Pestisitlerin Maksimum Kalıntı Limitleri Yönetmeliği, Sayı: 31611, Ankara

- Risticovic, S., Niri, V. H., Vuckovic, D., & Pawliszyn, J. (2009). Recent developments in solid-phase microextraction. *Analytical and Bioanalytical Chemistry*, 393(3), 781–795. <https://doi.org/10.1007/s00216-008-2375-3>
- Sapahin, H. A., Makahleh, A., & Saad, B. (2019). Determination of organophosphorus pesticide residues in vegetables using solid phase micro-extraction coupled with gas chromatography–flame photometric detector. *Arabian Journal of Chemistry*, 12(8), 1934–1944. <https://doi.org/10.1016/j.arabjc.2014.12.001>
- Sarafraz-Yazdi, A., & Amiri, A. (2010). Liquid-phase microextraction. *TrAC - Trends in Analytical Chemistry*, 29(1), 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.trac.2009.10.003>
- Shin, J. min, Choi, S. J., Park, Y. hey, Kwak, B., Moon, S. H., Yoon, Y. T., ... Park, J. sung. (2022). Comparison of QuEChERS and Liquid–Liquid extraction methods for the simultaneous analysis of pesticide residues using LC-MS/MS. *Food Control*, 141(October 2021), 109202. <https://doi.org/10.1016/j.foodcont.2022.109202>
- Sogorb, M. A., & Vilanova, E. (2002). Enzymes involved in the detoxification of organophosphorus, carbamate and pyrethroid insecticides through hydrolysis. *Toxicology Letters*, 128(1–3), 215–228. [https://doi.org/10.1016/S0378-4274\(01\)00543-4](https://doi.org/10.1016/S0378-4274(01)00543-4)
- Song, X., Li, F., Yan, T., Tian, F., Ren, L., Jiang, C., ... Zhang, S. (2022). Research progress in the sample pretreatment techniques and advanced quick detection methods of pesticide residues. *Process Safety and Environmental Protection*, 165(March), 610–622. <https://doi.org/10.1016/j.psep.2022.07.047>
- Sulaiman, N. S., Rovina, K., & Joseph, V. M. (2019). Classification, extraction and current analytical approaches for detection of pesticides in various food products. *Journal Fur Verbraucherschutz Und Lebensmittelsicherheit*, 14(3), 209–221. <https://doi.org/10.1007/s00003-019-01242-4>
- Sur, S., & Sathivelu, M. (2022). A concise overview on pesticide detection and degradation strategies. *Environmental Pollutants and Bioavailability*, 34(1), 112–126. <https://doi.org/10.1080/26395940.2022.2041489>
- Vale, A., & Lotti, M. (2015). Organophosphorus and carbamate insecticide poisoning. *Handbook of clinical neurology*, 131, 149–168.
- Vlcek, V., & Pohanka, M. (2012). Carbamate insecticides in the Czech Republic: Health and environmental impacts. *Military Medical Science Letters*, 81(1), 2–8.
- Wahab, S., Muzammil, K., Nasir, N., Khan, M. S., Ahmad, M. F., Khalid, M., ... Busayli, A. M. (2022). Review Advancement and New Trends in Analysis of Pesticide Residues in Food: A Comprehensive Review. *Plants*, 11(9). <https://doi.org/10.3390/plants11091106>
- Weggler, B. A., Gruber, B., Teehan, P., Jaramillo, R., & Dorman, F. L. (2020). Inlets and sampling. In *Separation science and technology* (Vol. 12, pp. 141–203). Academic Press.
- Wilkowska, A., & Biziuk, M. (2011). Determination of pesticide residues in food mat-

- rices using the QuEChERS methodology. *Food Chemistry*, 125(3), 803–812. <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2010.09.094>
- Wu, Y., Miao, H., & F, S. (2011). Separation of Chiral Pyrethroid Pesticides and Application in Pharmacokinetics Research and Human Exposure Assessment. InTech. doi: 10.5772/16617
- Yamini, Y., Rezazadeh, M., & Seidi, S. (2019). Liquid-phase microextraction – The different principles and configurations. *TrAC - Trends in Analytical Chemistry*, 112, 264–272. <https://doi.org/10.1016/j.trac.2018.06.010>
- Yao, J., Wang, Z., Guo, L., Xu, X., Liu, L., Xu, L., ... & Kuang, H. (2020). Advances in immunoassays for organophosphorus and pyrethroid pesticides. *TrAC Trends in Analytical Chemistry*, 131, 116022.



Bölüm 6

3-BOYUTLU ÖKLİD UZAYINDA KÜRESEL ÇARPIM YÜZEYİNİN FOKAL YÜZEYLERİ ÜZERİNE

Günay ÖZTÜRK¹

¹ İzmir Demokrasi Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, İzmir, Türkiye
(ORCID: 0000-0002-1608-0354) gunay.ozturk@idu.edu.tr

GİRİŞ

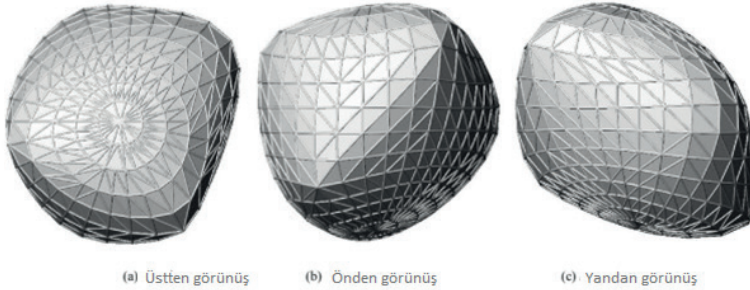
Yapılandırılmamış 3 boyutlu verilerden nesnelerin şeklini elde etme problemi, robotik, tıbbi görüntüleme ve sanal ortamların otomatik olarak oluşturulması dahil olmak üzere bilgisayar grafikleri ve bilgisayarlı görüntülemenin birçok alanında önemlidir. Son 30 yılda, nesnelerin 3 boyutlu verilerden kurtarılması için uygun modellerin bulunmasına odaklanan pek çok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmalar büyük ölçüde, en yaygın olarak düzlemsel iki eğrinin küresel çarpımı olan bir tür parametrik modelin kullanılmasını önermiştir. Kuadrikler küresel çarpımların basit bir türüdür. Bilgisayarla görüntüleme alanındaki ilk özel yüzey modelleri genelleştirilmiş silindirlere [3]. Süper kuadrikler aynı zamanda süper konik olarak adlandırılan düzlemsel iki eğrinin küresel çarpımı olarak da düşünülebilir. Süper kuadrikler, çok çeşitli standart geometrik katların yanı sıra aradaki pürüzsüz şekilleri temsil etme konusunda oldukça basit parametrelendirme yapılabilen katı modellerdir. Bu, onları doğal süreçle oluşturulan nesnelere için tipik olan yuvarlak, damla benzeri şekilli parçaları temsil etmek için çok daha uygun hale getirir [14]. Petland, bilgisayarla görüntüleme alanında doğal şekilleri modellemek için süper kuadrik modellerin ve parametrik deformasyonların potansiyelini araştıran ilk kişiydi [19]. Görüntü yapısını insanın algısal parça kavramına benzer ve görüntülerden kurtarılacak bir ölçekte tanımlamak için kil pompaları gibi kalıplanabilecek bir ilkel küme şeklinde olan süper kuadrik modelleri genel deformasyonlarla birlikte kullanmayı önerdi. Petland, görüntü yapısını böyle bir parça seviyesinde yeniden oluşturmak için çeşitli algısal ve tanınabilir argümanlar sundu, çünkü insanlar sahnelerin algısal yorumlarında bu parça yapısını yoğun bir şekilde kullanıyor gibi görünüyorlardı. Bu parça düzeyindeki gösterim için şekiller olarak süper kuadrikleri deformasyonlarla birlikte sundu.

Geri kazanılan süper kuadrik model çalışması, spesifik görüntüleme uygulamalarından ayrı olarak başlamıştır ve ilk deneylerde genellikle önceden bölümlenmiş görüntüler kullanılmıştır [4, 19, 24]. Süper kuadrik iyileşmenin bir yandan segmentasyonla [9, 15, 20], diğer yandan kategorizasyon gibi karar vermeye entegre edildiği gözlemlenebilir [13]. Süper kuadrikler, Gielis ve arkadaşları tarafından tanımlanan ve çokgeni çeşitli simetriklerle temsil etme avantajına sahip olan süper şekillerin özel durumudur [6].

Regüler bir yüzey üzerindeki bir noktadaki normal kesit eğrisinin eğrilik merkezleri, Öklid uzayındaki normal vektörün belirli bir kısmına

karşılık gelir. Bu parçaların minimum ve maksimum değerleri iki asli eğrinin eğrilik merkezleridir. Bu noktalara normalin fokal noktaları denir. Bu şekilde fokal yüzeyi, asli eğrilik merkezlerinin geometrik yeri olarak tanımlanır [12].

Bir yüzeyin fokal noktası ve fokal yüzeyleri, yapısı ve özellikleri itibariyle mimari ve geometrik tasarıma konu olması açısından önemli kavramlardır. [22] nolu çalışmada Petrusovski ve ark. bir yüzeyin fokal noktasını ve onun doğrultmanı ile çalışmalar yapmışlardır. Bu kavramları kullanarak fokal-yönlü yüzeyi tanımlamışlar ve bu yüzeyi mimariye uygulamışlardır. Bu çalışmada fokal noktasını (bir yüzeyin odağı) ve doğrultmanlarını kartezyen koordinatları kullanılarak tanımlanmışlardır. Buna göre, bir yüzeyin uygun koordinat sisteminde (küresel), doğrultmanları ve odakları yardımıyla ifade edilebileceği söylenebilir. Ayrıca yüzeyin modellenmesi için dörtgen veya üçgen yapılar kullanılmıştır. Bu nedenle dörtgen veya üçgen yapıların elde edilebilmesi için yüzey üzerinde grid noktaları belirlenir. Yüzeyin ayrık modeli kartezyen ve küresel grid noktalarda oluşturulur.



Şekil 1: Ayrık yüzey modellerinin bazı görünüşleri

M. Petrovic, 2016 yılında hazırladığı tezinde fokal-yönlü yüzeyleri ve ayrıca bazı farklı yüzeyleri ele almıştır ve mimariye uygulamalarını vermiştir [21] (Şekil 2).



Şekil 2: Üretilmiş yüzey ve mega yapının kavramsal tasarımı

Diferansiyel geometride, fokal yüzeyleri de doğru kongüransı yardımıyla tanımlanır. Görselleştirmede doğru kongüransı tanımlayan Hagen ve ark. tarafından açıklanmıştır [12]. Doğru kongüransı, 3-boyutlu uzayda iki parametrelili doğruların kümesidir. $F(s, t)$ bir M yüzeyinin parametrelendirilişi ve M yüzeyinin birim normal vektör alanı $N(s, t)$ olsun. Buna göre doğru kongüransı

$$R(s, t, \lambda) = F(s, t) + \lambda \xi(s, t) \quad (1)$$

şekilde parametrelendirilir. Burada $\xi(s, t)$ her bir noktadaki birim vektörleri belirtir ve $\lambda \in \mathbb{R}$ dir. Eğer M yüzeyinin birim normal vektör alanı $N(s, t)$ olmak üzere $\xi(s, t) = N(s, t)$ seçilirse, o zaman R yüzeyi bir normal kongüranstır. Bu gösterim fokal yüzeyin gösterimi ile çıkarılır.

Ayrıca R yüzeyinin üretici özel iki nokta içerir. Bu özel noktalara üreticinin fokal noktaları adı verilir. Buna göre fokal noktaların geometrik yeri yardımıyla fokal yüzeyler elde edilir. Bir yüzeyin iki tane asli eğriliği olduğundan iki tane fokal yüzey elde edilir. Böylece $F(s, t)$ parametrizasyonu ile verilen M yüzeyinin $R = F^*(s, t)$ fokal yüzeyinin parametrik denklemi

$$F_i^*(s, t) = F(s, t) + k_i^{-1}(s, t)N(s, t), \quad i = 1, 2, \dots \quad (2)$$

şeklinde verilir. Burada k_i 'ler, ($i = 1, 2$), $F(s, t)$ parametrizasyonu ile verilen M yüzeyinin asli eğrilik fonksiyonlarıdır [11].

Bu şekilde tanımlanan fokal yüzeyler birçok çalışmaya konu olmuştur [11, 16, 17, 23]. Özellikle Burcum Özdemir'in doktora tezi Türkiye'de

yapılan çalışmalara öncülük etmiştir [16]. Ayrıca Öztürk ve arkadaşları tüp yüzeyinin fokal yüzeylerini incelemiştir [18].

Bu çalışmada ise M küresel çarpım yüzeyinin fokal yüzeylerini ele aldık. Bu yüzeylerin bazı karakterizasyonlarını oluşturduk.

Bu çalışma 4 bölümden oluşmaktadır. 1. Bölümde diğer bölümlerde kullanılan temel kavramlar verilmiştir. 2. Bölümde küresel çarpım yüzeyleri tanıtılmıştır. 3. Bölüm ise çalışmamızın ana amacı olan küresel çarpım yüzeyin fokal yüzeyleri ele alınmıştır.

1. TEMEL KAVRAMLAR

Tanım: U , uzayının açık bir alt kümesi olmak üzere $F : U \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$F(s, t) = (x(s, t), y(s, t), z(s, t)), \quad (3)$$

şeklinde verilen diferansiyellenebilir fonksiyonuna \mathbb{R}^3 uzayında bir yüzey yaması denir [7].

Tanım: $\forall (s, t) \in U$ için $J(F)(s, t)$ Jakobiyen matrisinin rankı 2 ise $F : U \rightarrow \mathbb{R}^3$ yamasına regüler yama denir. $F(s_1, t_1) = F(s_2, t_2)$ için $s_1 = s_2, t_1 = t_2$ sağlanıyorsa ise F yaması injektiftir [7].

Sonuç: $F : U \rightarrow \mathbb{R}^3$ regüler yüzey yaması verilsin. Böylece aşağıdaki ifadeler sağlanır.

i) $F_s(s_0, t_0)$ ve $F_t(s_0, t_0)$ vektörleri lineer bağımsızdır.

ii) $\det \begin{pmatrix} \langle F_s, F_s \rangle & \langle F_s, F_t \rangle \\ \langle F_s, F_t \rangle & \langle F_t, F_t \rangle \end{pmatrix}$ her (s_0, t_0) noktasında sıfırdan farklıdır.

iii) Her (s_0, t_0) noktasında $J(F)$ Jakobiyen matrisinin rankı 2 ye eşittir [7].

Burada \langle , \rangle ifadesi \mathbb{R}^3 uzayında standart iç çarpımdır.

Tanım: Bir $F : U \rightarrow \mathbb{R}^3$ injektif yaması için $F_s \times F_t$ sıfırdan farklı olacak biçimde $(s, t) \in U$ noktalarında birim normal vektör alanı veya yüzeyin normali;

$$N(s, t) = \frac{F_s \times F_t}{\|F_s \times F_t\|}(s, t) \quad (4)$$

eşitliği ile tanımlanır ve (\times) vektörel çarpımı ifade eder [7].

$F(s, t)$ regüler yaması ile verilen M yüzeyinin 1. temel formunun katsayıları

$$\begin{aligned} e &= \langle F_s(s, t), F_s(s, t) \rangle, \\ f &= \langle F_s(s, t), F_t(s, t) \rangle, \\ g &= \langle F_t(s, t), F_t(s, t) \rangle \end{aligned} \quad (5)$$

eşitlikleri ile hesaplanır. Ayrıca M yüzeyinin 2. temel formunun katsayıları

$$\begin{aligned} l &= \langle F_{ss}(s, t), N(s, t) \rangle, \\ m &= \langle F_{st}(s, t), N(s, t) \rangle, \\ n &= \langle F_{tt}(s, t), N(s, t) \rangle, \end{aligned} \quad (6)$$

şeklinde verilir..

Teorem: M yüzeyi, $F : U \rightarrow \mathbb{R}^3$ regüler yaması ile verilsin. Buna göre M yüzeyinin ortalama eğriliği ve Gauss eğriliği sırasıyla;

$$H = \frac{en + gl - 2fm}{2(eg - f^2)}, \quad (7)$$

ve

$$K = \frac{ln - m^2}{eg - f^2}, \quad (8)$$

dır [7].

Sonuç: M yüzeyi, $F : U \rightarrow \mathbb{R}^3$ regüler yaması ile verilsin. Buna göre M yüzeyinin asli eğrilikleri k_1 ve k_2 olmak üzere

$$k_1 = H - \sqrt{H^2 - K} \text{ ve } k_2 = H + \sqrt{H^2 - K} \quad (9)$$

şeklinde hesaplanır ([7], [10]).

Tanım: $M \subset \mathbb{R}^3$, $F : U \rightarrow \mathbb{R}^3$ regüler yaması ile verilen bir yüzey olsun. Buna göre M yüzeyinin τ uzaklıktaki paralel yüzeyi

$$M^* = \left\{ q \in \mathbb{R}^3 \mid d(q, M) = \tau \right\}$$

eşitliği ile verilir [7].

Tanım: M yüzeyi, (3) regüler yaması ile verilsin. Buna göre M yüzeyinin birim normal vektör alanı $N(s, t)$ olmak üzere M yüzeyinin M^* paralel yüzeyi

$$F^*(s, t) = F(s, t) + \tau N(s, t) \quad (10)$$

şeklinde bir parametrelendirmeye sahiptir ([7], [8]).

Teorem: $M \subset \mathbb{E}^3$ regüler yüzeyinin paralel yüzeyi M^* olsun. M yüzeyinin şekil operatörü matrisi A , M ve M^* yüzeylerinin asli eğrilikleri sırasıyla k_1, k_2 ve k_1^*, k_2^* olmak üzere $\det(I - \tau A) > 0$ ise

$$k_i^* = \frac{k_i}{1 - \tau k_i} \quad i = 1, 2 \quad (11)$$

dir [7].

Teorem: M regüler yüzeyinin paralel yüzeyi (10) eşitliği ile tanımlanan M^* yüzeyi olmak üzere, eğer H, K ve H^*, K^* sırasıyla M ve M^* yüzeylerinin ortalama eğriliği ve Gauss eğriliği ise

$$H^* = \frac{H - \tau K}{1 - \frac{\tau}{2} H + \tau^2 K} \quad (12)$$

ve

$$K^* = \frac{K}{1 - \frac{\tau}{2} H + \tau^2 K} \quad (13)$$

dir [5, 8,10].

2. 3-BOYUTLU ÖKLİD UZAYINDA KÜRESEL ÇARPIM YÜZEYLERİ

Bu bölümde 3-boyutlu Öklid uzayında tanımlanan küresel çarpım yüzeylerini ele aldık ve bu yüzeylerin bazı özelliklerini verdik.

Tanım: $\alpha, \beta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ iki düzlemsel eğrisi olsun. Bu eğrilerin parametrizasyonu sırasıyla, $\alpha(s) = (f_1(s), f_2(s))$ ve $\beta(t) = (g_1(t), g_2(t))$ şeklinde verilsin. Buna göre bu eğrilerin küresel çarpım yüzeylerinin parametrizasyonu 3-boyutlu Öklid uzayında,

$$F = \alpha \otimes \beta : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3; F(s, t) = (f_1(s), f_2(s)g_1(t), f_2(s)g_2(t)) \quad (14)$$

şekilde verilir [14].

β fonksiyonunu, α fonksiyonuna göre dikey olarak kaydırılan yatay bir eğri olarak düşünülebilir. Ayrıca $f_1(s)$, β eğrisini ölçeklendirirken $f_2(s)$ dikey süpürme hareketini tanımlar. Bu şekilde t parametresinin yüzeyi yatay olarak bağladığını, s ise yüzeyi dikey olarak bağladığını görüyoruz [2]. $\beta(t)$ eğrisi birim çember olması durumunda,

$$F(s, t) = (f_1(s), f_2(s)\cos t, f_2(s)\sin t)$$

şeklinde bir döneel yüzeyin parametrizasyonu elde edilebilir.

Şimdi küresel çarpım yüzeylerinin bazı karakterizasyonlarını vereceğiz.

(14) eşitliğindeki $F(s, t)$ küresel çarpım yaması ile verilen M yüzeyinin teğet uzayı

$$F_s(s, t) = (f_1'(s), f_2'(s)g_1(t), f_2'(s)g_2(t)),$$

$$F_t(s, t) = (0, f_2(s)g_1'(t), f_2(s)g_2'(t)),$$

vektör alanları tarafından gerilir. Burada f_1', f_2' ve g_1', g_2' ifadeleri sırasıyla f_1, f_2 fonksiyonlarının s değişkenine göre kısmi türevi, g_1, g_2 fonksiyonlarının t değişkenine göre kısmi türevi anlamındadır.

Buna göre M yüzeyinin 1. temel formunun katsayıları, (5) denklemleri yardımıyla

$$e = (f_1'(s))^2 + (f_2'(s))^2 \|\beta(t)\|^2$$

$$f = f_2(s)f_2'(s)\langle\beta(t),\beta'(t)\rangle$$

$$g = (f_2(s))^2\|\beta'(t)\|^2$$

şekilde elde edilir [1]. Burada \langle, \rangle Öklid iç çarpımıdır.

Ayrıca, M regüler yüzeyinin N birim normal vektör alanı (4) eşitliği kullanılarak

$$N(s, t) = \frac{1}{\sqrt{eg - f^2}} (f_2(s)f_2'(s)(g_1(t)g_2'(t) - g_2(t)g_1'(t)), -f_2(s)f_1'(s)g_2'(t), f_2(s)f_1'(s)g_1'(t))$$

şeklinde bulunur [1].

$F(s, t)$ yaması için 2. basamaktan kısmi türevler

$$F_{ss}(s, t) = (f_1''(s), f_2''(s)g_1(t), f_2''(s)g_2(t)),$$

$$F_{st}(s, t) = (0, f_2'(s)g_1'(t), f_2'(s)g_2'(t)),$$

$$F_{tt}(s, t) = (0, f_2(s)g_1''(t), f_2(s)g_2''(t))$$

şeklinde hesaplanır [1].

Benzer şekilde M yüzeyinin 2. temel formunun katsayıları, (6) denklemleri kullanılarak

$$l = \frac{f_2(s)}{\sqrt{eg - f^2}} A(s)B(t), \quad f_2(s) \neq 0,$$

$$m = 0$$

$$n = \frac{(f_2(s))^2 f_1'(s)}{\sqrt{eg - f^2}} C(t), \quad f_2(s) \neq 0$$

şeklinde elde edilir [1]. Burada

$$A(s) = f_1''(s)f_2'(s) - f_2''(s)f_1'(s),$$

$$B(t) = g_1(t)g_2'(t) - g_2(t)g_1'(t)$$

$$C(t) = g_2''(t)g_1'(t) - g_1''(t)g_2'(t)$$

dır.

Bu eşitlikler yardımıyla M küresel çarpım yüzeyinin ortalama eğriliği ve Gauss eğriliği (7) ve (8) eşitliklerinden sırasıyla,

$$H = \frac{(f_2(s))^2 \left\{ f_1'(s) \left[(f_1'(s))^2 + (f_2'(s))^2 \|\beta(t)\|^2 \right] C(t) + f_2(s) \|\beta'(t)\|^2 A(s) B(t) \right\}}{2(eg - f^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (15)$$

ve

$$K = \frac{(f_2(s))^3 f_1'(s)}{(eg - f^2)^2} A(s) B(t) C(t), \quad f_2(s) \neq 0 \quad (16)$$

şeklinde bulunur [1]. Böylece aşağıdaki sonuçlar verilebilir.

Teorem: M yüzeyi için yüzey yaması, $F(s, t) = \alpha(s) \otimes \beta(t)$ şeklinde iki düzlemsel eğrinin küresel çarpım yüzey yaması şeklinde verilsin. Buna göre \mathbb{R}^3 uzayında M yüzeyinin minimal olması (yani $H = 0$) için gerek ve yeter şart

$$f_1'(s) \left\{ (f_1'(s))^2 + (f_2'(s))^2 \|\beta(t)\|^2 \right\} C(t) + f_2(s) \|\beta'(t)\|^2 A(s) B(t) = 0$$

eşitliğinin sağlanmasıdır [1].

Teorem: M yüzeyi için yüzey yaması, $F(s, t) = \alpha(s) \otimes \beta(t)$ şeklinde iki düzlemsel eğrinin küresel çarpım yüzey yaması şeklinde verilsin. Buna göre \mathbb{R}^3 uzayında M yüzeyi düz (flat) bir yüzey ise, yani $K = 0$ ise, $\alpha(s)$ eğrisi (veya $\beta(t)$ eğrisi) ya bir doğrudur ya da $f_1'(s) = 0$ 'dır [1].

Yukarıdaki Teoremler yardımıyla aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

Sonuç: M , $\alpha(s) = (f_1(s), f_2(s))$ ve $\beta(t) = (g_1(t), g_2(t))$ parametrizasyonları ile verilen iki düzlemsel eğrinin küresel çarpım yüzey yaması $F(s, t)$ ile verilen bir yüzey olsun. Buna göre aşağıdaki ifadeler doğrudur [1].

i) Eğer $\alpha(s)$ birinci bileşeni $f_1'(s) = 0$ eşitliğini sağlayan bir doğru ise M yüzeyi düzlemin bir parçasıdır.

ii) Eğer $\alpha(s)$ ikinci bileşeni $f_2'(s) = 0$ eşitliğini sağlayan bir doğru ise M yüzeyi $\beta(t)$ eğrisi üzerine kurulan bir silindirdir.

iii) Eğer $\alpha(s)$ denklemi $f_2(s) = af_1(s) + b$ olan bir doğru ise bu durumda M yüzeyi koni şeklinde bir yüzeydir [7].

Sonuç: M , $\alpha(s) = (f_1(s), f_2(s))$ ve $\beta(t) = (g_1(t), g_2(t))$ parametrizasyonları ile verilen iki düzlemsel eğrinin küresel çarpım yüzey yaması $F(s, t)$ ile verilen bir yüzey olsun. Buna göre aşağıdaki ifadeler doğrudur [1].

i) Eğer $\alpha(s)$ bir doğru ve $\beta(t)$ doğrudan farklı düzlemsel bir eğri ise, o zaman M küresel çarpım yüzeyi minimal olmayan ve düz (flat) bir yüzeydir.

ii) Eğer $\beta(t)$ orijinden geçen bir doğru ve $\alpha(s)$ herhangi bir düzlemsel eğri ise, o zaman M küresel çarpım yüzeyi hem minimaldir hem de düzdür (flattır).

iii) Eğer $\alpha(s)$, $\alpha(s) = (s, a \cosh(\frac{s}{a} + b))$, ($a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$) parametrizasyonu ile verilen düzlemsel kateneri eğrisi ve $\beta(t)$ birim çember ise M yüzeyi minimal ve düz (flat) olmayan bir dönele yüzeydir [7].

3. 3-BOYUTLU ÖKLİD UZAYINDA KÜRESEL ÇARPIM YÜZEYİNİN FOKAL YÜZEYLERİ

Bu bölümde 3-boyutlu Öklid uzayında küresel çarpım yüzey yaması $F(s, t)$ ile verilen bir M yüzeyinin asli eğrilikleri yardımıyla elde edilen fokal yüzeylerini inceleyerek bazı sonuçlar vereceğiz.

Teorem: M , (14) eşitliğindeki $F(s, t)$ yaması ile verilen küresel çarpım yüzeyi olsun. Buna göre M yüzeyinin birinci ve ikinci asli eğrilikleri sırasıyla,

$$k_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{f_2^2 (f_2^2 AB \|\beta\|^2 + f_1' A_1 C)}{(eg - f^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{\sqrt{4f_2 f_1' f_2' ABC (B^2 + f_1'^2 \|\beta\|^2) - (f_2 AB \|\beta\|^2 - f_1' A_1 C)^2}}{(eg - f^2)^3} \right] \quad (17)$$

ve

$$k_2 = \frac{1}{2} \left[\frac{f_2^2 (f_2^2 AB \|\beta\|^2 - f_1' A_1 C)}{(eg - f^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{\sqrt{4f_2 f_1' f_2' ABC (B^2 + f_1'^2 \|\beta\|^2) - (f_2 AB \|\beta\|^2 - f_1' A_1 C)^2}}{(eg - f^2)^3} \right] \quad (18)$$

şeklinde elde edilir. Burada $A_1(s, t) = (f_1'(s))^2 + (f_2'(s))^2 \|\beta'(t)\|^2$ ve $f_2(s) \neq 0$ dır.

İspat: M , (14) eşitliğindeki $F(s, t)$ yaması ile verilen küresel çarpım yüzeyi olsun. Buna göre (15) ve (16) eşitlikleri (9) eşitliğindeki ifadelerde yerine konulursa (17) ve (18) denklemlerini elde edilir.

Sonuç: M , (14) eşitliğindeki $F(s, t)$ yaması ile verilen küresel çarpım yüzeyi olsun. Ayrıca M yüzeyinin birinci ve ikinci asli eğrilikleri k_1 ve k_2 sırasıyla, (17) ve (18) eşitlikleri ile verilsin. Buna göre aşağıdaki ifadeler doğrudur.

i) Eğer $\alpha(s)$ birinci bileşeni $f_1'(s) = 0$ eşitliğini sağlayan bir doğru ise M yüzeyi bir düzlemin parçası olduğundan M küresel çarpım yüzeyinin fokal yüzeyi elde edilemez.

ii) Eğer $\alpha(s)$ ikinci bileşeni $f_2'(s) = 0$ eşitliğini sağlayan bir doğru ise M yüzeyi $\beta(t)$ eğrisi üzerine kurulan bir silindir olduğundan M küresel

çarpım yüzeyinin fokal yüzeyi de yine $\beta(t)$ eğrisi üzerine kurulan bir silindirdir ve parametrizasyonu

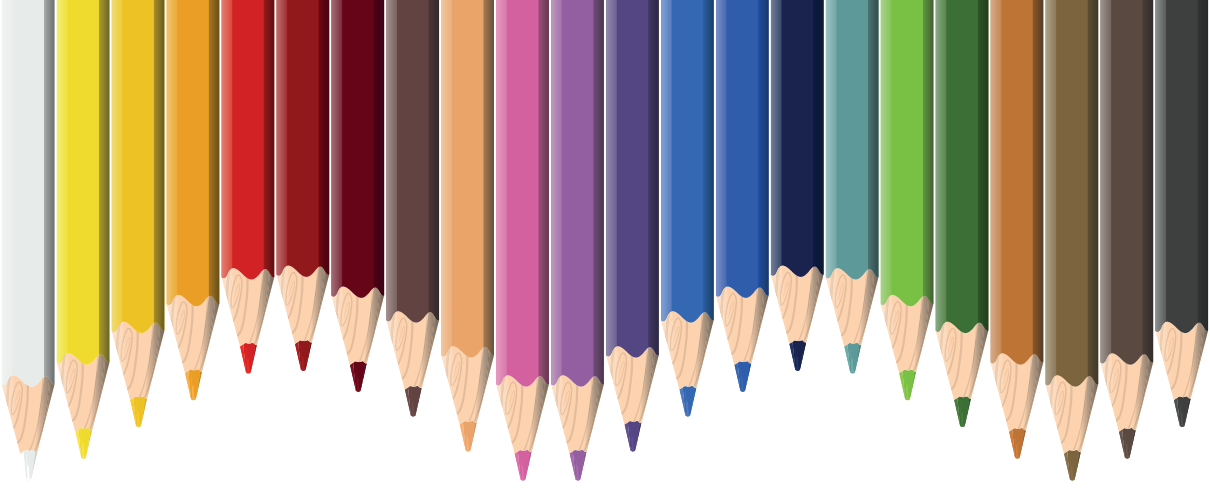
$$F^*(s, t) = \left(f_1(s), \frac{f_2(s)g_1(t) - 2f_2^2(s)f_1'^{\frac{3}{2}}(s)g_2'(t)}{C(t)f_1'^{\frac{3}{2}}(s)(f_1^2(s)f_2(s) + 1)}, \frac{f_2(s)g_1(t) + 2f_2^2(s)f_1'^{\frac{3}{2}}(s)g_2'(t)}{C(t)f_1'^{\frac{3}{2}}(s)(f_1^2(s)f_2(s) + 1)} \right)$$

şeklindedir.

5. KAYNAKLAR

- [1] K. Arslan, B. Bulca, B. K. Bayram, G. Öztürk, and H. Ugail, On Spherical Product Surfaces in \mathbb{IE}^3 , International Conference on CyberWorlds, 1(2009), 132-137.
- [2] T. Bhabhrawala, Shape Recovery from Medical Image Data Using Extended Superquadrics. MSc Thesis, State University of New York at Buffalo, December 2004.
- [3] T.O. Binford, Visual perception by computer. In IEEE Conf. On Systems and Controls, 1971.
- [4] T. Boulton, and A. Gross, Error of fit measures for recovering parametric solids. Internat. Conf. Computer Vision, 1988.
- [5] Carmo, M. P. Do, 1983. Differential geometrie von Kurven und Flächen, Vieweg Verlag, Wiesbaden, Braunschweig.
- [6] J. Gielis, J. Beirinchx, and Bastianens, Superquadrics with rational and irrational symmetry, Symposium on solid modelling and Applications, 2003.
- [7] A. Gray, Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica, Second Edition, CCR Press, 1997.
- [8] A. Görgülü and E. Özdamar. 1989. Parallel Submanifolds Journal of Mathematics and Stastics of the Faculty of Arts and Science, Gazi Üniv.V.2, pp.55-63.
- [9] A. Gupta, and R. Bajcsy, Surface and volumetric segmentation of range images using biquadrics and superquadrics. In Int. Conf. Pattern Recognition, 1(1992). 158–162.
- [10] H.H. Hacısalihoğlu. 1983. Diferensiyel Geometri, İnönü Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Yayınları, No 2.
- [11] H. Hagen, S. Hahmann. Generalized Focal Surfaces: A New Method for Surface Interrogation. Proceedings Visualization'92, Boston; 1992. pp.70-76.
- [12] H. Hagen, H. Pottmann, A. Divivier. Visualization functions on a surface. Journal of Visualization and Animation 1991; 2: 52-58.
- [13] G. Hager, Task-directed computation of qualitative decisions from sensor data. IEEE Trans. Robotics and Automations, 10(4) (1994):415–429.

- [14] A. Jaclic, A. Leonardis, and F. Solina, Segmentation and Recovery of Superquadrics. Kluwer Academic Publishers, Vol. 20, 2000.
- [15] A. Leonardis., A. Jaklic, and F. Solina, Superquadrics for segmenting and modeling range data. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 1997. 19(11): p. 1289-1295.
- [16] B. Özdemir. A characterization of focal curves and focal surfaces in \mathbb{E}^4 . PhD, Uludağ University, Bursa, Turkey, 2008.
- [17] B. Özdemir, K. Arslan. On generalized focal surfaces in \mathbb{E}^3 . Rev. Bull. Calcutta Math. Soc. 2008; 16 (1): 23-32.
- [18] G. Öztürk, S. Büyükkütük, İ. Kişi, (2023), Some characterizations of focal surfaces of a tubular surface in E^3 , Taylor and Francis,
- [19] A. P. Pentland. Percettual organization and the representation of natural form, Artificial Intelligence, 28(1986), 293-331.
- [20] A. P. Pentland. Automatic extraction of deformable part models. International Journal of Computer Vision, 4(1990), 107-126.
- [21] M. Petrovic, Generating the focal directorial geometric forms as a designing pattern of the architectural-urban space (in Serbian), doctoral dissertation, University of Belgrade, Faculty of Architecture.
- [22] L. Petrusevski, M. Petrovic, M. Devetakovic and J. Ivanovic, Modelling of focal-directional surfaces for application in architecture, FME Transactions, 45 (2017), 294-300.
- [23] MD. Shepherd. Line congruences as surfaces in the space of lines. Differential Geometry and its Applications, 1999; 10, 1-26.
- [24] F. Solina and R. Bajcsy, Recovery of parametric models from range images: the case for superquadrics with global deformations. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 1990. 12(2): p. 131-147.



Bölüm 7

EULER BERNOULLİ TERS KATSAYI PROBLEMİNİN DEVİRLİ KOŞULLA ÇÖZÜMÜ

*İrem BAĞLAN*¹

¹ Kocaeli Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, Kocaeli, Türkiye (ORCID: 0000-0002-1877-9791) isakinc@kocaeli.edu.tr

GİRİŞ

Uygulamalı matematik alanındaki en önemli problemler kısmi tür diferansiyel denklemlerdir. Kısmi diferansiyel denklemlerin ihtiyacı, geometrik yüzey araştırmaları ve mekanik alanlardaki problemlerle ortaya çıkmıştır. Kısmi diferansiyel denklemler, birçok fiziksel, kimyasal ve biyolojik problemi çözmek için kullanılır. Bu durum, matematikçileri bu denklemlerin çalışılmasına yönlendirmiştir.

Ses dalgası dağılım sorunlarının matematiksel modellemesi aşağıdaki denklemle belirtilir:

$$(\partial^2 u)/(\partial t^2) + (\partial^4 u)/(\partial x^4) = f(x, t)$$

Bu denklem, Euler-Bernoulli denklemleri olarak adlandırılır. Nanoteknolojide yaygın olarak kullanılan çeşitli yapı elemanlarının titreşim, burkulma ve dinamik davranışları, Euler-Bernoulli denklemleri tarafından temsil edilir. Yeni ve olağanüstü elektronik ve mekanik özellikleri nedeniyle karbon nanotüpler, gelecekte en kullanışlı malzemelerden biri olarak kabul edilmektedir.

Günümüzde nanotüpler, atomik kuvvet mikroskopisi, kompozit malzemeler için nanodolgu maddeleri, nanomölçekli elektronik cihazlar ve hatta sürtünmesiz nanoaktüatörler, nanomotorlar, nanorulmanlar ve nanoyaylar gibi nanoteknoloji uygulamalarda kullanılmaktadır [1,2,3,4,5,6,7,9]. Bu elemanlar, farklı yük koşullarına bağlı olarak farklı sınır koşullarıyla ele alınmaktadır. Çeşitli yapı elemanları, nüfus dinamikleri, termoelastisite, tıp bilimi, elektrokimya, mühendislik ve geniş kapsamlı kimya mühendisliği gibi yaygın olarak kullanılan çeşitli yapı elemanlarının titreşim, burkulma ve dinamik davranışları, Euler-Bernoulli denklemleri tarafından temsil edilir. Bu nedenle, nano malzemelerin yapısal bileşenlerinin matematik modellemesinde kullanılan farklı sınır koşullarıyla Euler-Bernoulli denklemlerinin çözümünün varlığı ve benzersizliği üzerine yapılan araştırmalar, matematikçiler arasında ilgi odağı olmaya devam etmektedir. Matematikte, Euler-Bernoulli denkleminin klasik ifadesi aşağıdaki gibidir:

$$(\partial^2 u)/(\partial t^2) + (\partial^4 u)/(\partial x^4) = 0$$

Sınır koşulları lokal ve lokal olmayan koşullar olarak ikiye ayrılır. Lokal olmayanlar çalışılması en zor olanlardır. Özellikle devirli sınır koşulu oldukça çalışılması güç koşuldur [10,11,12,13,14,15]. Devirli sınır koşulu ay teorisini içeren problemlerde kullanılır [16].

Araştırmamızda, lineer Euler-Bernoulli denkleminin devirli koşul yardımıyla, ters problem çözümü incelenmektedir. Çözüm bulurken, Volterra integral denklem teorisi kullanılmıştır. Bu amaçla, bu problemin varlığı, teklifi ve veriye bağlılığı Fourier yöntemleri kullanılarak gösterilmektedir.

1. TEMEL KAVRAMLAR

Tanım: $f(x)$, 2π periyotlu bir fonksiyon olmak üzere

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx + b_k \sin kx$$

serisi Fourier sersisi olarak adlandırılır. a_0, a_k, b_k katsayıları Fourier katsayıları olarak isimlendirilir.

Tanım: İntegral altında bilinmeyen bir fonksiyon içeren denkleme integral denklemler denir.

$$\mathbf{Tanım:} \quad w(\tau) = f(\tau) + \int_{h(t)}^{g(t)} \lambda K(\tau, \xi) w(\xi) d\xi$$

$h(t), g(t)$ integralin sınır değerleri $K(t,s)$ çekirdeğidir.

$$f(\tau) = \int_a^b K(\tau, \xi) u(\xi) d\xi$$

denklemine birinci tip Fredholm denklemi denir.

$f(\tau)$ ve $K(\tau, \xi)$ için

$$w(\tau) = f(\tau) + \int_a^b \lambda K(\tau, \xi) w(\xi) d\xi, \quad a < t < b,$$

ikinci tip Fredholm integral denklemi denir.

$$f(\tau) = \int_a^t K(\tau, \xi)u(\xi)d\xi$$

denklemine birinci tip Volterra denklemi denir.

$$w(\tau)=f(\tau)+\int_a^t \lambda K(\tau, \xi)w(\xi)d\xi, t>a,$$

ikinci tip Volterra denklemi denir.

Theorem. $f(t)$ fonksiyonu ve $K(t,s)$ çekirdek fonksiyonu sürekli ise $u(s)$ yakınsaktır.

2. EULER BERNOULLİ TERS KATSAYI PROBLEMİ

Euler-Bernoulli denklemi:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \varepsilon \frac{\partial^4 u}{\partial \xi^4} = \alpha(\tau)f(\xi, \tau), \quad (1)$$

Başlangıç koşulları:

$$\begin{aligned} u(\xi, 0) &= \varphi(\xi), \xi \in [0, \pi] \\ u_\tau(\xi, 0) &= \psi(\xi), \xi \in [0, \pi] \end{aligned} \quad (2)$$

Devirli sınır koşulları:

$$\begin{aligned} u(0, \tau) &= u(\pi, \tau), \tau \in [0, T] \\ u_\xi(0, \tau) &= u_\xi(\pi, \tau), \tau \in [0, T] \\ u_{\xi\xi}(0, \tau) &= u_{\xi\xi}(\pi, \tau), \tau \in [0, T] \\ u_{\xi\xi\xi}(0, \tau) &= u_{\xi\xi\xi}(\pi, \tau), \tau \in [0, T] \end{aligned} \quad (3)$$

İntegral koşul

$$\sigma(\tau) = \int_0^{\pi} \xi u(\xi, \tau) d\xi, \tau \in [0, T] \quad (4)$$

(1)-(4) problemi $D := \{0 < \xi < \pi, 0 < \tau < T\}$ bölgesinde tanımlı periyodik koşullu yarı lineer parabolik denklemi ele alalım. Burada lineer olmayan terim $f(\xi, \tau)$ dir. (2)-(3) periyodik sınır koşul, (4) ise başlangıç koşuldur. $\sigma(\tau)$ integral ek koşuldur [8].

2.1. Euler Bernoulli Probleminin Çözümü

(1)-(4) problemini Fourier metoduna göre çözersek:

$$\begin{aligned} u(\xi, t) = & \frac{1}{2} \left[\varphi_0 + \psi_0 t + \frac{2}{\pi} \int_0^t \int_0^{\pi} (t-\tau) \alpha(\tau) f(\xi, \tau) d\xi d\tau \right] \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\varphi_{cm} \cos(2m)^2 t + \frac{\psi_{cm}}{\pi(2m)^2} \sin(2m)^2 t \right] \cos 2m\xi \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{2}{\pi(2m)^2} \int_0^t \int_0^{\pi} \alpha(\tau) f(\xi, \tau) \sin(2m)^2 (t-\tau) \cos 2m\xi d\xi d\tau \right] \cos 2m\xi \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\varphi_{sm} \cos(2m)^2 t + \frac{\psi_{sm}}{\pi(2m)^2} \sin(2m)^2 t \right] \sin 2m\xi \quad (5) \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{2}{\pi(2m)^2} \int_0^t \int_0^{\pi} \alpha(\tau) f(\xi, \tau) \sin(2m)^2 (t-\tau) \sin 2m\xi d\xi d\tau \right] \sin 2m\xi \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{2}{\pi(2m)^2} \int_0^t \int_0^{\pi} \alpha(\tau) f(\xi, \tau) \sin(2m)^2 (t-\tau) \sin 2m\xi d\xi d\tau \right] \sin 2m\xi \end{aligned}$$

elde edilir. Burada

$$\varphi_0 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \varphi(\xi) d\xi, \quad \varphi_{cm} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \varphi(x) \cos 2k\xi d\xi, \quad \varphi_{sm} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \varphi(x) \sin 2k\xi d\xi.$$

(4) denkleminin t göre türevini alalım:

$$\sigma'(t) = \int_0^{\pi} \xi u_t d\xi, 0 \leq t \leq T \quad (6)$$

(1) ve (6) dan

$$\alpha(t) = \frac{\sigma''(t) - \pi \sum_{m=1}^{\infty} (2m) \left[\varphi_{cm} \cos(2m)^2 t + \frac{\psi_{cm}}{\pi(2m)^2} \sin(2m)^2 t \right]}{\int_0^{\pi} \xi f(\xi, t) d\xi} \quad (7)$$

$$\frac{\pi \sum_{m=1}^{\infty} (2m) \int_0^t f_{sm}(\tau) \alpha(\tau) \sin(2m)^2 (t - \tau) d\tau}{\int_0^{\pi} \xi f(\xi, t) d\xi}$$

Tanım. $\{u, \alpha\}$ ikilisi (1)-(4) ters katsayı probleminin çözümü olarak adlandırılır.

Teorem. Aşağıdaki koşullar sağlanırsa

$$(S1) \quad \sigma(t) \in C^2[0, T]$$

$$(S2) \quad \varphi(\xi) \in C^3[0, \pi], \psi(\xi) \in C^1[0, \pi]$$

$$(S3) \quad f(\xi, t) \in C([0, \pi] \times [0, t])$$

$$(S4) \quad \int_0^{\pi} \xi T(\xi, t) d\xi \neq 0, t \in [0, T]$$

(1)-(4) probleminin çözümü var ve tekdir.

Proof.

$$\varphi(0) = \varphi(\pi), \varphi'(0) = \varphi'(\pi),$$

$$\psi(0) = \psi(\pi), \psi'(0) = \psi'(\pi),$$

$$f(0, t) = f(\pi, t).$$

(5) serisi mutlak olarak yakınsak olduğundan, aynı zamanda düzgün yakınsaktır.

Verilen denklem, aşağıda gösterilen Volterra integral denkleminin ikinci türüdür.

$$F(t) = \frac{\sigma''(t) - \pi \sum_{m=1}^{\infty} (2m)^3 \varphi_{cm} \cos(2m)^2 t + \frac{\Psi_{cm}}{\pi} 2m \sin(2m)^2 t}{\int_0^{\pi} \xi f(\xi, t) d\xi}, \quad (8)$$

$$K(t, \tau) = \frac{-\pi \sum_{m=1}^{\infty} (2m) \int_0^t f_{sm}(\tau) \alpha(\tau) \sin(2m)^2 (t - \tau) d\tau}{\int_0^{\pi} \xi f(\xi, t) d\xi}$$

$$\alpha(t) = F(t) + \int_0^t K(t, \tau) \alpha(\tau) d\tau, \quad t \in [0, T] \quad (9)$$

$F(t)$ ve çekirdek $K(t, \tau)$ nin $[0, T]$ ve $[0, T] \times [0, T]$ de sırasıyla sürekli olduğunu gösterelim:

$$F(t) = \frac{\sigma''(t) - \pi \sum_{m=1}^{\infty} (2m)^3 \left(\int_0^{\pi} \varphi(\xi) \sin 2m\xi d\xi \right) \cos(2m)^2 t}{\int_0^{\pi} \xi f(\xi, t) d\xi} + \frac{-\pi \sum_{m=1}^{\infty} \left(\int_0^{\pi} \psi(\xi) \sin 2m\xi d\xi \right) \frac{2m}{\pi} \sin(2m)^2 t}{\int_0^{\pi} \xi f(\xi, t) d\xi},$$

$$F(t) = \frac{\sigma''(t) - \pi \sum_{m=1}^{\infty} (2m)^3 \varphi_{cm}'' \cos(2m)^2 t}{\int_0^{\pi} \xi f(\xi, t) d\xi} + \frac{-\pi \sum_{m=1}^{\infty} \psi'_{cm} \frac{2m}{\pi} \sin(2m)^2 t}{\int_0^{\pi} \xi f(\xi, t) d\xi},$$

Maksimumunu alırsak her iki tarafın,

$$\|F(t)\| \leq \frac{2 \left(\|\sigma''(t)\| + \pi \sum_{m=1}^{\infty} (\|\varphi_{cm}''\| + \|\psi'_{cm}\|) \right)}{M\pi^2}$$

$$K(t, \tau) = \frac{-2 \sum_{m=1}^{\infty} (2m) \int_0^t \int_0^{\pi} f(\xi, \tau) \alpha(\tau) \sin(2m)^2 (t - \tau) d\xi d\tau}{\int_0^{\pi} \xi f(\xi, t) d\xi}$$

Maksimumunu alırsak her iki tarafın,

$$\|K(t, \tau)\| \leq \frac{2 \left(\sum_{m=1}^{\infty} (\|f_{cm}\|_x \|T\|) \right)}{M\pi}$$

(S1)-(S2) ve Weierstrass M testine göre, $F(t)$ ve $K(t, \tau)$, $[0, T]$ ve $[0, T] \times [0, T]$ üzerinde sürekli olarak bulunur. Volterra Teoremi'ne göre, ters (1)-(4) problemi $[0, T]$ üzerinde tek bir çözüme sahiptir.

2.2. Euler Bernoulli Probleminin Kararlılığı

Teorem . Eğer veriler (S1)-(S4) sağlanırsa, çözüm sürekli bir biçimde başlangıç verilerine bağlıdır.

İspat.

$$\Delta = \{\varphi, \psi, \kappa, f\},$$

$$\bar{\Delta} = \{\bar{\varphi}, \bar{\psi}, \bar{\kappa}, \bar{f}\},$$

$$\|\Delta\| = (\|\kappa\| + \|\varphi\| + \|\psi\| + \|f\|).$$

$$F(t) - \bar{F}(t) = \frac{\left(\sigma''(t) - \overline{\sigma''(t)} + \pi \sum_{m=1}^{\infty} (\varphi''_{cm} - \overline{\varphi''_{cm}}) \cos(2m)^2 t \right)}{\int_0^{\pi} \xi f(\xi, t) d\xi} + \frac{\pi \sum_{m=1}^{\infty} (\psi'_{cm} - \overline{\psi'_{cm}}) \cos(2m)^2 t}{\int_0^{\pi} \xi f(\xi, t) d\xi}$$

Her iki tarafın maksimumu alınırsa,

$$\|F(t) - \bar{F}(t)\| \leq \frac{2 \left(\|\sigma''(t) - \overline{\sigma''(t)}\| + \pi \sum_{m=1}^{\infty} (\|\varphi''_{cm} - \overline{\varphi''_{cm}}\| + \|\psi'_{cm} - \overline{\psi'_{cm}}\|) \right)}{M\pi^2} \quad (10)$$

$$K(t, \tau) - \bar{K}(t, \tau) = \frac{\pi \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^t (f_{cm})_{\chi} \sin(2m)^2 (t - \tau) d\tau}{\int_0^{\pi} \xi f(\xi, t) d\xi} - \frac{\pi \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^t \overline{(f_{cm})_{\chi}} \sin(2m)^2 (t - \tau) d\tau}{\int_0^{\pi} \xi \overline{f(\xi, t)} d\xi}$$

Her iki tarafın maksimumu alınırsa,

$$\|K(t, \tau) - \overline{K}(t, \tau)\| \leq \frac{2 \left(\|f - \bar{f}\| \|T\| + \|T\| \sum_{m=1}^{\infty} \left(\| (f_{cm})_{\xi} - \overline{(f_{cm})_{\xi}} \| \right) \right)}{M\pi} \quad (11)$$

$$\|\alpha - \bar{\alpha}\| \leq \|F - \bar{F}\| + \|T\| \|K\| \|\alpha - \bar{\alpha}\| + \|\alpha\| \|K - \bar{K}\|,$$

(10)-(11) dan

$$\|\alpha - \bar{\alpha}\| \leq \frac{2}{\pi^2 M(1 - \|T\| \|K\|)} \left\{ \|\sigma' - \bar{\sigma}'\| + \pi \sum_{m=1}^{\infty} \left(\|\varphi''_{cm} - \overline{\varphi''_{cm}}\| + \|\psi'_{cm} - \overline{\psi'_{cm}}\| \right) \right\} \\ + \frac{2 \|T\| \|\bar{\alpha}\|}{\pi^2 M(1 - \|T\| \|K\|)} \|f - \bar{f}\| + \frac{2 \|T\|^2 \|\bar{\alpha}\|}{\pi^2 M(1 - \|T\| \|K\|)} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\|(f_{cm})_{\xi} - \overline{(f_{cm})_{\xi}}\| \right)$$

$$u - \bar{u} = \frac{1}{2} \left[(\varphi_0 - \overline{\varphi_0}) + (\psi_0 - \overline{\psi_0}) t + \frac{2}{\pi} \int_0^t (t - \tau) \alpha(\tau) (f_0 - \bar{f}_0) d\tau \right] \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \left[(\varphi_{cm} - \overline{\varphi_{cm}}) \cos(2m)^2 t + \frac{(\psi_{cm} - \overline{\psi_{cm}})}{\pi(2m)^2} \sin(2m)^2 t \right] \cos 2m\xi \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{2}{\pi(2m)^2} \int_0^t \alpha(\tau) (f_{cm} - \bar{f}_{cm}) \sin(2m)^2 (t - \tau) d\tau \right] \cos 2m\xi \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \left[(\varphi_{sm} - \overline{\varphi_{sm}}) \cos(2m)^2 t + \frac{(\psi_{sm} - \overline{\psi_{sm}})}{\pi(2m)^2} \sin(2m)^2 t \right] \sin 2m\xi \\ + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{2}{\pi(2m)^2} \int_0^t \alpha(\tau) (f_{sm} - \bar{f}_{sm}) \sin(2m)^2 (t - \tau) d\tau \right] \sin 2m\xi$$

$$\begin{aligned}
\|u - \bar{u}\| &\leq \frac{1}{2} \|\varphi_0 - \bar{\varphi}_0\| + \frac{1}{2} \|\psi_0 - \bar{\psi}_0\| \|T\| \\
&+ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m)^2} \left(\|\varphi_{cm} - \bar{\varphi}_{cm}\| + \|\psi_{cm} - \bar{\psi}_{cm}\| \right) \\
&+ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m)^2} \left(\|f_{cm} - \bar{f}_{cm}\| \|T\| \|\alpha\| + \|f_{sm} - \bar{f}_{sm}\| \|T\| \|\alpha\| \right) \\
&+ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m)^2} \left(\|\varphi_{sm} - \bar{\varphi}_{sm}\| + \|\psi_{sm} - \bar{\psi}_{sm}\| \right) \\
&+ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m)^2} \left(\|\bar{f}_{cm}\| \|T\| \|\alpha - \bar{\alpha}\| + \|\bar{f}_{sm}\| \|T\| \|\alpha - \bar{\alpha}\| \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\|u - \bar{u}\| &\leq \frac{1}{2} \|\varphi_0 - \bar{\varphi}_0\| + \frac{1}{2} \|\psi_0 - \bar{\psi}_0\| \|T\| \\
&+ \frac{\pi^2}{24} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\|\varphi_{cm} - \bar{\varphi}_{cm}\| + \|\psi_{cm} - \bar{\psi}_{cm}\| \right) \\
&+ \frac{\pi^2}{24} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\|f_{cm} - \bar{f}_{cm}\| \|T\| \|j\| + \|f_{sm} - \bar{f}_{sm}\| \|T\| \|\alpha\| \right) \\
&+ \frac{\pi^2}{24} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\|\varphi_{sm} - \bar{\varphi}_{sm}\| + \|\psi_{sm} - \bar{\psi}_{sm}\| \right) \\
&+ \frac{\pi^2}{24} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\|\bar{f}_{cm}\| \|T\| \|\alpha - \bar{\alpha}\| + \|\bar{f}_{sm}\| \|T\| \|\alpha - \bar{\alpha}\| \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\|u - \bar{u}\| &\leq M_1 \|\varphi - \bar{\varphi}\| + M_2 \|\psi - \bar{\psi}\| \\
&+ M_3 \|f - \bar{f}\| + M_4 \|\kappa - \bar{\kappa}\|
\end{aligned}$$

$$\|u - \bar{u}\| \leq M_5 \|\Delta - \bar{\Delta}\|$$

$$\Delta \rightarrow \bar{\Delta} \text{ olduğundan } u \rightarrow \bar{u}.$$

3. SONUÇLAR

Devirli ve integral sınır koşullarıyla ters katsayılı lineer Euler denkleminin çözümü incelendi. Problem kötü tanımlı olmasına rağmen, elde edilen sonuçlar oldukça iyi çıkmıştır. Bu makalede periyodik sınır koşulları incelenmektedir. Ters katsayı problemleri için devirli sınır koşulları, yerel sınır koşullarından daha zorlu olabilir. Bu çalışmada, Fourier yöntemleri kullanılarak sonuçlar elde edildi. Sonuç olarak, bu problemin analitik çözümü Volterra teorisi kullanılarak tamamlandı.

3. KAYNAKLAR

- 1] He X.Q., Kitipornchai S., Liew K.M., Buckling analysis of multi-walled carbon nanotubes a continuum model accounting for van der Waals interaction, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2005, Vol 53, 303-326,
- [2] Natsuki T., Ni Q.Q., Endo M., "Wave propagation in single-and double-walled carbon nano tubes filled with fluids", *Journal of Applied Physics*, 2007, Vol 101, 034319.
- [3] Cannon, J. Lin, Y., Determination of parameter $p(t)$ in Hölder classes for some semilinear parabolic equations, *Inverse Problems*, 1999, Vol 4, 595-606.
- [4] Dehghan, M. , Implicit Solution of a Two-Dimensional Parabolic Inverse Problem with Temperature Overspecification, *Journal of Computational Analysis and Applications*, 3(4).
- [5] Baglan I., Determination of a coefficient in a quasilinear parabolic equation with periodic boundary condition, *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2014, Vol. 23 (5), 884-900.
- [6] Cao Y., Yin J.X., Wang C.P., Cauchy problems of semilinear pseudo-parabolic equations, *Journal of Differential Equations*, 2009, Vol. 246, 4568-4590.
- [7] Nakhushev A.M., *Equations of mathematical biology*, Moscow, (in Russian), 1995.
- [8] Ionkin N.I., Solution of a boundary-value problem in heat conduction with a non-classical boundary condition, *Differential Equations*, 1977, Vol. 13, 204-211.
- [9] Baglan I, Canel T., Fourier method for higher order quasi-linear parabolic equation subject with periodic boundary conditions, *Turkish Journal of Science*, 2021, Vol. 6 (3), 148-155.
- [10] Brown J.W., Churchill R.V., *Fourier series and boundary value problems*, McGraw-Hill, 5 th Edition, Inc., Singapur, 1993.
- [11] Baglan I., Canel T., Analysis of inverse Euler-Bernoulli equation with periodic boundary conditions, *Turkish Journal of Science*, 2022, Vol. 7(3), 146-156.

- [12] Ciftci I., Halilov H., Fourier method for a quasilinear parabolic equation with periodic boundary condition, Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 2008, Vol. 37(2), 69-79.
- [13] Mehraliyev Y., Allahverdiyeva S., and Ramazanova A., On one coefficient inverse boundary value problem for a linear pseudoparabolic equation of the fourth order, AIMS Mathematics, 2023, Vol. 8(2), 2622-2633.
- [14] Rashedi, K., and Yousef, S. A., Ritz-Galerkin method for solving a class of inverse problems in the parabolic equation, International Journal of Nonlinear Science, 2011, Vol. 12 (1), 498-502.
- [15] Hill G.W. (1886), On the part of the motion of the lunar perigee which is a function of the mean motions of the sun and moon, Acta Mathematica , 8,1-36.



Bölüm 8

ÇOK DAMARLI SÜPERİLETKENLERDE ALTERNATİF AKIM KAYIP MEKANİZMALARI VE HESAPLAMA MODELLERİ

Özlem ÇİÇEK¹

¹ Dr. Öğr. Üyesi, İskenderun Teknik Üniversitesi, Mühendislik ve Doğal Bilimler Fakültesi, Mühendislik Temel Bilimleri Bölümü, Hatay, Türkiye <https://orcid.org/0000-0001-9350-3456>
Üretildiği Doktora Tezi Bilgileri: Çiçek, Özlem. "Farklı Formlarda Süperiletken Tellerde Transport ve Alternatif Akım Kayıp Özelliklerinin Kıyaslanması." DoctoralThesis, August 06, 2018. <https://acikbilim.yok.gov.tr/handle/20.500.12812/46489> Danışman: Prof. Dr. Ali Gencer

1. GİRİŞ

Hayatı kolaylaştıran en önemli icadın elektrik olduğu ve elektrikle ilgili en büyük sorunun ise kullanımında kayıpların ciddi bir orana sahip olması olduğu yaygın olarak kabul edilmektedir. Bir iletkenin elektrik direncinin sıcaklığın azalmasıyla azaldığı biliniyordu ancak çok düşük sıcaklıklarda direnç-sıcaklık ilişkisine ilişkin ancak tahminler yapılabiliyordu. 1908 yılında Kamerlingh Onnes'in Helyumu sıvılaştırması, 4 K'ye kadar düşük sıcaklıklarda deneyler yapılmasına olanak sağladı ve bazı malzemelerin elektrik akımına karşı tüm dirençlerini kaybettiği gözlemlendi. Böylece yeni bir kavram ortaya çıktı: süperiletkenlik.

İlk olarak cıvanın 4 K'da elektriksel direncini tamamıyla kaybettiği bulunduğundan (Onnes, 1911) sonra hem bu yeni olgunun teorik açıklamaları için hem de bu özelliğin hangi malzemelerde gözlemlendiğinin tespiti için çalışmalar başlamış oldu. Sonraki yıllarda başka süper iletken metallere, alaşımlar ve bileşikler keşfedildi. Daha sonra kritik sıcaklık T_c olarak anılacak olan farklı sıcaklık seviyelerinin, farklı malzemelerin süperiletken özelliğini karakterize etmek için kullanılan doğal özelliklerden biri olduğu keşfedildi. Bu sıcaklığın yükselmesi, ilgilenilen numunenin soğutulması için gereken sıcaklığın yükseldiği yani soğutma maliyetinin azaldığı anlamına gelmekteydi. Bu yeni alandaki çalışmalarının bir kısmı, bu amaca yönelik daha yüksek T_c elde etme yarışına odaklandı. Diğer bir grup çalışma ise bu yeni olgunun açıklanması konusuna odaklandı. Süperiletkenlik olgusunun açıklanması için yürütülen çalışmalar esnasında 1933 yılında W. Meissner ve R. Ochsenfeld süperiletkene uygulanan manyetik alanın (mükemmel iletkenlerdekinden farklı olarak) numuneye nüfuz edemediğini keşfetmeleri ile yeni bir faz olduğu anlaşıldı (Meissner & Ochsenfeld, 1933).

Süperiletken fazının kritik özelliklerini özetlersek; (i) T_c , *Kritik Sıcaklık*: malzemede sıfır direncin gözlenmeye başladığı sıcaklık değeri, (ii) H_c , *Kritik Alan*: Süperiletken fazdaki bir numunenin normal faza geçmesine neden olan maruz kaldığı manyetik alan değeri ve (iii) J_c , *Kritik Akım Yoğunluğu*: Süperiletken fazdaki bir numunenin süperiletkenliğini kaybetmeden taşıyabildiği maksimum akım yoğunluğudur.

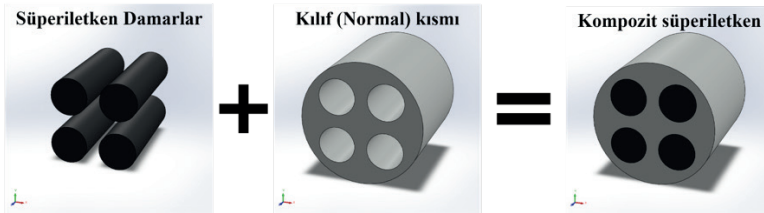
Bu özellikler nedeniyle süperiletkenler birçok yönden yararlanılabilecek benzersiz malzemelerdir. Büyük miktarda akım taşıyabilmeleri onları kentsel elektrik şebekeleri için ideal malzeme yaparken (hatalı akım sınırlayıcılar) diğer bir taraftan bobinlere sarıldıklarında da güçlü manyetik alanlar üretebilmeleri onları Manyetik Rezonans Görüntüleme (MRI) gibi teknolojilerde geleneksel tellere göre

daha ideal bir seçim haline getiriyor. Hatta yakın zamanda CERN’de tespit edilen Higgs Bozonunun keşfi de bu süperiletken mıknatıslar sayesinde mümkün olabildiği. Çok yüksek akım taşıya bilme ve yüksek manyetik alanlar oluşturabilmelerinin yanında süperiletken malzemelerin diyamanyetizma (manyetik alanı dışarlama) özelliği ve Josepson etkisi sayesinde de SQUID gibi ultra yüksek hassasiyetli sensörlerin geliştirilmesi de mümkün olmuştur ve bu konuda çalışmalar yoğun bir şekilde devam etmektedir.

Süperiletkenliğin birçok teknolojik uygulamasında AC iletme ihtiyaç duyulmaktadır. AC güç aktarımı için süper iletken kablolar kullanıldığında en ciddi sorun, elektrik direncinin tam olarak sıfır olmaması, yani AC kaybının oluşmasıdır. Bu fenomen esas olarak süperiletken tellerde hareket eden girdaplardan kaynaklanan enerji kaybından kaynaklanmaktadır. AC kaybının azaltılması çeşitli yaklaşımlarla, örneğin tellerin çivilenme kuvvetinin artırılması, çok filamentli yapıya sahip tellerin kullanılması ve iletkenlerin şeklinin değiştirilmesiyle denenmiştir. Süperiletkende enerji kaybı, ya soğutma sıvısının buharlaşmasına neden olur ya da soğutucu cihaza ekstra yük getirir. Bu yüzden bir cihazın tasarımı için kullanılan iletkenin alternatif akım kaybı önemli bir olgudur (Carr, 2001).

2. KAYIP MEKANİZMALARI

Kompozit bir süperiletkendeki AC kayıpları birkaç farklı faktörden oluşur ve enerjiyi sağlayan kaynağa bağlı olarak iki kategoriye ayrılabilir: süperiletkene sürülen akımın neden olduğu kayıplar ve süperiletkenin maruz kaldığı manyetik alanın neden olduğu kayıplar. Kayıplar, süperiletkene sürülen alternatif akımdan kaynaklanıyorsa, bunlara taşıma akımı kayıpları (Q_t) adı verilir ve akımı sağlayan enerji kaynağı, kaybedilen gücü sağlar. Bu koşulda kaybolan enerjinin ölçüsü numune üzerinden okunan gerilim farkıdır. Kayıplar, süperiletkene dışarıdan uygulanan alternatif manyetik alan nedeniyle meydana gelirse, bunlara mıknatıslanma kayıpları (Q_m) adı verilir. Bu durumda kaybın kaynağı, manyetik alanı üreten enerji kaynağıdır ve süperiletken numunenin manyetik momenti, kayıp enerjinin ölçüsüdür (Rabbers, 2001).



Şekil 1. Kompozit bir süperiletken yapısı

Süperiletkenlerde AC kayıplarından bahsettiğimizde, meydana gelen tüm elektriksel kayıpları kastediyoruz. İster uygulanan değişken akımdan ister değişken manyetik alandan kaynaklansın, kompozit bir süperiletkendeki AC kaybı ile kastedilen, toplam kayıptır.

Taşıma akımının neden olduğu AC kayıpları, numunede taşınan alternatif akımının indüklediği değişen manyetik alan nedeniyle meydana gelir. Bir kompozit süperiletken (Şekil 1) numuneye sadece AC akım sürüldüğü durum inceleniyor ise dikkate alınması gereken kayıp çeşitleri; taşınan akım yüzünden oluşan öz alnın sebep olduğu histerezis kayıplar, süperiletken damarların çiftlenmesinden kaynaklanan kayıplar ve akı akış kayıplarıdır.

Harici olarak dışardan uygulanan ve zamanla değişen manyetik alan nedeniyle meydana gelir. Herhangi bir güç cihazında görev alan bir tel için bu durum diğer bileşenlerde üretilen manyetik alanların bileşkesi olarak her daim mevcuttur. Bir kompozit süperiletken (Şekil 1) numuneye sadece değişken dış manyetik alana maruz kaldığı durum inceleniyor ise dikkate alınması gereken kayıp çeşitleri; dış alnın sebep olduğu histerezis kayıplar, süperiletken damarların çiftlenmesinden kaynaklanan kayıplar ve girdap akım kayıplarıdır.



Şekil 2. Kompozit bir süperiletkende meydana gelen toplam AC kaybı

Farklı kayıp mekanizmalarının etkili olduğu bölgeler şematik olarak bir kompozit süperiletken için Şekil 2’de verilmiştir. Bunlardan ilki; bizzat süperiletken doğasından kaynaklanan histeretik kayıplar ve kritik değerleri aşma koşuluna bağlı olarak oluşan akı akış kayıpları süperiletken damarlarda gerçekleşir, Şekil 2-1. İkincisi; süperiletken damarlarda oluşan perdeleme akımlarının damarlar arası normal bölge üzerinden çiftlenmeleri nedeni ile oluşan ohmik kayıplar, Şekil 2-2. Üçüncüsü;

kompozit numunenin normal metal kısımlarında oluşan girdap akımlarından kaynaklı ohmik kayıplardır.

2.1. Histerezis Kayıplar

Kompozit bir süperiletkenin süperiletken kısmındaki histerezis kaybı oluşumu ya taşıma akımının neden olduğu öz alandan ya da harici olarak uygulanan alandan kaynaklanır. Bu koşulları daha yakından inceleyelim.

Kompozit süperiletkenden akım geçtiğinde, bu akımın oluşturduğu öz alan ilk başta süperiletkenin akıma dik kesitinde en dışında ince bir tabakaya nüfuz edebilir. Bu tabaka artan akım miktarı ile artan öz alan yüzünden kalınlaşır. Zamanla değişen öz alan, numuneye nüfuz ettiği bölgede Faraday'ın induksiyon yasasına göre $\nabla \times \vec{E} = -d\vec{B}/dt$ bir elektrik alan oluşturur. Aynı mekanizma harici AC alan uygulandığında da geçerlidir, sadece bu sefer direkt olarak dışarıdan uygulanan alanın değişiminden kaynaklanır. Değişen manyetik alan nüfuz ettiği bölgede oluşan elektrik alan, “perdeleme akımlarını” indükler ve bu sayede numunenin iç bölgesi uygulanan alandan korunmuş olur. Perdeleme akımları, süperiletken içindeki manyetik alan dağılımını Ampere Yasasına göre $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ belirler. Bu perdeleme akımları $\vec{E} \cdot \vec{J}$ ’lik bir enerji kaybına sebep olur. Bu enerji ısı enerjisine dönüşür ve soğutma sistemine ek bir yük getirmiş olur (Norris, 1970).

2.2. Akı Akış Kaybı

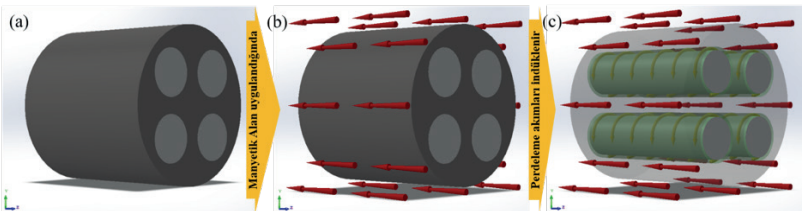
Kompozit süperiletkenden büyük bir taşıma akımı geçtiğinde akı akışı kaybı meydana gelebilir. Kusursuz süperiletken üretimi çok mümkün değildir ki bu kusurlar belli oranlarda istenebilen şeyler haline gelebilirler çünkü bazı çalışmalarda süperiletkenlerde safsızlıklar ve kusurların çivilenme merkezi olarak görev aldığı rapor edilmiştir (Pigalskiy, Vishnev, Efimov, Shabatin, & Trakhtenberg, 2022); (Gao, Grovenor, & Speller, 2023); (Mahato, Yang, & Ghosal, 2023). Uygun koşullar altında kompozit tel/şerit süperiletken damarlarına en dış kısımdan işlemeye başlayan akı çizgileri öbekli bir şekilde (flakson) nüfuz eder ve bu akı öbekleri çivilenme merkezlerine sabitlenirler. Süperiletkene bir akım sürüldüğü zaman her bir akı öbeği bir Lorentz kuvveti etki etmeye başlar: $\vec{F}_L = \vec{J} \times \vec{B} = \vec{J} \times \vec{\Phi}_0$. Düşük akım miktarlarında, çivileme kuvveti Lorentz kuvvetinden büyüktür ve bu yüzden akı öbekleri çivilenme merkezlerinde tuzaklanır. Uygulanan akım kritik bir değeri aşınca, artan akım yoğunluğu ile paralel artan Lorentz kuvveti çivileme kuvvetini aşar ve akı çizgileri hareket etmeye başlar. Lorentz kuvveti tarafından hareketlendirilen ve itilen akı öbekleri süperiletken içinde ek bir elektrik alan oluştururlar. Oluşan ek elektrik alan ek bir kayba neden olacaktır.

Eğer kompozit bir süperiletkende düşük bir AC akım sürüldüğünde histerezis kaybı daha baskın iken, sürülen akım arttırıldıkça akı akış kaybının toplam kayba katkısı önemli bir oran kazanmaya başlayacaktır.

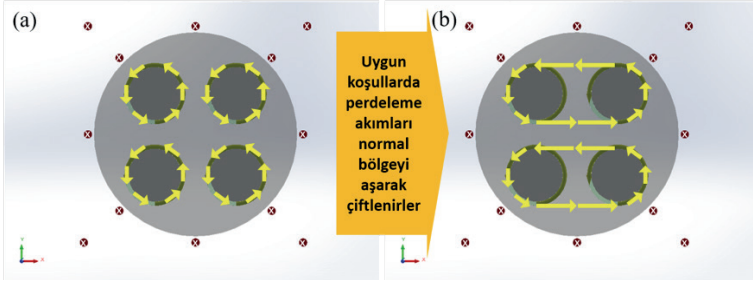
2.3. Çiftlenim kayıpları

Süperiletken tel/şerit yapılar, yüksek manyetik alan altında çalışmak zorunda kaldığı bazı uygulamalar için histerezis kayıplarını azaltmak amacıyla kesit alanları küçültülmektedir. Diğer bir deyişle, aynı miktarda akımı taşıyabilmek için tek geniş bir damar yerine toplamda aynı süperiletken kesit alanına sahip küçük kesit alanlarına ayrıldığı çok damarlı geometriler tercih edilmektedir. Bu damarlar sabitlenmeleri için genellikle metal bir matris içine yerleştirilerek Şekil 1’de de bir örneğinin görüldüğü gibi çok damarlı kompozit tel/şeritler üretilmektedir.

Alternatif akım koşulları uygulandığında (AC taşıma akımı ve/veya AC harici alan), her bir damarda perdeleme akımları oluşur, Şekil 3 (c). Bu uygulanan alternatif akım koşullarının frekansı yeterince artarsa perdeleme akımları süperiletkene göre çok daha yüksek olan normal matrisin direncini yener ve süperiletken damarlardan çıkarak en yakındaki diğer damara normal matris üzerinden geçerek ulaşır (Carr, 2001). Çiftlenmiş perdeleme akımları şematik olarak Şekil 4’de verilmiştir. Şekil 4 (b)’de sarı oklar ile gösterilmiş olan, normal matrisi geçerek damarlar arasında akan bu akım halkaları artık çiftlenim akım halkaları adını alır. Çiftlenim akımlarının normal matristen geçtikleri bölgede meydana gelen ohmik kayıplar çiftlenim kayıpları olarak bilinmektedir. Çok damarlı süperiletken tel/şeritlerde meydana gelen bu çiftlenim akımları toplam kaybın önemli bir oranını oluşturur. Bu kayıplar frekansa bağlı kayıplardır.



Şekil 3. Kompozit bir süperiletkende meydana gelen perdeleme akımları



Şekil 4. Perdeleme akımlarının çiftlenmesi

2.4. Eddy-akım kayıpları

Kompozit süperiletken yapılarda daha öncede bahsettiğimiz gibi, süperiletken damarları koruyan ve stabilize eden normal metal kısımlar da yer almaktadır. Uygulanan AC koşullar (AC akım sürülmesi ve/veya AC dış alan uygulanması) değiştiğinde bu normal kısımlarda eddy akımların indükler. Normal kısımlardaki bu eddy akımları elektronların metal örgüsü içindeki hareketleri nedeniyle maruz kaldıkları sürtünmeler yüzünden ohmik kayıplara neden olurlar. Normal kısımların direnci süperiletken kısımlara göre çok büyük olduğu için eddy akımları yüzünden meydana gelen bu kayıplar büyük önem taşır.

Eddy akım kayıpları ve çiftlenim kayıpları kompozit süperiletkenin normal bölgelerinde oluştuğu için aynı mekanizmaya sahiptirler. Bu yüzden genellikle birbirleriyle kolaylıkla karıştırılabilmektedirler. Ancak aralarındaki kavramsal fark önemlidir. Çiftlenim kayıpları uygulanan AC koşullara bağlı olarak kritik değerlere yaklaştığında ve aşıldığında oluşabiliyor iken, eddy akım kayıpları süperiletkendeki kritik koşullardan bağımsız küçük yada büyük her AC koşul değişiminde meydana gelmektedir.

3. Kayıp Modelleri

Kompozit süperiletkenler mühendislik uygulamalarında cazibesini arttıran benzersiz özellikleri vardır (Kitazawa, 2012) ancak bir sistem tasarlanabilmesi için elektromanyetik koşullarda oluşacak kayıpların tahmin edilebilmesi gerekir (Hong, Campbell, & Coombs, 2006).

Bu kayıpları tahmin etmek için kullanılan modeller genel olarak temel iki gruba ayrılır: (i) süperiletkenlerin özelliklerini açıklamaya çalışan mikroskobik modeller ve (ii) süperiletken kullanarak tasarlanan cihazın performansını tahmin etmeye çalışan makroskobik modeller (Pecher, McCulloch, Chapman, Prigozhin, & Elliott, 2003).

mikroskopik modellerin dayanağı

- London Modeli
- BCS Modeli
- Ginzburg-Landau Modeli

makroskopik modellerinin dayanağı

- Bean Kritik Durum Modeli (Bean, i2)
- Kim Kritik Durum Modeli (Anderson, i3)
- E-J Güç Yasası (Rhyner, 1993)

Mühendislik uygulamaları için makroskopik modeller daha çok ilgi çekmektedir. Kritik durum modelleri, kayıp hesaplarında en çok kullanılan modellerdir ve ilk olarak Bean tarafından ortaya konmuştur. Daha sonra Bean'nin modeli üzerinde bazı düzenlemeler yapılarak modelin öngörülleri deneysel sonuçlara yaklaştırılmaya çalışılmıştır.

3.1. London Teorisi

Süperiletkenliğin oluşumunu açıklamaya çalışan ilk çalışma Fritz London ve Heinz London tarafından 1935'de yapıldı ve fenomenolojik bir teori olan London Teorisi ortaya atılmış oldu. London kardeşler, iki akışkanlı bir tanım geliştirdiler: elektronları normal elektronlar ve süperiletken elektronlar olarak tanımladılar. Bu süperiletken elektrolar enerji tüketmeyen bir akım taşıyor olarak tanımlanırken, normal elektronlar Ohm yasasına uyuyorlardı. Bu kablenişler sonunda iki adet denklem ortaya koydular:

$$\vec{E} = \frac{m}{n_s e^2} \frac{\partial \vec{J}_s}{\partial t} \quad 1. \text{ London Denklemi}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{J}_s = \frac{n_s e^2}{mc} \vec{B} \quad 2. \text{ London Denklemi}$$

Buradaki E: elektrik alan, n_s : süper elektron sayısı, J_s : süper elektronların akım yoğunluğu, B: manyetik alandır. Bu iki denklemden *London nüfuz etme derinliği* (λ_L) olarak tanımlanan bir ifade elde edildi:

$$\frac{1}{\lambda_L^2} = \mu_0 \left(\frac{n_s e^2}{m} \right) \quad \text{London nüfuz etme derinliği } (\lambda_L)$$

London teorisi ciddi sınırlamalara sahipti: normal elektron yoğunluğunun ve süperiletken elektron yoğunluğunun hem tekdüze (uzayda sabit) hem de durağan (zamanda sabit) olduğunu varsaydılar (London & London, 1935). Bu noktada Ginzburg- Landau modeli devreye girerek bu sınırlamaları aştı.

3.2. GinzBurg-Landau Teorisi

Ginzburg-Landau Teorisi, 1950 yılında süperiletkenliği modellemek amacıyla tanımlanmış matematiksel bir teoridir. Manyetik alanın süperiletkenlik durumu üzerindeki etkilerini tanımlayabilmek için

kuantum mekanikten yararlanıldığından süperiletkenliği açıklayan ilk kuantum teorisi olarak kabul edilmiştir. Süperiletken durumu bir dalga fonksiyonu kullanarak tanımlamış, süperiletken ve normal durumların serbest enerjilerinin birbirinden farklı olduklarını kabul etmiş ve termodinamik kanunları kullanmışlardır. Bu teoride tanılanan G-L parametresi süperiletken davranışını iki tipe ayırdığı için önemli bir parametredir.

3.3. BCS Teorisi

John Bardeen, Leon Cooper ve John Schrieffer süperiletkenliği açıklayan geniş kapsamlı ilk teori 1957 yılında ortaya atılmıştır. Bu teoride süperiletken içindeki akım, Cooper-çiftleri adı verilen çiftlenmiş elektronların süper akışı ile açıklanmaktadır. Amerikalı fizikçiler geliştirdikleri bu teori ile 1972 Nobel Ödülü'nü kazandılar. 1986 yılında Georg Bednorz ve Alex Müler, sentezledikleri La-Ba-Cu-O seramiği 35 K'de süperiletken faza geçtiğini rapor ederek BCS teorisinin yasakladığı 30 K üzerinde bir kritik sıcaklık ile yüksek sıcaklık süperiletkenleri devrini başlatmış oldular.

3.4. Bean modeli

Süperiletkenlerdeki kayıpların hesaplanabilmesi için en çok kullanılan model Kritik Durum Modeli dir ve ilk olarak Bean tarafından ortaya konmuştur (Bean, 1962). Bean Modeli, Kritik Durum Modellerinin en basit olanıdır ve kabullenişler şu şekildedir:

(i) Gerçek akım yoğunluğu sadece üç değere sahip olabilir: $+J_c$, 0, $-J_c$

$$J = \begin{cases} 0, & \vec{E} = 0 \\ +J_c, & \vec{E} > 0 \\ -J_c, & \vec{E} < 0 \end{cases} \quad (1)$$

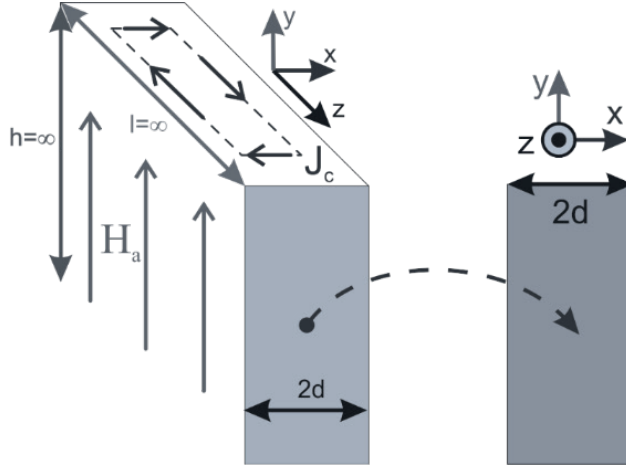
(ii) Süperiletkenin içerisinde sadece elektrik alanın sıfırdan farklı olduğu bölgelerde akım yoğunluğu gözlenir.

(iii) Elektrik alan sıfırlandığında, kritik akım yoğunluğu zaman içinde sabit kalır.

(iv) Kritik akım yoğunluğu, manyetik alandan bağımsızdır.

(v) Manyetik alan, numunenin dış yüzeyinden nüfuz etmeye başlar.

Bean modelini ince bir dilim örneği üzerinden inceleyelim. Boyu ve yüksekliği sonsuz, eni sonlu olan bir süperiletken dilime sonlu yüzeyine dik olacak şekilde manyetik alan uygulandığı durumu inceleyelim, Şekil 5.



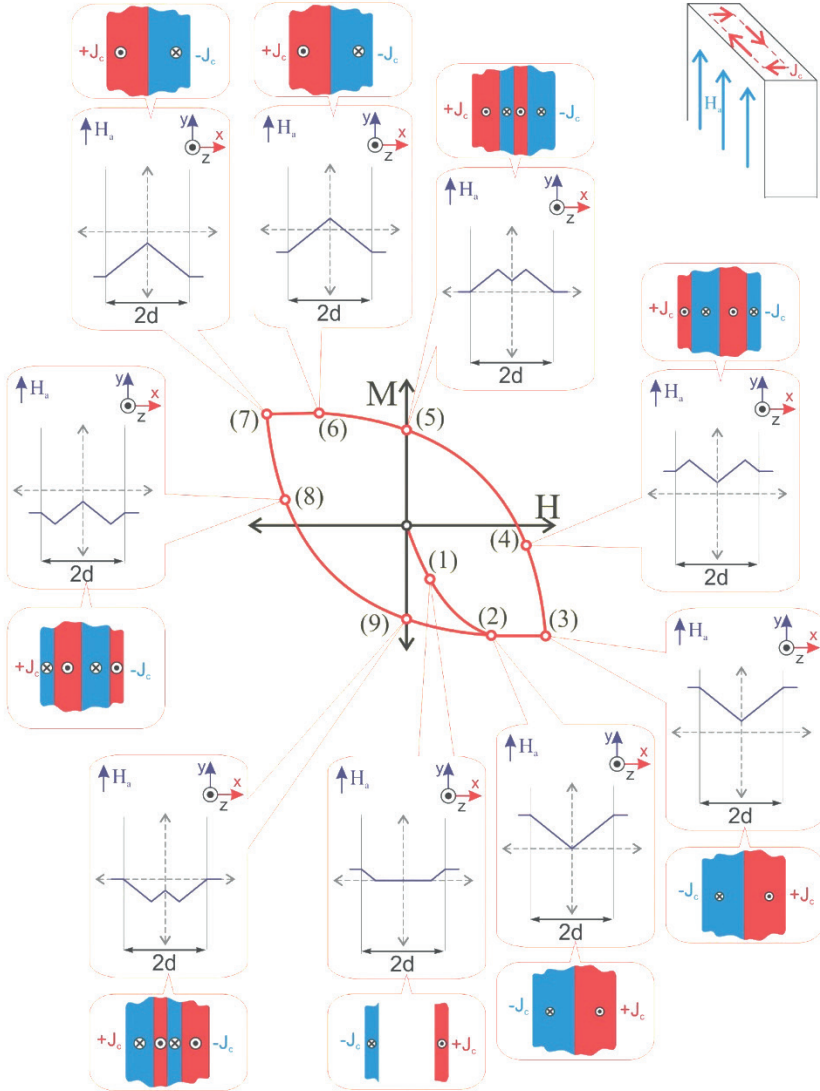
Şekil 5. Sonsuz uzunlukta dilim geometri

Manyetik alan profili Ampere Yasasına göre aşağıdaki gibidir;

$$\nabla \times \vec{H}_a = \vec{J} \quad \rightarrow \quad \frac{dH_y}{dx} = J_z = J_c$$

Burada akım yoğunluğu J_c sadece z -bileşenine sahiptir. Kesit alandaki profili bir boyutludur çünkü y ve z yönündeki türevler sıfırdır. Bu başlangıç durumu Şekil 6 (1) ile gösterilmiştir ve nüfuz eden alan ve indüklenen akım profilleri verilmiştir. Uygulanan manyetik alanı biraz daha arttırıldığını ve numunenin tam ortasına kadar nüfuz ettiğini düşünelim: numunenin tümünde Şekil 6 (2)'de gösterildiği gibi bir profil oluşur. Buna karşılık numunenin bir yarısı $+J_c$ ile doluyken diğer yarısı ise $-J_c$ ile doludur. Numunenin tam ortasına kadar ulaşan en küçük alan miktarı nüfuz alanı (H_p) olarak adlandırılır. Uygulanan alan H_p 'den büyük olacak şekilde arttırılmaya devam ettiği zaman Şekil 6 (3) ile ifade edilmiş olan profillere sahip olur. Bu konumdan sonra uygulanan alan azaltılmaya başlandığı anda profilleri incelersek, Şekil 6 (4): alanın azalmasıyla, numuneye nüfuz eden alan girdiği gibi numunenin merkezinden kenarlarına doğru çekilmez. Bunun yerine, dış yüzeyden öncekine ters yönde alan uygulanıyormuş gibi, dış yüzeylerden içeriye doğru ilerler. Bu durumdaki indüklenen akım profili de, aynı şekilde $+J_c$ taşıyan bölgenin dışından içeri doğru $-J_c$ ve $-J_c$ taşıyan bölgenin dışından içeri doğru da $+J_c$ ilerlemeye başlar. Bu şekilde alan azaltılmaya devam edildikçe, alan ve akım profilleri Şekil 6 (5)'deki gibi dışardan içeri doğru ilerlemeye devam ederler ve nihayetinde alan yeteri kadar azaldığında Şekil 6 (6) profiline

ulaşılır. Bu durum $M - H$ eğrisinin ilerleyen kısımlarında da aynı davranış sergilenir ve tüm bir $M - H$ eğrisi için alan ve akım profilleri Şekil 6'da verilmiştir. Yukarıda anlatılan alanın numuneye nüfuz etme davranışını ve buna karşılık alanın ve akımın profillerini biraz daha yakından inceleyelim. Aynı örnek üzerinde, bu sefer manyetik alan $H_a=0$ 'dan başlatılarak $H_a < H_p$ olduğu bir değere kadar yükseltildikten sonra tekrar azaltılmaya başlanacaktır.



Şekil 6. Bean modeline göre dilim geometriye sahip bir süperiletkenin alan ve akım profilleri

$H_a=H_1$ ($H_1 < H_p$) koşulu için: Kesiti **Hata! Başvuru kaynağı bulunamadı.**'de verilen dilim geometriyi inceleyelim; H_p 'den küçük olan bir manyetik alan uygulandığı zaman;

$$H = \begin{cases} 0, & |x| < x_p \\ (x - x_p)J_c, & |x| \geq x_p \end{cases}$$

$$J = \begin{cases} 0, & |x| < x_p \\ J_c, & |x| \geq x_p \end{cases}$$

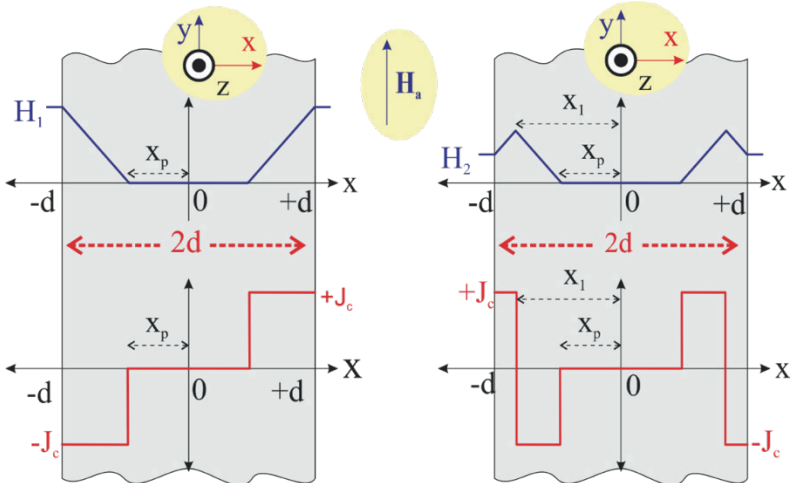
$x = x_p$ 'deki süreklilik yukarıdaki denklemlerde sağlanıyor. $x = d$ 'deki sürekliliği incelersek: $x = d$ 'de içerdeki H 'ın dışarıdaki H_a 'ya eşit olması gerekir.

$$H = (d - x_p)J_c \Rightarrow H_a = (d - x_p)J_c \Rightarrow x_p = d - H_a/J_c$$

$H_p = J_c d$ olduğunu biliyoruz ve bunu yukarıdaki denklemden kullanırsak;

$$x_p = d(1 - H_a/H_p)$$

olarak bulmuş oluruz.



Şekil 7. Uygulanan manyetik alan için numunenin içindeki alan ve akım profilleri

$H_a=H_2$ ($H_2 < H_1 < H_p$) koşulu için: Şimdi uygulanan alanı H_1 değerinden azaltıldığı ve H_2 değerine düşürüldüğü durumu inceleyelim. Uygulanan manyetik alan azaltmaya başladığımızda x_1 içindeki kısım değişmiyor fakat numunenin dış yüzündeki bir kısımda akım yoğunluğu dağılımı değişir. Yani $|x| \leq x_1$ için $J=J_c$ iken, $|x| > x_1$ için $J=-J_c$ olur.

$$H = \begin{cases} 0, & |x| < x_p \\ (x - x_p)J_c, & x_p < |x| < x_1 \\ H(x_1) - (x - x_1)J_c, & x_1 < |x| < d \end{cases}$$

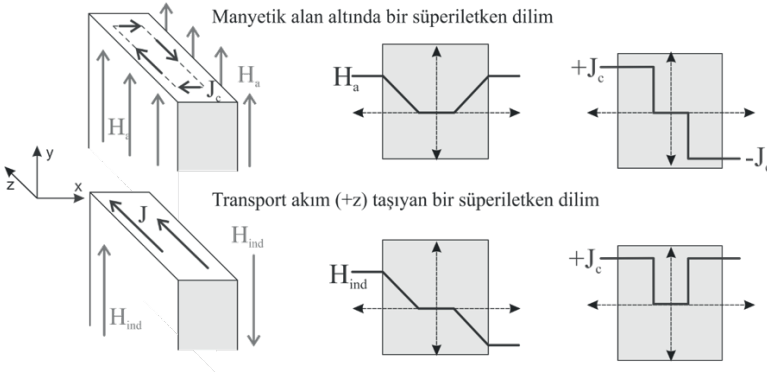
Transport alternatif akım kayıpları:

Şimdi numuneye sadece akım sürüldüğü durum için alan ve akım profillerinde ufak bir fark vardır ve Şekil 8'de gösterilmiştir. Bir telde akan alternatif akım için, alanın nüfuz etmediği yerlerde Maxwell denklemleri şu şekilde olur;

$$\frac{\partial E_z}{\partial R} = \mu_0 \dot{H}_\theta$$

$$\frac{\partial}{\partial R} R H_\theta = R J_z$$

Buradaki H_θ ve E_z sadece R ve l 'nin fonksiyonudurlar ve E ve H 'ın diğer bileşenleri sıfırdır. İkinci denklemin 0 ile R_0 arasında alınan integrali, sınır koşulunu $H_\theta(R_0) = I/2\pi R_1$ olarak verir; I telden geçen akımdır. Ayrıca, hareketli sınır dışında $\dot{j} = 0$ olduğu için ikinci denklem sınırın dışında $\partial R H_\theta / \partial R = 0$ 'dır.



Şekil 8. (a) sadece manyetik alan ve (b) sadece transport akım uygulandığı zaman Bean Modeline göre numune içindeki alan ve akım eğrileri

Sınır koşullarının da yardımıyla,

$$\dot{H}_\theta = \dot{I}/2\pi R$$

ifadesi elde edilir. $R \leq R_1$ için $E_z = 0$ koşulu ile (3.13) denkleminin integrali alındığında ise

$$E_z = \frac{\mu_0}{2\pi} \dot{I} \ln \frac{R}{R_1} \quad R_1 < R < R_0$$

ifadesini verir ve

$$-\frac{1}{V} \int_S \vec{E} \times \vec{H} \cdot d\vec{S} = \frac{2}{R_0} E_z(R_0) H_\theta(R_0) = \frac{\mu_0}{2\pi^2 R_0^2} I i \ln \frac{R_0}{R_1}$$

dir. Elde ettiğimiz bu ifade ve $Q = -\oint dt \int_S \vec{E} \times \vec{H} \cdot d\vec{S}$ kullanılarak;

$$\oint \frac{P}{V} dt = \frac{\mu_0}{2\pi^2 R_0^2} \oint I i \ln \frac{R_0}{R_1} dt$$

elde edilir. I_0 maksimum değerinde elektrik alanın maksimum nüfuz ettiği çap R_2 ise ve bu çapın içinde iken $J=0$ ise aşağıdaki gibidir,

$$I_0 = J_c \pi (R_0^2 - R_2^2)$$

I 'nin pozitif yarı döngüsü için,

$$I = J_c \pi (R_0^2 - R_1^2) - J_c \pi (R_1^2 - R_2^2) = 2J_c \pi (R_0^2 - R_1^2) - I_0$$

dir. Bu yüzden;

$$R_0^2 - R_1^2 = (I + I_0) / 2J_c \pi$$

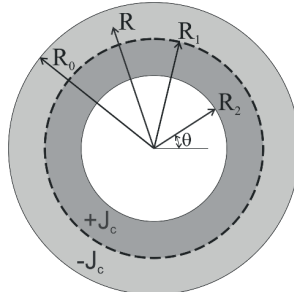
ve ya

$$\frac{R_1^2}{R_0^2} = 1 - \frac{(I + I_0)}{2I_c}$$

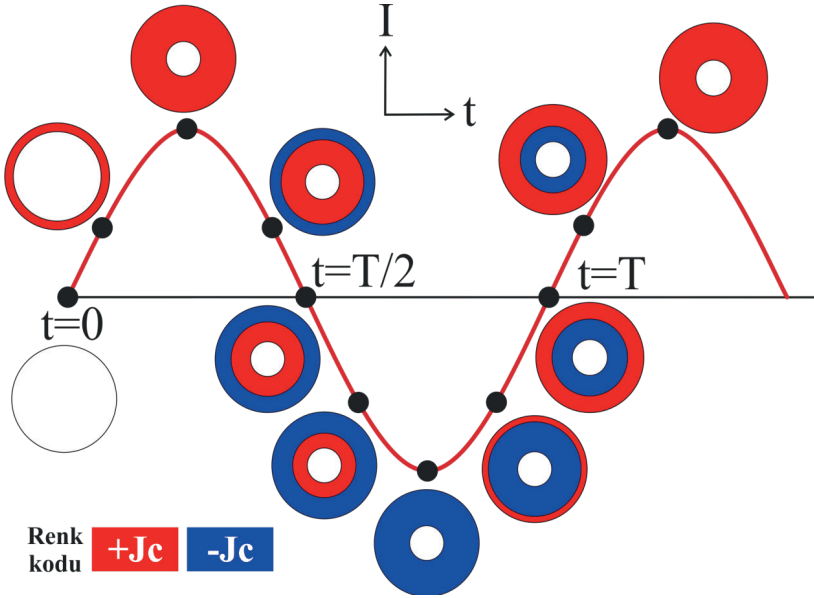
ve buradaki telin kritik akımı

$$I_c = J_c \pi R_0^2$$

dır. R_1 , I işaret değiştirdiği yerlerde $R_2 - R_0$ arasında değişir R_1 'in uygulanan akımın tam bir döngüsünde nasıl değiştiği Şekil 10'da gösterilmiştir.



Şekil 9. Kritik akımından küçük bir değerde alternatif akım taşıyan telin kesit alanında akım dağılımı. R_1 ile gösterilen kesikli daire hareket eden bir sınırdır ve R_2 akımın en çok nüfuz ettiği çaptır



Şekil 10. Silindirik kesit alanına sahip bir süperiletken tele uygulanan alternatif akımın bir döngüsü boyunca kesit alanındaki akım ($I < I_c$) profili

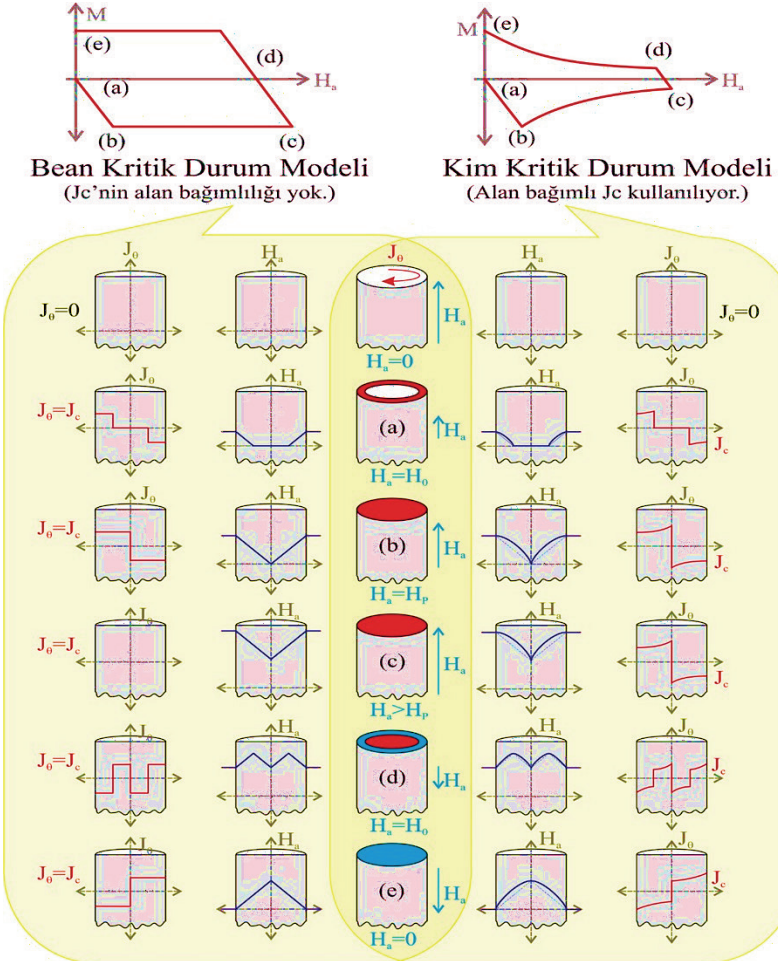
I 'nin negatif yarı döngüsü için,

$$\frac{R_1^2}{R_0^2} = 1 + \frac{(I - I_0)}{2I_c}$$

dir. Bu sonuçları kullanırsak;

$$\oint \frac{P}{V} dt = \frac{\mu_0}{\pi} I_c J_c \left\{ \left(1 - \frac{I_0}{I_c}\right) \ln \left(1 - \frac{I_0}{I_c}\right) + \frac{I_0}{I_c} - \frac{1}{2} \left(\frac{I_0}{I_c}\right)^2 \right\}$$

olur ve bu sonuç ilk olarak London tarafından elde edilmiştir (Carr, 2001).



Şekil 11. Silindirik bir süperiletken numune üzerinde Bean ve Kim Modellerinin öngörülerinin kıyaslanması

4. Kim modeli

Bean kritik durum modeli, a.a. kayıplarının hesabında ve tip 2 süperiletkenlerin düşük sıcaklıklardaki manyetik davranışının analizinde başarıyla uygulanmış ve deneysel sonuçlarla iyi uyum göstermiştir. Fakat yüksek manyetik alanlarda, deneysel sonuçlar ile bu modelin öngörülleri arasında bir uyumsuzluk olduğu görülmüştür. Bu uyumsuzluğun ana sebeplerinden birisi; kritik akım yoğunluğunun bölgesel manyetik alana bağımlı olmasıdır.

Bean modelini geliştirmek için bu bağımlılık göz önüne alınmıştır. En çok kullanılan model, Kim-Anderson modelidir (Kim, Hempstead, & Strnad, 1962);

$$J = \frac{J_0}{1 + H/H_{c0}}$$

Buradaki J_0 ve H_{c0} malzemeye özgü sabitlerdir. Kim'in bu yaklaşımının yarattığı farklılık, Şekil 11'de silindirik geometriye sahip bir numune üzerinde gösterilmiştir.

5. Diğer modeller

Süperiletken kullanarak tasarlanan cihazın performansını tahmin etmeye çalışan makroskobik modeller temelde Kritik Durum Modeline dayanmakla birlikte, deneysel sonuçlara daha iyi uyum sağlaması amacı ile farklı bakış açılarıyla geliştirilerek devam edilmiştir. En çok kullanılan diğer modelleri ise şu şekilde kısaca sıralayabiliriz;

Yeshurun (Yeshurun, Malozemoff, & Shaulov, 1996): $J = J_c(H_{c1}/H)^n$

Fietz (Fietz & Webb, 1969):

$$J_c = J_0 \exp(-H/H_{c0})$$

Watson ve Shi (Xu, Shi, & Fox, 1990): $J_c = J_0(1 + H/H_{c0})^{-1}$

Matshushita (Matsushita, 2000): $J_c = K/\sqrt{H}$

Uyum hesaplama parametreleri olan J_0 , H_{c0} , H_{c1} ve K , doğru akım manyetik alanında kritik akım ölçümlerinden, AC kayıpların ve alınganlığın manyetik alan bağımlılığından (Gömory, 1997) ve süperiletkenin manyetik alanı perdeleme özelliklerinden deneysel olarak belirlenebilir (Sanchez & Navau, 2001).

6. SONUÇ

Süperiletkenliğin 1911 yılında Kamerlingh Onnes tarafından keşfedilmesinden sonra, süperiletkenliğin mekanizmasını açıklığa kavuşturmak için mikroskobik modeller geliştirilmesiyle yarım yüzyıl kadar bir süre geçti. Sonrasında ise çeşitli mühendislik uygulamalarında kullanım için çekici ve benzersiz özelliklere sahip oldukları için üstün performans gerektiren spesifik amaçlara yönelik uygulamalar için süperiletken tasarımlar üzerinde çalışıldı. Örneğin şu anda spesifik amaçlara yönelik uygulamalar arasında süperiletkenlerin en umut verici uygulaması, sıfır dirençlerinden yararlanan güçlü mıknatıslardır. En bilindik örnek halihazırda dünya çapında on binlerce hastanede kurulu olan Manyetik Rezonans Görüntüleme (MRI) sistemleridir. Kalıcı akım modunda çalışan süperiletken mıknatısları sayesinde geleneksel versyonlarına göre insan vücudunu daha hassas, daha güçlü ve daha kararlı bir manyetik alanla çevreleyebilir. Bunun gibi spesifik amaçlara yönelik uygulamalar arasında levitasyon ilkesi ile taşımacılık için MagLev Trenler,

Fransa'da inşaa edilen Uluslararası Termonükleer Deneysel Reaktör (ITER), protein yapılarını belirlemek için standart teknik haline gelen Nükleer manyetik rezonans (NMR) spektroskopisinin çözünürlüğü arttıran süperiletken mıknatıslar, beyin ve kalp fonksiyonlarını incelemek için manyetoensefalografi ve manyetokardiyografide kullanılan süper iletken kuantum girişim cihazları (SQUID'ler), hatta Higg Bozonunun keşfine imkan sunan Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (LHC) sayılabilir.

Bu ve bunun gibi planlanan nice tasarım deneme yanılma yöntemiyle ilerlemek için yüksek maliyetli olduğundan, bu tasarımlarda kullanılan süperiletkenin elektrik ve manyetik uyarıcılarla dolu ortamlarda tepkilerinin tahmin edilmesi gerekir. Diğer bir deyişle süperiletkenleri içeren bir sistemin tasarımını optimize etmek için süperiletkenin elektromanyetik davranışını tahmin etmek gerekir.

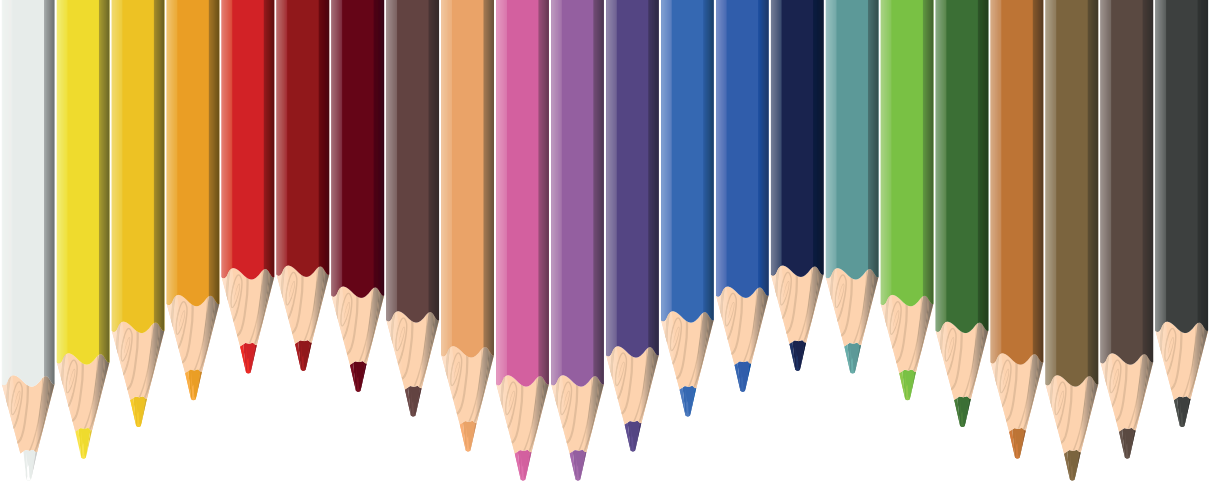
Süperiletkenliğin birçok teknolojik uygulamasında AC iletme ihtiyaç duyulmaktadır. AC güç aktarımı için süper iletken kablolar kullanıldığında en ciddi sorun, elektrik direncinin tam olarak sıfır olmaması, yani AC kaybının oluşmasıdır. Süperiletkende meydana gelen bu enerji kaybı, ya soğutma sıvısının buharlaşmasına neden olur ya da soğutucu cihaza ekstra yük getirir. Bu yüzden bir cihazın tasarımı için kullanılan iletkenin alternatif akım kaybı önemli bir olgudur. Elektromanyetik davranışlarının tespiti ve kayıpların hesaplanabilmesi ve devamında optimizasyon için tasarımların geliştirilmesi için makroskopik modeller ve bu modellerin gelişimi önem arz eder. Bu modeller sayesinde kayıpların azaltılabileceği tespit edildiği için tellerin çivilenme kuvvetinin arttırılması, çok filamentli yapıya sahip tellerin kullanılması ve iletkenlerin şeklinin değiştirilmesi gibi fikirler denenmiştir.

KAYNAKÇA

- Anderson, P. W. (1963). Theory of flux creep in hard superconductors. *Physics Review Letter*, 309-311.
- Bean, C. P. (1962). Magnetization of hard superconductors. *Physical Review Letters*, 250-252.
- Bean, C. P. (1962). Magnetization of hard superconductors. *Phys. Rev. Lett.*, 250.
- Boggs, S. A., Collings, E. W., & Parish, M. V. (1992). AC losses in HTSC conductor elements. *AIP Conference Proceedings* (s. 722-731). American Institute of Physics.
- Carr, W. J. (2001). *AC Loss and Macroscopic Theory of Superconductors*. New York: Taylor & Francis .
- Ciszek, M., Ashworth, S. P., Glowacki, B. A., Campbell, A. M., & Haldar, P. (1996). Transport AC losses in multifilamentary Ag/Bi-2223 tapes in low external DC magnetic fields. *Physica C: Superconductivity*, 319-325.
- Collings, E. W., Marken, K. R., Sumption, M. D., Clem, J. R., Boggs, S. A., & Parish, M. V. (1991). AC loss and dynamic resistance of a high- T_c strand carrying a direct current in a transverse ac magnetic field. *CEC/ICMC: cryogenic engineering conference and international cryogenic materials conference*. Huntsville, AL.
- Fietz, W. A., & Webb, W. W. (1969). Hysteresis in Superconducting Alloys—Temperature and Field Dependence of Dislocation Pinning in Niobium Alloys. *Physical Review*, 657-667.
- Funaki, K. (2000). Basic approach to AC losses in HTS wires exposed to various types of electromagnetic configuration. *Physica C: Superconductivity*, 124-128.
- Funaki, K., Kajkawa, K., Shiraishi, H., Iwakuma, M., Miyake, S., Kumano, T., & Hasegawa, T. (1998). A simple electromagnetic method of cyclic loss measurement for superconducting wires in a combined alternating transverse magnetic field and transport current. *Physica C: Superconductivity*, 132-136.
- Gao, Z., Grovenor, C. R., & Speller, S. C. (2023). Correlation between microstructure and superconducting properties of MgB₂ bulk samples with Mg addition and Mg/hBN co-additions. *Superconductor Science and Technology*, 094001 (13pp).

- Gömöry, F. (1997). Characterization of high-temperature superconductors by AC susceptibility measurements. *Superconductor Science and Technology*, 523-542.
- Hong, Z., Campbell, A. M., & Coombs, T. A. (2006). Numerical solution of critical state in superconductivity by finite element software. *Superconductor Science and Technology*, 1246-1252.
- Kanbara, K. (1987). Hysteresis loss of a round superconductor carrying a d.c. transport current in an alternating transverse field. *Cryogenics*, 621-630.
- Kim, Y. B., Hempstead, C. F., & Strnad, A. R. (1962). Critical Persistent Currents in Hard Superconductors. *Physical Review Letters*, 306-309.
- Kitazawa, K. (2012). Superconductivity: 100th Anniversary of Its Discovery and Its Future. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 010001 1-14.
- Lee, E., Sumption, M. D., & Collings, E. W. (2003). Temperature and field dependence of the effective matrix resistivity of Bi:2223/Ag composites. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 3614-3617.
- London, F., & London, H. (1935). The Electromagnetic Equations of the Supraconductor. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 71-88.
- London, H. (1963). Alternating current losses in superconductors of the second kind. *Physics Letters*, 162-165.
- Mahato, C., Yang, K., & Ghosal, A. (2023). Pinning of Vortices by impurities in Unconventional superconductors. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2311.11615>.
- Matsushita, T. (2000). Flux pinning in superconducting 123 materials. *Superconductor Science and Technology*, 730-737.
- Meissner, W., & Ochsenfeld, R. (1933). Ein neuer Effekt bei Eintritt der Supraleitfähigkeit. *Naturwissenschaften*, 787-788.
- Norris, W. T. (1970). Calculation of hysteresis losses in hard superconductors carrying ac: isolated conductors and edges of thin sheets. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 489-507.
- Onnes, H. K. (1911). The Superconductivity of Mercury. *Comm. Phys. Lab. Univ., Leiden*, 122-124.
- Oomen, M. P., Rieger, J., Leghissa, M., & Fischer, B. (1999). Magnetic AC loss in twisted-filament Bi-2223 tapes. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 821-824.

- Oomen, M. P., Rieger, J., Leghissa, M., Haken, B., & Kate, H. H. (1999). Dynamic resistance in a slab-like superconductor with $J_c(B)$ dependence. *Superconductor Science and Technology*, 382-387.
- Pecher, R., McCulloch, M. D., Chapman, S. J., Prigozhin, L., & Elliott, C. M. (2003). 3D-modelling of bulk type-II superconductors using unconstrained H-formulation. *Proceedings of the 6th EUCAS*, 1-11.
- Pigalskiy, K. S., Vishnev, A. A., Efimov, N. N., Shabatin, A. V., & Trakhtenberg, L. I. (2022). Enhancement of pinning and the peak effect in $Y_{1-x}Fe_xBa_2Cu_3O_y$ high-temperature superconductors. *Current Applied Physics*, 116-122.
- Rabbers, J. J. (2001, Ekim 5). AC Loss in Superconducting Tapes and Coils. *AC Loss in Superconducting Tapes and Coils*. Enschede, Netherlands: University of Twente.
- Rhyner, J. (1993). Magnetic properties and AC-losses of superconductors with power law current-voltage characteristics. *Physica C*, 292-300.
- Sanchez, A., & Navau, C. (2001). Magnetic properties of finite superconducting cylinders. I. Uniform applied field. *Physical Review B*, 214506-1-10.
- Sheahen, T. P. (2002). *Introduction to High-Temperature Superconductivity*. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow: Kluwer Academic Publishers.
- Wilson, M. N. (1983). *Superconducting magnets*. Oxford: Clarendon Press.
- Xu, M., Shi, D., & Fox, R. F. (1990). Generalized critical-state model for hard superconductors. *Physical Review B*, 10773-10776.
- Yeshurun, Y., Malozemoff, A. P., & Shaulov, A. (1996). Magnetic relaxation in high-temperature superconductors. *Reviews of Modern Physics*, 911-949.



Bölüm 9

YARI (SEMİ)-İNVARYANT HOLOMORFİK İSTATİSTİKSEL SUBMERSİYONLAR

Sema KAZAN¹

¹ İnönü Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, Malatya, Türkiye.
(ORCID: 0000-0002-8771-9506) sema.bulut@inonu.edu.tr

1.GİRİŞ

İstatistiksel manifoldlar teorisi C.R. Rao tarafından [21] de ifade edildiği gibi sunuldu. Bilindiği üzere istatistiksel manifoldlar teorisi, bilgi geometrisi olarak isimlendirilir. Özellikle bir istatistiksel manifold üzerinde çeşitli geometrik yapıların çalışmasına bağlı olan bilgi geometrisi, dağılım ditribüsyonlarının bir istatistiksel modeli tarafından oluşturulan geometrik yapıların bir çalışmasıyla ortaya çıkmıştır. Afin diferensiyel geometri düşünüldüğünde bu manifoldların pek çok uygulamaları vardır öyle ki Hessian geometri ve bilgi geometrisi bunlardandır. Örneğin bilgi geometrisinde istatistiksel sonuç, lineer sistemler ve zaman serileri, sınır ağları ve lineer olmayan sistemler, lineer programlama, konveks analiz ve tamamen integrallenebilir dinamik sistemler, kuantum bilgi geometrisi ve geometrik modelleme gibi çeşitli uygulamalar vardır [5].

Afin geometride dual konneksiyon kavramı, kesikli olasılık dağılımının istatistiksel modeli için 1985 yılında S. Amari tarafından verildi [4]. Buna göre bir dual afin konneksiyon ve bir Riemann metriği yardımıyla bir istatistiksel model bir istatistiksel manifold olarak isimlendirilir. İstatistiksel manifoldlar ve bilgi geometrisine dair daha fazla bilgi için [7], [8], [9], [10], [11], [14], [15], [17] çalışmalarına bakılabilir.

Bu kavramlar düşünüldüğünde istatistiksel manifoldların diferensiyel geometrisi, bu manifoldlara farklı geometrik yapılar kurularak pek çok geometrici tarafından çalışılmaya başlanmıştır. Örneğin, [24] de Kuaterniyonik Kahler-benzeri istatistiksel manifoldlar çalışıldı. [11] de yazarlar Sasakiyan istatistiksel yapılarını sundular ve böyle yapılı holomorfik istatistiksel manifoldda bir reel hiperyüzey için bir şart elde ettiler. [12] de yazar, konformal- projektif flat trans-Sasakiyan istatistiksel manifoldları çalıştı. Ve [13] de yazarlar, yarı-simetrik metrik konneksiyonlu Sasakiyan istatistiksel manifoldlarını verdiler.

Bugünlerde pek çok yazar istatistiksel submersiyon çalışmaktadır. İstatistiksel manifoldlar arasında istatistiksel submersiyon kavramı, 2001 yılında N. Abe ve K. Hasegawa tarafından verildi [1]. Bunlar B. O'Neill'in ([18],[20]) Riemann submersiyonları ve geodeziklerle ilgili bazı temel sonuçlarını genellediler. [24] da G.E. Vilcu para-Kahler-benzeri istatistiksel submersiyonları çalıştı. Daha fazla bilgi için [3], [6], [22], [26] çalışmalarına bakılabilir.

Ayrıca, submersiyonlar hakkında daha fazla bilgi için [2], [20], [23] çalışmalarına bakılabilir.

2. HOLOMORFİK İSTATİSTİKSEL SUBMERSİYONLAR

2.1. Holomorfik İstatistiksel Manifoldlar

Kabul edelim ki \mathcal{M} , $(2n + 1)$ -boyutlu bir manifold, g bir Riemann metriği, $\widehat{\nabla}$ konneksiyonu g ye göre bir Levi-Civita konneksiyonu ve $\Gamma(T\mathcal{M}^{(p,q)})$, \mathcal{M} üzerinde (p,q) noktasında tensör alanlarının kümesi olsun. Eğer ∇ torsiyonsuz ve

$$(\nabla_X g)(Y, Z) = (\nabla_Y g)(X, Z), \quad \forall X, Y \in \Gamma(TM) \quad (2.1.1)$$

şartı sağlanıyorsa (∇, g) ye \mathcal{M} üzerinde bir *istatistiksel yapı* adı verilir, burada (2.1.1) denklemi genellikle *Codazzi denklemi* olarak isimlendirilir. Bu durumda (\mathcal{M}, ∇, g) manifolduna *istatistiksel manifold* denir.

(∇, g) , \mathcal{M} üzerinde bir istatistiksel yapı olsun. Bu durumda

$$Xg(Y, Z) = g(\nabla_X Y, Z) + g(Y, \nabla_X^* Z) \quad (2.1.2)$$

şartını sağlayan ∇^* konneksiyonuna g ye göre ∇ nın *konjuge* veya *dual konneksiyonu* denir. Eğer (∇, g) ye \mathcal{M} üzerinde bir istatistiksel yapı ise (∇^*, g) de \mathcal{M} üzerinde bir istatistiksel yapıdır. Bir (∇, g) istatistiksel yapısı için $\mathcal{K} \in \Gamma(TM^{(1,2)})$ fark tensör alanı

$$\mathcal{K}(X, Y) = \nabla_X Y - \widehat{\nabla}_X Y, \quad \forall X, Y \in \Gamma(TM) \quad (2.1.3)$$

şeklinde tanımlanır, burada \mathcal{K}

$$\mathcal{K}(X, Y) = \mathcal{K}(Y, X), \quad (2.1.4)$$

$$g(\mathcal{K}(X, Y), Z) = g(Y, \mathcal{K}(X, Z)) \quad (2.1.5)$$

şartlarını sağlar. Ayrıca, fark tensör alanının konneksiyonlar ile arasındaki ilişki

$$\mathcal{K}(X, Y) = \widehat{\nabla} - \nabla^* = \frac{1}{2}(\nabla - \nabla^*) \quad (2.1.6)$$

eşitliğiyle verilir.

Daha fazla bilgi için [10], [11] ve [26] referanslarına bakılabilir.

Diğer taraftan, $(\tilde{\mathcal{M}}, \tilde{g})$ bir hemen hemen Hermityen manifold olsun. Bu $\tilde{\mathcal{M}}$ üzerinde (1,1)-tipinde bir J tensör alanının varlığını söyler ki bu tensör alanı $\forall X, Y \in \Gamma(T\mathcal{M})$ için aşağıdaki şartları sağlar [25]:

$$J^2 = -I \quad (2.1.7)$$

$$\tilde{g}(JX, JY) = \tilde{g}(X, Y) \quad (2.1.8)$$

Eğer $J, \tilde{\nabla}$ ya göre paralelse yani,

$$(\tilde{\nabla}_X J)Y = 0 \quad (2.1.9)$$

şartı sağlanıyorsa, bu durumda bir $(\tilde{\mathcal{M}}, \tilde{g})$ hemen hemen Hermityen manifoldu *Kähler manifoldu* olarak isimlendirilir, burada $\forall X, Y \in \Gamma(T\mathcal{M})$ dır ve $\tilde{\nabla}, \tilde{g}$ ya göre Levi-Civita konneksiyonudur.

İstatistiksel manifold ve Kähler manifoldun tanımı verildikten sonra holomorfik istatistiksel manifoldun tanımı da aşağıdaki gibi verilebilir [16]:

$(\tilde{\mathcal{M}}, \tilde{g}, J)$ bir Kähler manifoldu ve $\tilde{\nabla}, \tilde{\mathcal{M}}$ nin bir afin konneksiyonu olsun. Eğer

i) $(\tilde{\mathcal{M}}, \tilde{g})$ istatistiksel manifolddur,

ii) $\omega = \tilde{g}(*, J*)$, $\tilde{\mathcal{M}}$ üzerinde bir $\tilde{\nabla}$ -paralel 2-form dur

şartları sağlanırsa $(\tilde{\mathcal{M}}, \tilde{\nabla}, \tilde{g}, J)$ ye bir *holomorfik istatistiksel manifold* adı verilir.

ω nın karşıt-simetrikliği, yani $\omega(X, Y) = -\omega(Y, X)$ olması, (g, J) nin bir hemen hemen Hermityen yapı olmasını vurgular ve $\tilde{\nabla}\omega = 0$ şartı $\tilde{\nabla}$ torsiyonsuz olduğu için ω nın kapalı olduğunu vurgular. Eğer ∇ flat ise yani

$$(\tilde{\nabla}_X J)Y = (\tilde{\nabla}_Y J)X \quad (2.1.10)$$

şartı sağlanıyorsa $(\tilde{\mathcal{M}}, \tilde{\nabla}, \tilde{g}, J)$ holomorfik istatistiksel manifoldu özel bir Kahler manifoldu olur. Bu durumda $\tilde{\nabla} = \nabla^{\tilde{g}} + \mathcal{L}$ konneksiyonu dikkate alınırsa $\forall X, Y \in \Gamma(T\mathcal{M})$ için \mathcal{L} (1,2)-tensör alanı aşağıdaki

şartları sağlar:

$$\mathfrak{k}(X, Y) = \mathfrak{k}(Y, X), \quad (2.1.11)$$

$$\tilde{g}(\mathfrak{k}(X, Y), Z) = \tilde{g}(Y, \mathfrak{k}(X, Z)), \quad (2.1.12)$$

$$\mathfrak{k}(X, JY) = -J\mathfrak{k}(X, Y). \quad (2.1.13)$$

$(\tilde{\mathcal{M}}, \tilde{\nabla}, \tilde{g}, J)$ manifoldu bir holomorfik istatistiksel manifoldu olsun. Bu durumda $\forall X, Y \in \Gamma(T\mathcal{M})$ için

$$\tilde{\nabla}_X JY = J\tilde{\nabla}_X^* Y \quad (2.1.14)$$

dır. ∇ , g ye göre ∇ nın dual konneksiyonudur.

Son olarak, $(\mathcal{M}, g_{\mathcal{M}})$ ve (N, g_N) Riemann manifoldu olsunlar. Kabul edelim ki $\varphi: \mathcal{M} \rightarrow N$ bu manifoldlar arasında bir diferensiyellenebilir dönüşüm olsun. Bu durumda φ nin φ_* türevi, $Hom(T\mathcal{M}, \varphi^{-1}TN) \rightarrow \mathcal{M}$ demetinin bir kesiti olarak görülebilir, burada $\varphi^{-1}TN$, $p \in \mathcal{M}$ için $(\varphi^{-1}TN)_p = T_{\varphi(p)}N$ liflerine sahip geri dönüşüm (pullback) demetidir. $Hom(T\mathcal{M}, \varphi^{-1}TN)$, $\nabla^{\mathcal{M}}$ Levi-Civita ve geri dönüşüm konneksiyonundan indirgenmiş ∇ konneksiyonuna sahiptir. Bu durumda φ nin ikinci temel formu $X, Y \in \Gamma(T\mathcal{M})$ için

$$(\nabla\varphi_*)(X, Y) = \nabla^{\varphi} \varphi_* Y - \varphi_*(\nabla^{\mathcal{M}} X Y) \quad (2.1.15)$$

şeklinde verilir, burada ∇^{φ} , geri dönüşüm konneksiyonudur. Bilindiği üzere ikinci temel form simetriktir.

2.2. Yarı (semi)-İnvariant Holomorfik İstatistiksel Submersiyonlar

$\sigma: \mathcal{M}^m \rightarrow N^n$ bir yarı-Riemann submersiyon olsun. Her bir $x \in N$ noktası için indirgenmiş g metriğiyle birlikte $\sigma^{-1}(x)$ yarı-Riemann alt manifoldları *lif* diye isimlendirilirler ve $\bar{\mathcal{M}}_x$ veya daha sade haliyle \mathcal{M} ile gösterilirler. Bilindiği üzere her bir lifin boyutu daima $m - n (= s)$ dir. Eğer \mathcal{M} üzerindeki bir vektör alanı liflere daima teğet ise *dikey vektör alanı* diye isimlendirilir, liflere daima dikey ise *yatay vektör alanı* diye isimlendirilir. Her bir $p \in \mathcal{M}$ noktasında \mathcal{M} esas uzayın $T_p\mathcal{M}$ tanjant uzayında dikey ve yatay alt uzayları sırasıyla $\mathcal{V}_p(\mathcal{M})$ ve $\mathcal{H}_p(\mathcal{M})$ şeklinde

göstereceğiz. \mathcal{M} nin $T\mathcal{M}$ tanjant demeti üzerindeki dikey ve yatay ditribüsyonları da sırasıyla $\mathcal{V}(\mathcal{M}) (=ker\sigma_*)$ ve $\mathcal{H}(\mathcal{M}) (= (ker\sigma_*)^\perp)$ ile göstereceğiz, burada $\check{c}ek\sigma_*$ yerine $ker\sigma_*$ ifadesi yazıldı. Bu durumda $T\mathcal{M}$ tanjant demeti, $\mathcal{V}(\mathcal{M})$ ve $\mathcal{H}(\mathcal{M})$ nin direkt toplamı olarak

$T\mathcal{M} = \mathcal{V}(\mathcal{M}) \oplus \mathcal{H}(\mathcal{M})$ ile gösterilir. Ayrıca, projeksiyon dönüşümleri sırasıyla $\mathcal{V} : T\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{V}(\mathcal{M})$ ve $\mathcal{H} : T\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{H}(\mathcal{M})$ şeklinde verilir.

Eğer her bir $p \in \mathcal{M}$ noktası için $\sigma_*(X_p) = X_{*\sigma(p)}$ şartını sağlayan N üzerinde bir X_* vektör alanı varsa, \mathcal{M} üzerinde bir X vektör alanına izdüğümlenebilir denir ve X ile X_* birbirine σ -bağlantılıdır denir. Üstelik, \mathcal{M} üzerinde bir X vektör alanı *temel vektör alanı* diye isimlendirili, eğer bu vektör alanı izdüğümlenebilir ve yatay ise.

Bu duruda aşağıdaki yardımcı teorem verilebilir ([18], [19]):

Yardımcı Teorem 2.2.1. Eğer \mathcal{M} üzerindeki X ve Y vektör alanları, N üzerindeki X_* and Y_* vektör alanlarına σ -bağlantılı iseler

i) $g(X, Y) = \tilde{g}(X_*, Y_*) \circ \sigma$ dir, burada g , \mathcal{M} üzerindeki ve \tilde{g} , N üzerindeki metriktir,

ii) $\mathcal{H}[X, Y]$ is temel vektör alanıdır ve $[X_*, Y_*]$ vektör alanına σ - bağlantılıdır.

(\mathcal{M}, ∇, g) bir istatistiksel manifold ve $\sigma : \mathcal{M} \rightarrow N$ bir yarı-Riemann submersiyon olsun. \mathcal{M} nin afin konneksiyonlarını ∇ ve ∇^* ile gösterelim. Belirtilebilir ki $\bar{\nabla}_U V$ and $\bar{\nabla}^*_U V$ vektör alanları \mathcal{M} üzerinde U ve V dikey vektör alanları için iyi tanımlı dikey vektör alanlarıdır, özel olarak $\bar{\nabla}_U V = \mathcal{V}\nabla_U V$ ve $\bar{\nabla}^*_U V = \mathcal{V}\nabla^*_U V$ ile gösterilirler.

Üstelik, ∇ ve ∇^* torsiyonsuzdurlar ve g ye göre birbirlerine konjugedirler. Böylece $S = \nabla - \nabla^*$ alabiliriz. Bu durumda S simetriktir, yani \mathcal{M} üzerindeki E ve F vektör alanları için $S_E F = S_F E$ dir. $\tilde{\nabla}$, N üzerinde bir afin konneksiyon olsun. Eğer $p \in \mathcal{M}$ noktası ve $X, Y \in \mathcal{M}$ temel vektör alanları için $\sigma : \mathcal{M} \rightarrow N$ submersiyonu $\sigma_*(\nabla_X Y)_p = (\tilde{\nabla}_{X_*} Y_*)_{\sigma(p)}$ şartını sağlıyorsa submersiyona *istatistiksel submersiyon* denir.

Çalışma boyunca $U, V \in \Gamma(ker\sigma_*)$ ve $X, Y, Z \in \Gamma(ker\sigma_*)^\perp$ gösterilecektir.

\mathcal{M} üzerinde E ve F vektör alanları için (1,2)- tipinde T ve A tensör alanları

$$T_E F = \mathcal{H}\nabla_{\mathcal{V}E} \mathcal{V}F + \mathcal{V}\nabla_{\mathcal{V}E} \mathcal{H}F, \quad (2.2.1)$$

$$A_E F = \mathcal{H}\nabla_{\mathcal{H}E} \mathcal{V}F + \mathcal{V}\nabla_{\mathcal{H}E} \mathcal{H}F \quad (2.2.2)$$

şeklinde tanımlanırlar. Yukarıdaki denklemde ∇ yerine ∇^* kullanılırsa tensör alanları sırasıyla T^* ve A^* olarak ifade edilirler. Bu durumda $(T^*)^* = T$ ve $(A^*)^* = A$ dır. Dikey vektör alanları için, T ve T^* simetriklerdir. $X, Y \in \Gamma(\ker\sigma_*)^\perp$ ve $U, V \in \Gamma(\ker\sigma_*)$ için

$$g(T_U V, X) = -g(V, T^*_U X), \quad g(A_X Y, U) = -g(Y, A^*_X U) \quad (2.2.3)$$

elde ederiz. Böylece, T (sırasıyla, A) nın özdeş olarak sıfır olabilmesi için gerek ve yeter şart T^* (sırasıyla, A^*) tensör alanının da özdeş olarak sıfır olmasıdır. A tensör alanının $(\ker\sigma_*)^\perp$ nin integrallenebilirliği ile ilişkisi olduğundan yatay vektör alanları için A nın simetrik olması için gerek ve yeter şart $(\ker\sigma_*)^\perp$ nin ∇ ya göre integrallenebilir olmasıdır. Üstelik, A ve T özdeş olarak sıfır ise bu durumda esas uzay, baz uzayı ve liflerin bir çarpım uzayıdır. Biliniyor ki ([1])

Teorem 2.2.1. $\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$ bir yarı-Riemann submersiyon olsun. Bu durumda, (\mathcal{M}, ∇, g) nin bir istatistiksel manifold olması için gerek ve yeter şart her $X \in \Gamma(\ker\sigma_*)^\perp$ ve $V \in \Gamma(\ker\sigma_*)$ vektör alanları için aşağıdaki ifadeleri sağlamasıdır:

- i) $\mathcal{H}S_V X = A_X V - A^*_X V$ dir,
- ii) $\mathcal{V}S_X V = T_V X - T^*_V X$,
- iii) Herbir $x \in N$ için $(\bar{\mathcal{M}}, \bar{\nabla}, \bar{g})$ bir istatistiksel manifolddur,
- iv) $(N, \tilde{\nabla}, \tilde{g})$ bir istatistiksel manifolddur.

$\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$ bir istatistiksel submersiyon olmak üzere X ve Y yatay vektör alanları için $A_X Y = A^*_Y X$ dır. Ayrıca ∇ ve ∇^* konneksiyonları göz önüne alındığında $X, Y \in \Gamma(\ker\sigma_*)^\perp$ ve $U, V \in \Gamma(\ker\sigma_*)$ için

$$\nabla_U V = T_U V + \bar{\nabla}_U V, \quad (2.2.4)$$

$$\nabla_U X = \mathcal{H}\nabla_U X + T_U X, \quad (2.2.5)$$

$$\nabla_X U = A_X U + \mathcal{V}\nabla_X U, \quad (2.2.6)$$

$$\nabla_X Y = \mathcal{H}\nabla_X Y + A_X Y, \quad (2.2.7)$$

ve

$$\nabla^*_U V = T^*_U V + \bar{\nabla}^*_U V, \quad (2.2.8)$$

$$\nabla^*_U X = \mathcal{H}\nabla^*_U X + T^*_U X, \quad (2.2.9)$$

$$\nabla^*_X U = A^*_X U + \mathcal{V}\nabla^*_X U, \quad (2.2.10)$$

$$\nabla^*_X Y = \mathcal{H}\nabla^*_X Y + A^*_X Y \quad (2.2.11)$$

dir. Eğer X temel vektör alanı ise bu durumda $\mathcal{H}\nabla_U X = A_X U$ ve $\mathcal{H}\nabla^*_U X = A^*_X U$ dir.

Ayrıca, $E, F \in T\mathcal{M}$, $Y \in \Gamma(\ker\sigma_*)^\perp$ ve $V \in \Gamma(\ker\sigma_*)$ için ∇T ve ∇A kovaryant türevleri

$$(\nabla_E T)_F V = \nabla_E(T_F V) - T_{\nabla_E F} V - T_F(\nabla_E V), \quad (2.2.12)$$

$$(\nabla_E A)_F Y = \nabla_E(A_F Y) - A_{\nabla_E F} Y - A_F(\nabla_E Y) \quad (2.2.13)$$

ile ifade edilirler . ∇ yerine ∇^* alınırsa benzer şekilde $\nabla^* T$ ve $\nabla^* A$ kovaryant türevleri bulunabilir.

$(\mathcal{M}, \nabla, g, J)$ bir holomorfik istatistiksel manifold ve $(\tilde{\mathcal{N}}, \tilde{\nabla}, \tilde{g})$ bir istatistiksel manifold olsun. $\sigma: (\mathcal{M}, \nabla, g) \rightarrow (\tilde{\mathcal{N}}, \tilde{\nabla}, \tilde{g})$ istatistiksel submersiyonuna, *holomorfik istatistiksel submersiyonu* denir.

Holomorfik istatistiksel manifoldlar için bir örnek verebiliriz, bu konuda daha detaylı inceleme için “S.Kazan and K. Takano, Anti-invariant Holomorphic Statistical Submersions, [Results in Mathematics](#) (2023) 78:128” makalesine bakılabilir.

Örnek 2.2.1. \mathbb{R}_2^4 , (x_1, x_2, x_3, x_4) local koordinat sistemiyle verilen

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

hemen hemen kompleks yapısı ile birlikte bir diferensiyellenebilir manifold olsun. (\mathbb{R}_2^4, g, J) üçlüsü,

$$g = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-x_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-x_2} \end{pmatrix}$$

metriğiyle birlikte bir hemen hemen Hermityen manifoldudur. ∇ konneksiyonunu göz önüne alacak olursak

$$\nabla_{\partial_1} \partial_1 = -\nabla_{\partial_3} \partial_3 = -\partial_2,$$

$$\begin{aligned} \nabla_{\partial_1} \partial_2 &= \nabla_{\partial_2} \partial_1 = -\nabla_{\partial_3} \partial_4 = -\nabla_{\partial_4} \partial_3 \\ &= e^{-x_2} \partial_1 + e^{x_1} \partial_4, \end{aligned}$$

$$\nabla_{\partial_1} \partial_3 = \nabla_{\partial_3} \partial_1 = \partial_4,$$

$$\nabla_{\partial_1} \partial_4 = \nabla_{\partial_4} \partial_1 = \nabla_{\partial_2} \partial_3 = \nabla_{\partial_3} \partial_2 = e^{x_1} \partial_2 - e^{-x_2} \partial_3,$$

$$\nabla_{\partial_2} \partial_2 = \nabla_{\partial_4} \partial_4 = -e^{x_1 - x_2} \partial_3,$$

$$\nabla_{\partial_2} \partial_4 = \nabla_{\partial_4} \partial_2 = -e^{x_1 - x_2} \partial_1 - \partial_4$$

ifadelerini elde ederiz ki burada $\partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i}$ ($i = 1, 2, 3, 4$) dir. Bu durumda $(\mathbb{R}_2^4, \nabla, g, J)$, bir holomorfik istatistiksel manifolddur. Ayrıca, $(\mathbb{R}_1^2, \tilde{g})$ bir (x_1, x_2) local koordinat sistemi ile birlikte bir yarı (semi)-Riemann manifold olsun, burada $\tilde{g} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & e^{-x^2} \end{pmatrix}$ dir. Eğer

$$\begin{aligned} \tilde{\nabla}_{\partial_{1^*}} \partial_{1^*} &= -\partial_{2^*}, & \tilde{\nabla}_{\partial_{1^*}} \partial_{2^*} &= \tilde{\nabla}_{\partial_{2^*}} \partial_{1^*} = e^{-x^2} \partial_{1^*}, \\ \tilde{\nabla}_{\partial_{2^*}} \partial_{2^*} &= 0, \end{aligned}$$

ise bu durumda $(\mathbb{R}_1^2, \tilde{\nabla}, \tilde{g})$, bir istatistiksel manifolddur, burada

$\partial_{i*} = \frac{\partial}{\partial x_i}$ ($i = 1, 2$) dır. $(\mathbb{R}_2^4, \nabla, g, J)$ holomorfik istatistiksel manifoldunu göz önüne alırsak $\sigma(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1, x_2)$ ile tanımlanan $\sigma: (\mathbb{R}_2^4, \nabla, g, J) \rightarrow (\mathbb{R}_1^2, \tilde{\nabla}, \tilde{g})$ submersiyonu bir holomorfik istatistiksel submersiyondur.

Tanım 2.2.1. (\mathcal{M}, ∇, g) bir holomorfik istatistiksel manifold, $(\tilde{N}, \tilde{\nabla}, \tilde{g})$ bir istatistiksel manifold ve $\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$ istatistiksel submersiyon olsun. Eğer $D_1 \subseteq \ker \sigma_*$ distribüsyonu var ve

$$\ker \sigma_* = D_1 \oplus D_2, \quad (2.2.14)$$

$$J(D_1) = D_1, J(D_2) \subseteq (\ker \sigma_*)^\perp, \quad (2.2.15)$$

şartları sağlanıyorsa σ , bir yarı (semi)-invariant *holomorfik istatistiksel submersiyon* diye isimlendirilir, burada D_2 distribüsyonu, $\ker \sigma_*$ da D_1 ditribüsyonuna dik tamamlayandır.

$\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$, bir yarı (semi)-invariant holomorfik istatistiksel submersiyon olsun. ζ ile $(\ker \sigma_*)^\perp$ de $J(D_2)$ ye tamamlayan distribüsyonu gösterelim. Bu durumda herhangi bir yatay X vektör alanı için

$$JX = CX + EX \quad (2.2.16)$$

dır, burada $CX \in \Gamma(D_2)$ ve $EX \in \Gamma(\zeta)$ dır. Ayrıca, $U \in \Gamma(\ker \sigma_*)$ için

$$JU = \phi U + \omega U, \quad (2.2.17)$$

dur, burada $\phi U \in \Gamma(D_1)$ ve $\omega U \in J(D_2)$ dir. Bu durumda (2.2.4) (2.2.5), (2.2.16) ve (2.2.17) kullanılarak $U, V \in \Gamma(\ker \sigma_*)$ için

$$(\nabla_U \phi)V = BT_U V - T_U \omega V, \quad (2.2.18)$$

$$(\nabla_U \omega)V = CT_U V - T_U \phi V \quad (2.2.19)$$

elde edilir.

Yardımcı Teorem 2.2.2. $\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$ yarı (semi)-invariant holomorfik istatistiksel submersiyon olsun. Bu durumda $X, Y \in \Gamma((\ker \sigma_*)^\perp)$ ve $U \in \Gamma(\ker \sigma_*)$ için

$$g(EY, JU) = 0, \quad (2.2.20)$$

$$g(\nabla_X EY, JU) = -g(EY, JA_X U), \quad (2.2.21)$$

$$g(\nabla^*_X EY, JU) = -g(EY, JA^*_X U) \quad (2.2.22)$$

dır.

İspat. $Y \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ ve $U \in \Gamma(ker\sigma_*)$ için $g(Y, U) = 0$ ifadesine sahip oluruz. Burada (2.1.8) kullanılırsa

$$g(JY, JU) = 0 \quad (2.2.28)$$

olur. (2.2.16) düşünülürse $CY \in \Gamma(ker\sigma_*)$ ve $JU \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ için

$$\begin{aligned} g(CY + EY, JU) & \quad (2.2.29) \\ = g(EY, JU) & = 0, \end{aligned}$$

elde edilir ki bu da (2.2.20) eşitliğini verir.

Şimdi, (2.2.20) denklemi X e göre türevlenirse ve (2.1.2) kullanılırsa,

$$\begin{aligned} g(\nabla_X EY, JU) & \quad (2.2.30) \\ = -g(EY, \nabla^*_X JU) \end{aligned}$$

olur. \mathcal{M} bir holomorfik istatistiksel manifold olduğundan

$$\begin{aligned} g(\nabla_X EY, JU) & = -g(EY, J\nabla_X U) \\ & = -g(EY, J(A_X U \\ & \quad + \mathcal{V}\nabla_X U)) \\ & = -g(EY, JA_X U) \end{aligned}$$

elde edilir.

Ayrıca, g metriğinin simetrikliği düşünülürse, $g(JY, JU) = g(JU, JY) = 0$ alabiliriz. Yine X vektörüne göre türev alınıp (2.1.2) kullanılırsa

$$\begin{aligned}
g(\nabla_x^* EY, JU) &= -g(EY, \nabla_x JU) \\
&= -g(EY, J\nabla_x^* U) \\
&= -g(EY, J(A_x^* U \\
&\quad + \mathcal{V}\nabla_x^* U)) \\
&= -g(EY, JA_x^* U)
\end{aligned}$$

bulunur. Böylece ispat tamamlanır.

Şimdi, aşağıdaki sonuç verilebilir:

Sonuç 2.2.1. $\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$ yarı (semi)-invariant holomorfik istatistiksel submersiyon olsun. Bu durumda $X \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ ve $U \in \Gamma(ker\sigma_*)$ vektör alanları için $2\mathcal{K}(X, U) - A_X U + A_x^* U$ ifadesinin $\Gamma(\zeta)$ üzerinde bileşeni yoktur.

İspat. $X \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ ve $U \in \Gamma(ker\sigma_*)$ için (2.2.21) denkleminde (2.1.3) ifadesi kullanılırsa

$$g(\tilde{\nabla}_x EY, JU) + g(\mathcal{K}(X, EY), JU) = -g(EY, JA_X U)$$

elde edilir. Burada (2.1.12) ve (2.1.13) kullanılarak

$$g(\tilde{\nabla}_x EY, JU) = g(EY, J\mathcal{K}(X, U) - JA_X U) \quad (2.2.31)$$

elde ederiz. Eğer benzer işlemler (2.2.22) denkleminde de uygulanırsa,

$$g(\tilde{\nabla}_x EY, JU) = g(EY, J\mathcal{K}(X, U) - JA_x^* U) \quad (2.2.32)$$

elde ederiz. Böylece, (2.2.31) ve (2.2.32) denklemlerinden ispat tamamlanır.

Teorem 2.2.2. $\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$ yarı (semi)-invariant holomorfik istatistiksel submersiyon olsun. Bu durumda σ nın tamamen geodezik dönüşüm olması için gerek ve yeter koşul, $Z \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$, $U, V \in \Gamma(ker\sigma_*)$ için

i) $\bar{\nabla}^*_U \phi V + T^*_U \omega V$ ve $\bar{\nabla}^*_U BZ + T^*_U CZ$, D_1 distribüsyonuna aittir.

ii) $\mathcal{H}\nabla^*_U \omega V + T^*_U \phi V$ ve $T^*_U BZ + \mathcal{H}\nabla^*_U CZ, J(D_2)$ distribüsyonuna aittir.

İspat. Bilindiği üzere (\mathcal{M}, g) ve (N, \tilde{g}) manifoldları arasındaki diferensiyellenebilir dönüşüm, $X, Y \in \Gamma(T\mathcal{M})$ olmak üzere eğer $(\nabla\sigma_*)(X, Y) = 0$ ise tamamen geodezik dönüşüm olarak isimlendirilir. Bu durumda $\forall X, Y \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ için

$$(\nabla\sigma_*)(X, Y) = 0 \quad (2.2.33)$$

dır. $U, V \in \Gamma(ker\sigma_*)$ için $(\nabla\sigma_*)(U, V) = -\sigma_*(\nabla_U V)$ dir. Bu durumda (2.1.9) ve (2.1.14) ten $(\nabla\sigma_*)(U, V) = \sigma_*(J\nabla^*_U JV)$ dir. (2.2.17) kullanılarak $(\nabla\sigma_*)(U, V) = \sigma_*(J\nabla^*_U \phi V + J\nabla^*_U \omega V)$ elde edilir. Bu durumda (2.2.8) ve (2.2.9) ten

$$(\nabla\sigma_*)(U, V) = \sigma_*(J\bar{\nabla}^*_U \phi V + T^*_U \phi V + \mathcal{H}\nabla^*_U \omega V + T^*_U \omega V)$$

ifadesine ulaşırız. Yukarıdaki denklemde (2.2.17) ve (2.2.18) kullanılarak

$$(\nabla\sigma_*)(U, V) = \sigma_*(\phi\bar{\nabla}^*_U \phi V + \omega\bar{\nabla}^*_U \phi V + BT^*_U \phi V + CT^*_U \phi V + B\mathcal{H}\nabla^*_U \omega V + C\mathcal{H}\nabla^*_U \omega V + \phi T^*_U \omega V + \omega T^*_U \omega V)$$

elde edilir. $\phi\bar{\nabla}^*_U \phi V + BT^*_U \phi V + \phi T^*_U \omega V + B\mathcal{H}\nabla^*_U \omega V \in \Gamma(ker\sigma_*)$ olduğundan

$$(\nabla\sigma_*)(U, V) = \sigma_*(\omega\bar{\nabla}^*_U \phi V + CT^*_U \phi V + C\mathcal{H}\nabla^*_U \omega V + \omega T^*_U \omega V)$$

buluruz. Bu durumda $\sigma_*(ker\sigma_*)^\perp$ ve TN arasında bir lineer izometri olduğundan $(\nabla\sigma_*)(U, V) = 0$ olması için gerek yeter koşul $\omega\bar{\nabla}^*_U \phi V + CT^*_U \phi V + C\mathcal{H}\nabla^*_U \omega V + \omega T^*_U \omega V = 0$ olmasıdır. Böylece $(\nabla\sigma_*)(U, V) = 0$ olması için gerek yeter koşul

$$\begin{aligned} \omega(\bar{\nabla}^*_U \phi V + T^*_U \omega V) &= 0, \\ C(T^*_U \phi V + \mathcal{H}\nabla^*_U \omega V) &= 0 \end{aligned} \quad (2.2.34)$$

olmasıdır. Benzer şekilde $U \in \Gamma(ker\sigma_*)$ ve $Z \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ için $(\nabla\sigma_*)(U, Z) = 0$ olması için gerek yeter koşul

$$\begin{aligned}\omega(\bar{\nabla}_U^* BZ + T^*_U CZ) &= 0, \\ C(T^*_U BZ + \mathcal{H}\nabla^*_U CZ) &= 0\end{aligned}\tag{2.2.35}$$

olmasıdır. Bu durumda (2.2.33)- (2.2.35) denklemlerinden ispat tamamlanır.

Önerme 2.2.1. $\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$ yarı (semi)-invariant holomorfik istatistiksel submersiyon olsun. Bu durumda $(ker\sigma_*)^\perp$ distribüsyonunun tamamen geodezik foliasyon tanımlaması için gerek ve yeter koşul $X \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ için

$$A_X^*BY + \mathcal{H}\nabla_X^* CY \in \Gamma(\zeta) , \quad A_X^*CY + \mathcal{V}\nabla_X^* Y \in \Gamma(D_2)$$

olmasıdır.

İspat. (2.1.7) ve (2.1.14) ten $X, Y \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ için $\nabla_X Y = -J\nabla_X^* JY$ dir. (2.2.10), (2.2.11) ve (2.2.16) kullanılarak

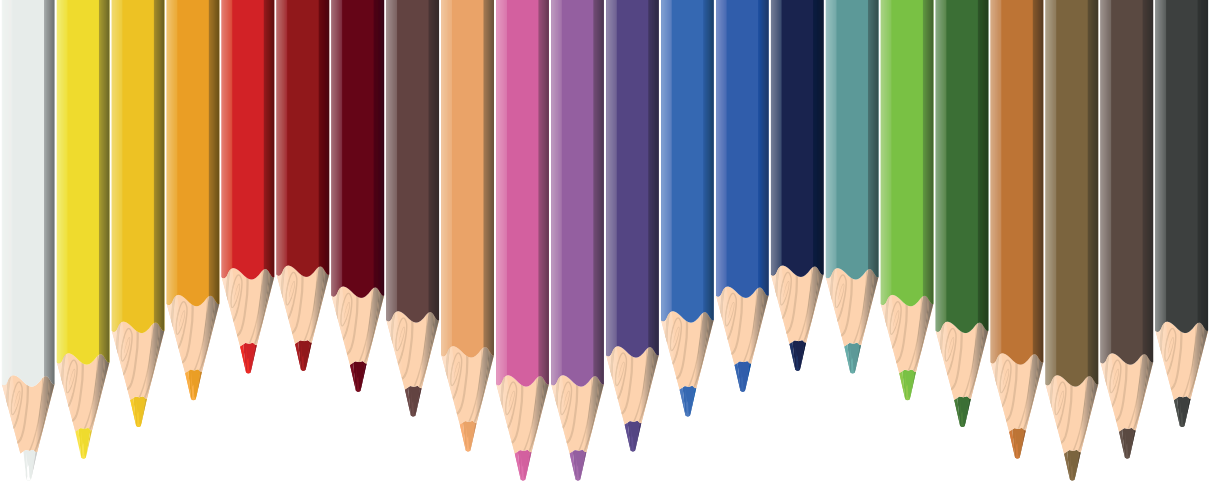
$$\nabla_X Y = -J(A_X^*BY + \mathcal{V}\nabla_X^* BY) - J(\mathcal{H}\nabla_X^* CY + A_X^*CY)$$

elde edilir. Burada (2.2.16) ve (2.2.17) kullanılarak ispat tamamlanır.

KAYNAKLAR

1. Abe, N. ve Hasegawa, K. 2001. An affine submersion with horizontal distribution and its applications, *Differential Geometry and its Applications*, 14(3), 235–250.
2. Altafini, C 2004. Redundant robotic chains on Riemannian submersions, *IEEE transactions on robotics and automation*, 20(2), 335–340.
3. Ali, S., Cafaro, C., Kim, D.H. ve Mancini, S 2010. The effect of microscopic correlations on the information geometric complexity of Gaussian statistical models, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(16), 3117–3127.
4. Amari, S.I 1985. *Lecture notes in statistics*, Differential-Geometrical methods in Statistics.
5. Ay, N. ve Tuschmann, W 2002. *Dually flat manifolds and global information geometry*, Open Systems & Information Dynamics, 9(2), 195–200.
6. Aydın, M.E., Mihai, A. ve Mihai, I 2015. *Some inequalities on submanifolds in statistical manifolds of constant curvature*, Filomat, 29(3), 465–477.
7. Blaga, A.M 2014. *Subtangent-like statistical manifolds*, Acta Mathematica Universitatis Comenianae, 83(1), 147–156.
8. Blaga, A.M. ve Crasmareanu, M 2016. *Golden-statistical structures*, Comptes rendus de l'Academie Bulgare des Sciences, 69(9).
9. Calin, O. and Udriște, C 2014. Geometric modeling in probability and statistics, *cilt121*, Springer.
10. Furuhashi, H. 2009. Hypersurfaces in statistical manifolds, *Differential Geometry and its Applications*, 27(3), 420–429.
11. Furuhashi, H., Hasegawa, I., Okuyama, Y., Sato, K. and Shahid, M.H 2017. *Sasakian Statistical Manifolds*, Journal of Geometry and Physics, 117, 179-186.
12. Kazan, A 2019. Conformally-projectively flat trans-Sasakian statistical manifolds, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 535, 122441.
13. Kazan, S. and Kazan, A 2018. Sasakian Statistical Manifolds with Semi-Symmetric Metric Connection, *Universal Journal of Mathematics and Applications*, 1 (4), 226-232.

14. Kurose, T 1990. Dual connections and affine geometry, *Mathematische Zeitschrift*, 203(1), 115–121.
15. Matsuzoe, H., Takeuchi, J.i. ve Amari, S.I 2006. Equiaffine structures on statistical manifolds and Bayesian statistics, *Differential Geometry and its Applications*, 24(6), 567–578.
16. Milijevic, M 2015. CR submanifolds in holomorphic statistical manifolds, P.hd. Thesis.
17. Noguchi, M. 1992. Geometry of statistical manifolds, *Differential Geometry and its Applications*, 2(3), 197–222.
18. O’neill, B 1966. The fundamental equations of a submersion, *Michigan Math. J.* 13, 459–469.
19. O’neill, B 1983. *Semi-Riemannian geometry with applications to relativity*, Academic press.
20. O’neill, B 1967. Submersions and geodesics. *Duke Math. J.*, 34, 363–373.
21. Rao, C.R 1945. Information and the accuracy attainable in the estimation of statistical parameters, *Reson. J. Sci. Educ*, 20, 78–90.
22. Siddiqui, A.N., Chen, B.Y. ve Siddiqi, M.D 2021. Chen inequalities for statistical submersions between statistical manifolds, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 18(04), 2150049.
23. Vilcu, A. D. and Vilcu, G. E 2015. Statistical Manifolds with almost Quaternionic Structures and Quaternionic Kähler-like Statistical Submersions, *Entropy*, 17, 6213–6228.
24. Vilcu, G.E. 2021. Almost product structures on statistical manifolds and para-Kähler-like statistical submersions, *Bulletin des Sciences Mathématiques*, 171, 103018.
25. Yano, K. and Kon, M., Structures on Manifolds, World Scientific, Singapore, 1984.
26. Zhang, J. 2007. A note on curvature of a -connections of a statistical manifold, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 59(1), 161–170.



Bölüm 10

İMALAT SEKTÖRÜNDE İŞLEM GÖREN FİRMALARIN PERFORMANSLARININ TOPSIS YÖNTEMİ İLE DEĞERLENDİRİLMESİ

Fadime Şirin KARADAĞ¹

Serpil AYDIN²

1 Yüksek Lisans Öğrencisi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü,
ORCID: 0009-0004-0414-6522

2 Dr.Öğr.Üyesi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü,
ORCID: 0000-0001-6985-6120

1.GİRİŞ

İstatistiksel manifoldlar teorisi C.R. Rao tarafından [21] de ifade edildiği gibi sunuldu. Bilindiği üzere istatistiksel manifoldlar teorisi, bilgi geometrisi olarak isimlendirilir. Özellikle bir istatistiksel manifold üzerinde çeşitli geometrik yapıların çalışmasına bağlı olan bilgi geometrisi, dağılım ditribüsyonlarının bir istatistiksel modeli tarafından oluşturulan geometrik yapıların bir çalışmasıyla ortaya çıkmıştır. Afin diferensiyel geometri düşünüldüğünde bu manifoldların pek çok uygulamaları vardır öyle ki Hessian geometri ve bilgi geometrisi bunlardandır. Örneğin bilgi geometrisinde istatistiksel sonuç, lineer sistemler ve zaman serileri, sınır ağları ve lineer olmayan sistemler, lineer programlama, konveks analiz ve tamamen integrallenebilir dinamik sistemler, kuantum bilgi geometrisi ve geometrik modelleme gibi çeşitli uygulamalar vardır [5].

Afin geometride dual konneksiyon kavramı, kesikli olasılık dağılımının istatistiksel modeli için 1985 yılında S. Amari tarafından verildi [4]. Buna göre bir dual afin konneksiyon ve bir Riemann metriği yardımıyla bir istatistiksel model bir istatistiksel manifold olarak isimlendirilir. İstatistiksel manifoldlar ve bilgi geometrisine dair daha fazla bilgi için [7], [8], [9], [10], [11], [14], [15], [17] çalışmalarına bakılabilir.

Bu kavramlar düşünüldüğünde istatistiksel manifoldların diferensiyel geometrisi, bu manifoldlara farklı geometrik yapılar kurularak pek çok geometrici tarafından çalışılmaya başlanmıştır. Örneğin, [24] de Kuaterniyonik Kahler-benzeri istatistiksel manifoldlar çalışıldı. [11] de yazarlar Sasakiyan istatistiksel yapılarını sundular ve böyle yapılı holomorfik istatistiksel manifoldda bir reel hiperyüzey için bir şart elde ettiler. [12] de yazar, konformal- projektif flat trans-Sasakiyan istatistiksel manifoldları çalıştı. Ve [13] de yazarlar, yarı-simetrik metrik konneksiyonlu Sasakiyan istatistiksel manifoldlarını verdiler.

Bugünlerde pek çok yazar istatistiksel submersiyon çalışmaktadır. İstatistiksel manifoldlar arasında istatistiksel submersiyon kavramı, 2001 yılında N. Abe ve K. Hasegawa tarafından verildi [1]. Bunlar B. O'Neill'in ([18],[20]) Riemann submersiyonları ve geodeziklerle ilgili bazı temel sonuçlarını genellediler. [24] da G.E. Vilcu para-Kahler-benzeri istatistiksel submersiyonları çalıştı. Daha fazla bilgi için [3], [6], [22], [26] çalışmalarına bakılabilir.

Ayrıca, submersiyonlar hakkında daha fazla bilgi için [2], [20], [23] çalışmalarına bakılabilir.

2. HOLOMORFİK İSTATİSTİKSEL SUBMERSİYONLAR

2.1. Holomorfik İstatistiksel Manifoldlar

Kabul edelim ki \mathcal{M} , $(2n + 1)$ -boyutlu bir manifold, g bir Riemann metriği, $\widehat{\nabla}$ konneksiyonu g ye göre bir Levi-Civita konneksiyonu ve $\Gamma(T\mathcal{M}^{(p,q)})$, \mathcal{M} üzerinde (p,q) noktasında tensör alanlarının kümesi olsun. Eğer ∇ torsiyonsuz ve

$$(\nabla_X g)(Y, Z) = (\nabla_Y g)(X, Z), \quad \forall X, Y \in \Gamma(T\mathcal{M}) \quad (2.1.1)$$

şartı sağlanıyorsa (∇, g) ye \mathcal{M} üzerinde bir *istatistiksel yapı* adı verilir, burada (2.1.1) denklemi genellikle *Codazzi denklemi* olarak isimlendirilir. Bu durumda (\mathcal{M}, ∇, g) manifolduna *istatistiksel manifold* denir.

(∇, g) , \mathcal{M} üzerinde bir istatistiksel yapı olsun. Bu durumda

$$Xg(Y, Z) = g(\nabla_X Y, Z) + g(Y, \nabla^*_X Z) \quad (2.1.2)$$

şartını sağlayan ∇^* konneksiyonuna g ye göre ∇ nın *konjuge* veya *dual konneksiyonu* denir. Eğer (∇, g) ye \mathcal{M} üzerinde bir istatistiksel yapı ise (∇^*, g) de \mathcal{M} üzerinde bir istatistiksel yapıdır. Bir (∇, g) istatistiksel yapısı için $\mathcal{K} \in \Gamma(T\mathcal{M}^{(1,2)})$ fark tensör alanı

$$\mathcal{K}(X, Y) = \nabla_X Y - \widehat{\nabla}_X Y, \quad \forall X, Y \in \Gamma(T\mathcal{M}) \quad (2.1.3)$$

şeklinde tanımlanır, burada \mathcal{K}

$$\mathcal{K}(X, Y) = \mathcal{K}(Y, X), \quad (2.1.4)$$

$$g(\mathcal{K}(X, Y), Z) = g(Y, \mathcal{K}(X, Z)) \quad (2.1.5)$$

şartlarını sağlar. Ayrıca, fark tensör alanının konneksiyonlar ile arasındaki ilişki

$$\mathcal{K}(X, Y) = \widehat{\nabla} - \nabla^* = \frac{1}{2}(\nabla - \nabla^*) \quad (2.1.6)$$

eşitliğiyle verilir.

Daha fazla bilgi için [10], [11] ve [26] referanslarına bakılabilir.

Diğer taraftan, $(\tilde{\mathcal{M}}, \tilde{g})$ bir hemen hemen Hermityen manifold olsun. Bu $\tilde{\mathcal{M}}$ üzerinde (1,1)-tipinde bir J tensör alanının varlığını söyler ki bu tensör alanı $\forall X, Y \in \Gamma(T\mathcal{M})$ için aşağıdaki şartları sağlar [25]:

$$J^2 = -I \quad (2.1.7)$$

$$\tilde{g}(JX, JY) = \tilde{g}(X, Y) \quad (2.1.8)$$

Eğer $J, \tilde{\nabla}$ ya göre paralelse yani,

$$(\tilde{\nabla}_X J)Y = 0 \quad (2.1.9)$$

şartı sağlanıyorsa, bu durumda bir $(\tilde{\mathcal{M}}, \tilde{g})$ hemen hemen Hermityen manifoldu *Kähler manifoldu* olarak isimlendirilir, burada $\forall X, Y \in \Gamma(T\mathcal{M})$ dır ve $\tilde{\nabla}, \tilde{g}$ ya göre Levi-Civita konneksiyonudur.

İstatistiksel manifold ve Kähler manifoldun tanımı verildikten sonra holomorfik istatistiksel manifoldun tanımı da aşağıdaki gibi verilebilir [16]:

$(\tilde{\mathcal{M}}, \tilde{g}, J)$ bir Kähler manifoldu ve $\tilde{\nabla}, \tilde{\mathcal{M}}$ nin bir afin konneksiyonu olsun. Eğer

i) $(\tilde{\mathcal{M}}, \tilde{g})$ istatistiksel manifolddur,

ii) $\omega = \tilde{g}(*, J*)$, $\tilde{\mathcal{M}}$ üzerinde bir $\tilde{\nabla}$ -paralel 2-form dur

şartları sağlanırsa $(\tilde{\mathcal{M}}, \tilde{\nabla}, \tilde{g}, J)$ ye bir *holomorfik istatistiksel manifold* adı verilir.

ω nın karşıt-simetrikliği, yani $\omega(X, Y) = -\omega(Y, X)$ olması, (g, J) nin bir hemen hemen Hermityen yapı olmasını vurgular ve $\tilde{\nabla}\omega = 0$ şartı $\tilde{\nabla}$ torsiyonsuz olduğu için ω nın kapalı olduğunu vurgular. Eğer ∇ flat ise yani

$$(\tilde{\nabla}_X J)Y = (\tilde{\nabla}_Y J)X \quad (2.1.10)$$

şartı sağlanıyorsa $(\tilde{\mathcal{M}}, \tilde{\nabla}, \tilde{g}, J)$ holomorfik istatistiksel manifoldu özel bir Kahler manifoldu olur. Bu durumda $\tilde{\nabla} = \nabla^{\tilde{g}} + \mathcal{L}$ konneksiyonu dikkate alınırsa $\forall X, Y \in \Gamma(T\mathcal{M})$ için \mathcal{L} (1,2)-tensör alanı aşağıdaki

şartları sağlar:

$$\mathfrak{k}(X, Y) = \mathfrak{k}(Y, X), \quad (2.1.11)$$

$$\tilde{g}(\mathfrak{k}(X, Y), Z) = \tilde{g}(Y, \mathfrak{k}(X, Z)), \quad (2.1.12)$$

$$\mathfrak{k}(X, JY) = -J\mathfrak{k}(X, Y). \quad (2.1.13)$$

$(\tilde{\mathcal{M}}, \tilde{\nabla}, \tilde{g}, J)$ manifoldu bir holomorfik istatistiksel manifoldu olsun. Bu durumda $\forall X, Y \in \Gamma(T\mathcal{M})$ için

$$\tilde{\nabla}_X JY = J\tilde{\nabla}_X Y \quad (2.1.14)$$

dır. ∇ , g ye göre ∇ nın dual konneksiyonudur.

Son olarak, $(\mathcal{M}, g_{\mathcal{M}})$ ve (N, g_N) Riemann manifoldu olsunlar. Kabul edelim ki $\varphi: \mathcal{M} \rightarrow N$ bu manifoldlar arasında bir diferensiyellenebilir dönüşüm olsun. Bu durumda φ nin φ_* türevi, $Hom(T\mathcal{M}, \varphi^{-1}TN) \rightarrow \mathcal{M}$ demetinin bir kesiti olarak görülebilir, burada $\varphi^{-1}TN$, $p \in \mathcal{M}$ için $(\varphi^{-1}TN)_p = T_{\varphi(p)}N$ liflerine sahip geri dönüşüm (pullback) demetidir. $Hom(T\mathcal{M}, \varphi^{-1}TN)$, $\nabla^{\mathcal{M}}$ Levi-Civita ve geri dönüşüm konneksiyonundan indirgenmiş ∇ konneksiyonuna sahiptir. Bu durumda φ nin ikinci temel formu $X, Y \in \Gamma(T\mathcal{M})$ için

$$(\nabla\varphi_*)(X, Y) = \nabla^{\varphi} \varphi_* Y - \varphi_*(\nabla^{\mathcal{M}} X Y) \quad (2.1.15)$$

şeklinde verilir, burada ∇^{φ} , geri dönüşüm konneksiyonudur. Bilindiği üzere ikinci temel form simetriktir.

2.2. Yarı (semi)-İnvariant Holomorfik İstatistiksel Submersiyonlar

$\sigma: \mathcal{M}^m \rightarrow N^n$ bir yarı-Riemann submersiyon olsun. Her bir $x \in N$ noktası için indirgenmiş g metriğiyle birlikte $\sigma^{-1}(x)$ yarı-Riemann alt manifoldları *lif* diye isimlendirilirler ve $\bar{\mathcal{M}}_x$ veya daha sade haliyle \mathcal{M} ile gösterilirler. Bilindiği üzere her bir lifin boyutu daima $m - n (= s)$ dir. Eğer \mathcal{M} üzerindeki bir vektör alanı liflere daima teğet ise *dikey vektör alanı* diye isimlendirilir, liflere daima dikey ise *yatay vektör alanı* diye isimlendirilir. Her bir $p \in \mathcal{M}$ noktasında \mathcal{M} esas uzayın $T_p\mathcal{M}$ tanjant uzayında dikey ve yatay alt uzayları sırasıyla $\mathcal{V}_p(\mathcal{M})$ ve $\mathcal{H}_p(\mathcal{M})$ şeklinde

göstereceğiz. \mathcal{M} nin $T\mathcal{M}$ tanjant demeti üzerindeki dikey ve yatay ditribüsyonları da sırasıyla $\mathcal{V}(\mathcal{M}) (=ker\sigma_*)$ ve $\mathcal{H}(\mathcal{M}) (= (ker\sigma_*)^\perp)$ ile göstereceğiz, burada $\check{c}ek\sigma_*$ yerine $ker\sigma_*$ ifadesi yazıldı. Bu durumda $T\mathcal{M}$ tanjant demeti, $\mathcal{V}(\mathcal{M})$ ve $\mathcal{H}(\mathcal{M})$ nin direkt toplamı olarak

$T\mathcal{M} = \mathcal{V}(\mathcal{M}) \oplus \mathcal{H}(\mathcal{M})$ ile gösterilir. Ayrıca, projeksiyon dönüşümleri sırasıyla $\mathcal{V} : T\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{V}(\mathcal{M})$ ve $\mathcal{H} : T\mathcal{M} \rightarrow \mathcal{H}(\mathcal{M})$ şeklinde verilir.

Eğer her bir $p \in \mathcal{M}$ noktası için $\sigma_*(X_p) = X_{*\sigma(p)}$ şartını sağlayan N üzerinde bir X_* vektör alanı varsa, \mathcal{M} üzerinde bir X vektör alanına izdüğümlenebilir denir ve X ile X_* birbirine σ -bağlantılıdır denir. Üstelik, \mathcal{M} üzerinde bir X vektör alanı *temel vektör alanı* diye isimlendirili, eğer bu vektör alanı izdüğümlenebilir ve yatay ise.

Bu duruda aşağıdaki yardımcı teorem verilebilir ([18], [19]):

Yardımcı Teorem 2.2.1. Eğer \mathcal{M} üzerindeki X ve Y vektör alanları, N üzerindeki X_* and Y_* vektör alanlarına σ -bağlantılı iseler

i) $g(X, Y) = \tilde{g}(X_*, Y_*) \circ \sigma$ dir, burada g , \mathcal{M} üzerindeki ve \tilde{g} , N üzerindeki metriktir,

ii) $\mathcal{H}[X, Y]$ is temel vektör alanıdır ve $[X_*, Y_*]$ vektör alanına σ - bağlantılıdır.

(\mathcal{M}, ∇, g) bir istatistiksel manifold ve $\sigma : \mathcal{M} \rightarrow N$ bir yarı-Riemann submersiyon olsun. \mathcal{M} nin afin konneksiyonlarını ∇ ve ∇^* ile gösterelim. Belirtilebilir ki $\bar{\nabla}_U V$ and $\bar{\nabla}^*_U V$ vektör alanları \mathcal{M} üzerinde U ve V dikey vektör alanları için iyi tanımlı dikey vektör alanlarıdır, özel olarak $\bar{\nabla}_U V = \mathcal{V}\nabla_U V$ ve $\bar{\nabla}^*_U V = \mathcal{V}\nabla^*_U V$ ile gösterilirler.

Üstelik, ∇ ve ∇^* torsiyonsuzdurlar ve g ye göre birbirlerine konjugedirler. Böylece $S = \nabla - \nabla^*$ alabiliriz. Bu durumda S simetriktir, yani \mathcal{M} üzerindeki E ve F vektör alanları için $S_E F = S_F E$ dir. $\tilde{\nabla}$, N üzerinde bir afin konneksiyon olsun. Eğer $p \in \mathcal{M}$ noktası ve $X, Y \in \mathcal{M}$ temel vektör alanları için $\sigma : \mathcal{M} \rightarrow N$ submersiyonu $\sigma_*(\nabla_X Y)_p = (\tilde{\nabla}_{X_*} Y_*)_{\sigma(p)}$ şartını sağlıyorsa submersiyona *istatistiksel submersiyon* denir.

Çalışma boyunca $U, V \in \Gamma(ker\sigma_*)$ ve $X, Y, Z \in \Gamma(ker\sigma_*)^\perp$ gösterilecektir.

\mathcal{M} üzerinde E ve F vektör alanları için (1,2)- tipinde T ve A tensör alanları

$$T_E F = \mathcal{H}\nabla_{\mathcal{V}E} \mathcal{V}F + \mathcal{V}\nabla_{\mathcal{V}E} \mathcal{H}F, \quad (2.2.1)$$

$$A_E F = \mathcal{H}\nabla_{\mathcal{H}E} \mathcal{V}F + \mathcal{V}\nabla_{\mathcal{H}E} \mathcal{H}F \quad (2.2.2)$$

şeklinde tanımlanırlar. Yukarıdaki denklemde ∇ yerine ∇^* kullanılırsa tensör alanları sırasıyla T^* ve A^* olarak ifade edilirler. Bu durumda $(T^*)^* = T$ ve $(A^*)^* = A$ dır. Dikey vektör alanları için, T ve T^* simetrikler. $X, Y \in \Gamma(\ker\sigma_*)^\perp$ ve $U, V \in \Gamma(\ker\sigma_*)$ için

$$g(T_U V, X) = -g(V, T^*_U X), \quad g(A_X Y, U) = -g(Y, A^*_X U) \quad (2.2.3)$$

elde ederiz. Böylece, T (sırasıyla, A) nın özdeş olarak sıfır olabilmesi için gerek ve yeter şart T^* (sırasıyla, A^*) tensör alanının da özdeş olarak sıfır olmasıdır. A tensör alanının $(\ker\sigma_*)^\perp$ nin integrallenebilirliği ile ilişkisi olduğundan yatay vektör alanları için A nın simetrik olması için gerek ve yeter şart $(\ker\sigma_*)^\perp$ nin ∇ ya göre integrallenebilir olmasıdır. Üstelik, A ve T özdeş olarak sıfır ise bu durumda esas uzay, baz uzayı ve liflerin bir çarpım uzayıdır. Biliniyor ki ([1])

Teorem 2.2.1. $\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$ bir yarı-Riemann submersiyon olsun. Bu durumda, (\mathcal{M}, ∇, g) nin bir istatistiksel manifold olması için gerek ve yeter şart her $X \in \Gamma(\ker\sigma_*)^\perp$ ve $V \in \Gamma(\ker\sigma_*)$ vektör alanları için aşağıdaki ifadeleri sağlamasıdır:

- i) $\mathcal{H}S_V X = A_X V - A^*_X V$ dir,
- ii) $\mathcal{V}S_X V = T_V X - T^*_V X$,
- iii) Herbir $x \in N$ için $(\bar{\mathcal{M}}, \bar{\nabla}, \bar{g})$ bir istatistiksel manifolddur,
- iv) $(N, \tilde{\nabla}, \tilde{g})$ bir istatistiksel manifolddur.

$\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$ bir istatistiksel submersiyon olmak üzere X ve Y yatay vektör alanları için $A_X Y = A^*_Y X$ dır. Ayrıca ∇ ve ∇^* konneksiyonları göz önüne alındığında $X, Y \in \Gamma(\ker\sigma_*)^\perp$ ve $U, V \in \Gamma(\ker\sigma_*)$ için

$$\nabla_U V = T_U V + \bar{\nabla}_U V, \quad (2.2.4)$$

$$\nabla_U X = \mathcal{H} \nabla_U X + T_U X, \quad (2.2.5)$$

$$\nabla_X U = A_X U + \mathcal{V} \nabla_X U, \quad (2.2.6)$$

$$\nabla_X Y = \mathcal{H} \nabla_X Y + A_X Y, \quad (2.2.7)$$

ve

$$\nabla^*_U V = T^*_U V + \bar{\nabla}^*_U V, \quad (2.2.8)$$

$$\nabla^*_U X = \mathcal{H} \nabla^*_U X + T^*_U X, \quad (2.2.9)$$

$$\nabla^*_X U = A^*_X U + \mathcal{V} \nabla^*_X U, \quad (2.2.10)$$

$$\nabla^*_X Y = \mathcal{H} \nabla^*_X Y + A^*_X Y \quad (2.2.11)$$

dir. Eğer X temel vektör alanı ise bu durumda $\mathcal{H} \nabla_U X = A_X U$ ve $\mathcal{H} \nabla^*_U X = A^*_X U$ dir.

Ayrıca, $E, F \in T\mathcal{M}$, $Y \in \Gamma(\ker \sigma_*)^\perp$ ve $V \in \Gamma(\ker \sigma_*)$ için ∇T ve ∇A kovaryant türevleri

$$(\nabla_E T)_F V = \nabla_E (T_F V) - T_{\nabla_E F} V - T_F (\nabla_E V), \quad (2.2.12)$$

$$(\nabla_E A)_F Y = \nabla_E (A_F Y) - A_{\nabla_E F} Y - A_F (\nabla_E Y) \quad (2.2.13)$$

ile ifade edilirler . ∇ yerine ∇^* alınırsa benzer şekilde $\nabla^* T$ ve $\nabla^* A$ kovaryant türevleri bulunabilir.

$(\mathcal{M}, \nabla, g, J)$ bir holomorfik istatistiksel manifold ve $(\tilde{\mathcal{N}}, \tilde{\nabla}, \tilde{g})$ bir istatistiksel manifold olsun. $\sigma: (\mathcal{M}, \nabla, g) \rightarrow (\tilde{\mathcal{N}}, \tilde{\nabla}, \tilde{g})$ istatistiksel submersiyonuna, *holomorfik istatistiksel submersiyonu* denir.

Holomorfik istatistiksel manifoldlar için bir örnek verebiliriz, bu konuda daha detaylı inceleme için “S.Kazan and K. Takano, Anti-invariant Holomorphic Statistical Submersions, [Results in Mathematics](#) (2023) 78:128” makalesine bakılabilir.

Örnek 2.2.1. \mathbb{R}_2^4 , (x_1, x_2, x_3, x_4) local koordinat sistemiyle verilen

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

hemen hemen kompleks yapısı ile birlikte bir diferensiyellenebilir manifold olsun. (\mathbb{R}_2^4, g, J) üçlüsü,

$$g = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-x_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-x_2} \end{pmatrix}$$

metriğiyle birlikte bir hemen hemen Hermityen manifoldudur. ∇ konneksiyonunu göz önüne alacak olursak

$$\nabla_{\partial_1} \partial_1 = -\nabla_{\partial_3} \partial_3 = -\partial_2,$$

$$\begin{aligned} \nabla_{\partial_1} \partial_2 &= \nabla_{\partial_2} \partial_1 = -\nabla_{\partial_3} \partial_4 = -\nabla_{\partial_4} \partial_3 \\ &= e^{-x_2} \partial_1 + e^{x_1} \partial_4, \end{aligned}$$

$$\nabla_{\partial_1} \partial_3 = \nabla_{\partial_3} \partial_1 = \partial_4,$$

$$\nabla_{\partial_1} \partial_4 = \nabla_{\partial_4} \partial_1 = \nabla_{\partial_2} \partial_3 = \nabla_{\partial_3} \partial_2 = e^{x_1} \partial_2 - e^{-x_2} \partial_3,$$

$$\nabla_{\partial_2} \partial_2 = \nabla_{\partial_4} \partial_4 = -e^{x_1 - x_2} \partial_3,$$

$$\nabla_{\partial_2} \partial_4 = \nabla_{\partial_4} \partial_2 = -e^{x_1 - x_2} \partial_1 - \partial_4$$

ifadelerini elde ederiz ki burada $\partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i}$ ($i = 1, 2, 3, 4$) dir. Bu durumda $(\mathbb{R}_2^4, \nabla, g, J)$, bir holomorfik istatistiksel manifolddur. Ayrıca, $(\mathbb{R}_1^2, \tilde{g})$ bir (x_1, x_2) local koordinat sistemi ile birlikte bir yarı (semi)-Riemann manifold olsun, burada $\tilde{g} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & e^{-x^2} \end{pmatrix}$ dir. Eğer

$$\begin{aligned} \tilde{\nabla}_{\partial_{1^*}} \partial_{1^*} &= -\partial_{2^*}, & \tilde{\nabla}_{\partial_{1^*}} \partial_{2^*} &= \tilde{\nabla}_{\partial_{2^*}} \partial_{1^*} = e^{-x^2} \partial_{1^*}, \\ \tilde{\nabla}_{\partial_{2^*}} \partial_{2^*} &= 0, \end{aligned}$$

ise bu durumda $(\mathbb{R}_1^2, \tilde{\nabla}, \tilde{g})$, bir istatistiksel manifolddur, burada

$\partial_{i*} = \frac{\partial}{\partial x_i}$ ($i = 1, 2$) dır. $(\mathbb{R}_2^4, \nabla, g, J)$ holomorfik istatistiksel manifoldunu göz önüne alırsak $\sigma(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1, x_2)$ ile tanımlanan $\sigma: (\mathbb{R}_2^4, \nabla, g, J) \rightarrow (\mathbb{R}_1^2, \tilde{\nabla}, \tilde{g})$ submersiyonu bir holomorfik istatistiksel submersiyondur.

Tanım 2.2.1. (\mathcal{M}, ∇, g) bir holomorfik istatistiksel manifold, $(\tilde{N}, \tilde{\nabla}, \tilde{g})$ bir istatistiksel manifold ve $\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$ istatistiksel submersiyon olsun. Eğer $D_1 \subseteq \ker \sigma_*$ distribüsyonu var ve

$$\ker \sigma_* = D_1 \oplus D_2, \quad (2.2.14)$$

$$J(D_1) = D_1, J(D_2) \subseteq (\ker \sigma_*)^\perp, \quad (2.2.15)$$

şartları sağlanıyorsa σ , bir yarı (semi)-invariant *holomorfik istatistiksel submersiyon* diye isimlendirilir, burada D_2 distribüsyonu, $\ker \sigma_*$ da D_1 ditribüsyonuna dik tamamlayandır.

$\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$, bir yarı (semi)-invariant holomorfik istatistiksel submersiyon olsun. ζ ile $(\ker \sigma_*)^\perp$ de $J(D_2)$ ye tamamlayan distribüsyonu gösterelim. Bu durumda herhangi bir yatay X vektör alanı için

$$JX = CX + EX \quad (2.2.16)$$

dır, burada $CX \in \Gamma(D_2)$ ve $EX \in \Gamma(\zeta)$ dır. Ayrıca, $U \in \Gamma(\ker \sigma_*)$ için

$$JU = \phi U + \omega U, \quad (2.2.17)$$

dur, burada $\phi U \in \Gamma(D_1)$ ve $\omega U \in J(D_2)$ dir. Bu durumda (2.2.4) (2.2.5), (2.2.16) ve (2.2.17) kullanılarak $U, V \in \Gamma(\ker \sigma_*)$ için

$$(\nabla_U \phi)V = BT_U V - T_U \omega V, \quad (2.2.18)$$

$$(\nabla_U \omega)V = CT_U V - T_U \phi V \quad (2.2.19)$$

elde edilir.

Yardımcı Teorem 2.2.2. $\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$ yarı (semi)-invariant holomorfik istatistiksel submersiyon olsun. Bu durumda $X, Y \in \Gamma((\ker \sigma_*)^\perp)$ ve $U \in \Gamma(\ker \sigma_*)$ için

$$g(EY, JU) = 0, \quad (2.2.20)$$

$$g(\nabla_X EY, JU) = -g(EY, JA_X U), \quad (2.2.21)$$

$$g(\nabla^*_X EY, JU) = -g(EY, JA^*_X U) \quad (2.2.22)$$

dır.

İspat. $Y \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ ve $U \in \Gamma(ker\sigma_*)$ için $g(Y, U) = 0$ ifadesine sahip oluruz. Burada (2.1.8) kullanılırsa

$$g(JY, JU) = 0 \quad (2.2.28)$$

olur. (2.2.16) düşünülürse $CY \in \Gamma(ker\sigma_*)$ ve $JU \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ için

$$\begin{aligned} g(CY + EY, JU) & \quad (2.2.29) \\ = g(EY, JU) & = 0, \end{aligned}$$

elde edilir ki bu da (2.2.20) eşitliğini verir.

Şimdi, (2.2.20) denklemi X e göre türevlenirse ve (2.1.2) kullanılırsa,

$$\begin{aligned} g(\nabla_X EY, JU) & \quad (2.2.30) \\ = -g(EY, \nabla^*_X JU) \end{aligned}$$

olur. \mathcal{M} bir holomorfik istatistiksel manifold olduğundan

$$\begin{aligned} g(\nabla_X EY, JU) & = -g(EY, J\nabla_X U) \\ & = -g(EY, J(A_X U \\ & \quad + \mathcal{V}\nabla_X U)) \\ & = -g(EY, JA_X U) \end{aligned}$$

elde edilir.

Ayrıca, g metriğinin simetrikliği düşünülürse, $g(JY, JU) = g(JU, JY) = 0$ alabiliriz. Yine X vektörüne göre türev alınıp (2.1.2) kullanılırsa

$$\begin{aligned}
g(\nabla_x^* EY, JU) &= -g(EY, \nabla_x JU) \\
&= -g(EY, J\nabla_x^* U) \\
&= -g(EY, J(A_x^* U \\
&\quad + \mathcal{V}\nabla_x^* U)) \\
&= -g(EY, JA_x^* U)
\end{aligned}$$

bulunur. Böylece ispat tamamlanır.

Şimdi, aşağıdaki sonuç verilebilir:

Sonuç 2.2.1. $\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$ yarı (semi)-invariant holomorfik istatistiksel submersiyon olsun. Bu durumda $X \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ ve $U \in \Gamma(ker\sigma_*)$ vektör alanları için $2\mathcal{K}(X, U) - A_X U + A_x^* U$ ifadesinin $\Gamma(\zeta)$ üzerinde bileşeni yoktur.

İspat. $X \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ ve $U \in \Gamma(ker\sigma_*)$ için (2.2.21) denkleminde (2.1.3) ifadesi kullanılırsa

$$g(\tilde{\nabla}_x EY, JU) + g(\mathcal{K}(X, EY), JU) = -g(EY, JA_X U)$$

elde edilir. Burada (2.1.12) ve (2.1.13) kullanılarak

$$g(\tilde{\nabla}_x EY, JU) = g(EY, J\mathcal{K}(X, U) - JA_X U) \quad (2.2.31)$$

elde ederiz. Eğer benzer işlemler (2.2.22) denkleminde de uygulanırsa,

$$g(\tilde{\nabla}_x EY, JU) = g(EY, J\mathcal{K}(X, U) - JA_x^* U) \quad (2.2.32)$$

elde ederiz. Böylece, (2.2.31) ve (2.2.32) denklemlerinden ispat tamamlanır.

Teorem 2.2.2. $\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$ yarı (semi)-invariant holomorfik istatistiksel submersiyon olsun. Bu durumda σ nın tamamen geodezik dönüşüm olması için gerek ve yeter koşul, $Z \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$, $U, V \in \Gamma(ker\sigma_*)$ için

i) $\bar{\nabla}^*_U \phi V + T^*_U \omega V$ ve $\bar{\nabla}^*_U BZ + T^*_U CZ$, D_1 distribüsyonuna aittir.

ii) $\mathcal{H}\nabla^*_U \omega V + T^*_U \phi V$ ve $T^*_U BZ + \mathcal{H}\nabla^*_U CZ, J(D_2)$ distribüsyonuna aittir.

İspat. Bilindiği üzere (\mathcal{M}, g) ve (N, \tilde{g}) manifoldları arasındaki diferensiyellenebilir dönüşüm, $X, Y \in \Gamma(\mathcal{TM})$ olmak üzere eğer $(\nabla\sigma_*)(X, Y) = 0$ ise tamamen geodezik dönüşüm olarak isimlendirilir. Bu durumda $\forall X, Y \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ için

$$(\nabla\sigma_*)(X, Y) = 0 \quad (2.2.33)$$

dır. $U, V \in \Gamma(ker\sigma_*)$ için $(\nabla\sigma_*)(U, V) = -\sigma_*(\nabla_U V)$ dir. Bu durumda (2.1.9) ve (2.1.14) ten $(\nabla\sigma_*)(U, V) = \sigma_*(J\nabla^*_U JV)$ dir. (2.2.17) kullanılarak $(\nabla\sigma_*)(U, V) = \sigma_*(J\nabla^*_U \phi V + J\nabla^*_U \omega V)$ elde edilir. Bu durumda (2.2.8) ve (2.2.9) ten

$$(\nabla\sigma_*)(U, V) = \sigma_*(J\bar{\nabla}^*_U \phi V + T^*_U \phi V + \mathcal{H}\nabla^*_U \omega V + T^*_U \omega V)$$

ifadesine ulaşırız. Yukarıdaki denklemde (2.2.17) ve (2.2.18) kullanılarak

$$(\nabla\sigma_*)(U, V) = \sigma_*(\phi\bar{\nabla}^*_U \phi V + \omega\bar{\nabla}^*_U \phi V + BT^*_U \phi V + CT^*_U \phi V + B\mathcal{H}\nabla^*_U \omega V + C\mathcal{H}\nabla^*_U \omega V + \phi T^*_U \omega V + \omega T^*_U \omega V)$$

elde edilir. $\phi\bar{\nabla}^*_U \phi V + BT^*_U \phi V + \phi T^*_U \omega V + B\mathcal{H}\nabla^*_U \omega V \in \Gamma(ker\sigma_*)$ olduğundan

$$(\nabla\sigma_*)(U, V) = \sigma_*(\omega\bar{\nabla}^*_U \phi V + CT^*_U \phi V + C\mathcal{H}\nabla^*_U \omega V + \omega T^*_U \omega V)$$

buluruz. Bu durumda $\sigma_*(ker\sigma_*)^\perp$ ve TN arasında bir lineer izometri olduğundan $(\nabla\sigma_*)(U, V) = 0$ olması için gerek yeter koşul $\omega\bar{\nabla}^*_U \phi V + CT^*_U \phi V + C\mathcal{H}\nabla^*_U \omega V + \omega T^*_U \omega V = 0$ olmasıdır. Böylece $(\nabla\sigma_*)(U, V) = 0$ olması için gerek yeter koşul

$$\begin{aligned} \omega(\bar{\nabla}^*_U \phi V + T^*_U \omega V) &= 0, \\ C(T^*_U \phi V + \mathcal{H}\nabla^*_U \omega V) &= 0 \end{aligned} \quad (2.2.34)$$

olmasıdır. Benzer şekilde $U \in \Gamma(ker\sigma_*)$ ve $Z \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ için $(\nabla\sigma_*)(U, Z) = 0$ olması için gerek yeter koşul

$$\begin{aligned}\omega(\bar{\nabla}_U^* BZ + T^*_U CZ) &= 0, \\ C(T^*_U BZ + \mathcal{H}\nabla^*_U CZ) &= 0\end{aligned}\tag{2.2.35}$$

olmasıdır. Bu durumda (2.2.33)- (2.2.35) denklemlerinden ispat tamamlanır.

Önerme 2.2.1. $\sigma: \mathcal{M} \rightarrow N$ yarı (semi)-invariant holomorfik istatistiksel submersiyon olsun. Bu durumda $(ker\sigma_*)^\perp$ distribüsyonunun tamamen geodezik foliasyon tanımlaması için gerek ve yeter koşul $X \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ için

$$A_X^*BY + \mathcal{H}\nabla_X^* CY \in \Gamma(\zeta) , \quad A_X^*CY + \mathcal{V}\nabla_X^* Y \in \Gamma(D_2)$$

olmasıdır.

İspat. (2.1.7) ve (2.1.14) ten $X, Y \in \Gamma((ker\sigma_*)^\perp)$ için $\nabla_X Y = -J\nabla_X^* JY$ dir. (2.2.10), (2.2.11) ve (2.2.16) kullanılarak

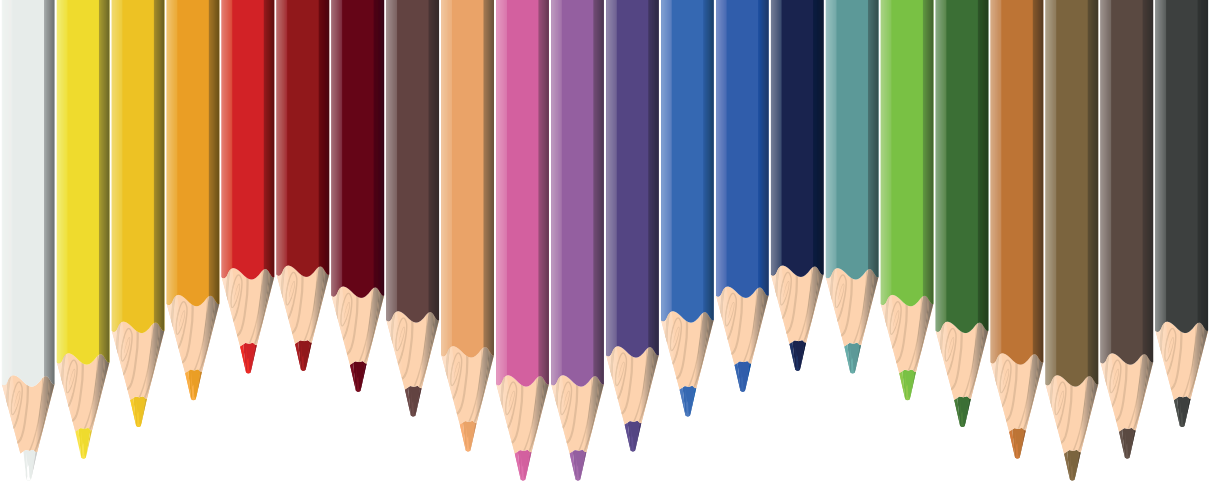
$$\nabla_X Y = -J(A_X^*BY + \mathcal{V}\nabla_X^* BY) - J(\mathcal{H}\nabla_X^* CY + A_X^*CY)$$

elde edilir. Burada (2.2.16) ve (2.2.17) kullanılarak ispat tamamlanır.

KAYNAKLAR

1. Abe, N. ve Hasegawa, K. 2001. An affine submersion with horizontal distribution and its applications, *Differential Geometry and its Applications*, 14(3), 235–250.
2. Altafini, C 2004. Redundant robotic chains on Riemannian submersions, *IEEE transactions on robotics and automation*, 20(2), 335–340.
3. Ali, S., Cafaro, C., Kim, D.H. ve Mancini, S 2010. The effect of microscopic correlations on the information geometric complexity of Gaussian statistical models, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(16), 3117–3127.
4. Amari, S.I 1985. *Lecture notes in statistics*, Differential-Geometrical methods in Statistics.
5. Ay, N. ve Tuschmann, W 2002. *Dually flat manifolds and global information geometry*, Open Systems & Information Dynamics, 9(2), 195–200.
6. Aydın, M.E., Mihai, A. ve Mihai, I 2015. *Some inequalities on submanifolds in statistical manifolds of constant curvature*, Filomat, 29(3), 465–477.
7. Blaga, A.M 2014. *Subtangent-like statistical manifolds*, Acta Mathematica Universitatis Comenianae, 83(1), 147–156.
8. Blaga, A.M. ve Crasmareanu, M 2016. *Golden-statistical structures*, Comptes rendus de l'Academie Bulgare des Sciences, 69(9).
9. Calin, O. and Udriște, C 2014. Geometric modeling in probability and statistics, *cilt121*, Springer.
10. Furuhashi, H. 2009. Hypersurfaces in statistical manifolds, *Differential Geometry and its Applications*, 27(3), 420–429.
11. Furuhashi, H., Hasegawa, I., Okuyama, Y., Sato, K. and Shahid, M.H 2017. *Sasakian Statistical Manifolds*, Journal of Geometry and Physics, 117, 179-186.
12. Kazan, A 2019. Conformally-projectively flat trans-Sasakian statistical manifolds, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 535, 122441.
13. Kazan, S. and Kazan, A 2018. Sasakian Statistical Manifolds with Semi-Symmetric Metric Connection, *Universal Journal of Mathematics and Applications*, 1 (4), 226-232.

14. Kurose, T 1990. Dual connections and affine geometry, *Mathematische Zeitschrift*, 203(1), 115–121.
15. Matsuzoe, H., Takeuchi, J.i. ve Amari, S.I 2006. Equiaffine structures on statistical manifolds and Bayesian statistics, *Differential Geometry and its Applications*, 24(6), 567–578.
16. Milijevic, M 2015. CR submanifolds in holomorphic statistical manifolds, P.h.d. Thesis.
17. Noguchi, M. 1992. Geometry of statistical manifolds, *Differential Geometry and its Applications*, 2(3), 197–222.
18. O’neill, B 1966. The fundamental equations of a submersion, *Michigan Math. J.* 13, 459–469.
19. O’neill, B 1983. *Semi-Riemannian geometry with applications to relativity*, Academic press.
20. O’neill, B 1967. Submersions and geodesics. *Duke Math. J.*, 34, 363–373.
21. Rao, C.R 1945. Information and the accuracy attainable in the estimation of statistical parameters, *Reson. J. Sci. Educ*, 20, 78–90.
22. Siddiqui, A.N., Chen, B.Y. ve Siddiqi, M.D 2021. Chen inequalities for statistical submersions between statistical manifolds, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 18(04), 2150049.
23. Vilcu, A. D. and Vilcu, G. E 2015. Statistical Manifolds with almost Quaternionic Structures and Quaternionic Kähler-like Statistical Submersions, *Entropy*, 17, 6213–6228.
24. Vilcu, G.E. 2021. Almost product structures on statistical manifolds and para-Kähler-like statistical submersions, *Bulletin des Sciences Mathématiques*, 171, 103018.
25. Yano, K. and Kon, M., Structures on Manifolds, World Scientific, Singapore, 1984.
26. Zhang, J. 2007. A note on curvature of a -connections of a statistical manifold, *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 59(1), 161–170.



Bölüm 11

GRAF MATRİSLERİNİN ŞİFRELEMEDE KULLANIMI

*Zülal ÇİFTLİK¹
Şerife BÜYÜKKÖSE²*

1 Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı
zulal.ciftlik@gazi.edu.tr ORCID NO:0000 0002 95253195

2 Prof.Dr. , Gazi Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümü
sbuyukkose@gazi.edu.tr ORCID NO:0000 0001 7629 4277

1.BÖLÜM: ŞİFRELEME

1.1. Şifreleme ve Tarihsel Gelişimi:

Şifreleme diğer bir adıyla kriptoloji, Yunanca “cryptos (gizli)” ve “logos (bilim)” anlamına gelen kelimelerin birleşmesi ile oluşur ve dolayısıyla şifreleme ismi günümüzde tam anlamıyla bilginin saklanması ve gizli haberleşmeyi tanımlayan temel kelime olarak kullanılmaktadır.

Şifre bilimini daha detaylı açıklayacak olursak haberleşmek isteyen iki veya daha fazla tarafın bilgi alışverişini güvenli olarak yapmasını sağlayan, temeli matematiksel problemlere dayanan tekniklerin ve uygulamaların bütünüdür. Günümüzde kriptoloji, matematik, elektronik, optik, bilgisayar birimleri gibi birçok disiplini kullanan özelleşmiş bir bilim dalı olarak kabul edilmektedir.

Kriptolojiyi, Kriptografi ve Kriptanaliz olmak üzere iki temel alt dala ayırarak inceleyeceğiz. “Kriptografi”, diğer bir adıyla şifreleme, gizlenmek istenen mesajı (düz metin) belirli algoritmaları kullanarak anlamsız hale (şifrelenmiş metin) çevirme işlemidir. Şifrelenmiş metni çözüp eski haline getirme işlemine “Kriptanaliz” denir. Kriptografi ve Kriptanalizin beraber bulunduğu sistemlere de “Kriptosistem” adı verilir.

Tarihte ilk olarak Eski Mısırlılar tarafından bilgilerin gizli iletilmesine ihtiyaç duyulmuş ve yaklaşık 4000 yıl önce kriptolojinin temelleri Eski Mısırlılar tarafından atılmıştır. Bilinen ilk yazılı kriptografi belgeleri olan kitabeler, hiyeroglifler alışılmışın dışında kullanılarak şifrelenmiş bir şekilde yazılmıştır. Ancak kullanılan hiyeroglif dizilimini bilen kişinin metni anlayabildiği ve sembollerin şifresini çözebildiği bilinmektedir.

Benzer bir metod da Julius Ceaser tarafından kullanılmıştır. Ceaser yerine koyma metodu olarak da bilinen, alfabedeki her harfi kendinden sonraki üçüncü harfle eşleştirdiği bir kriptosistem geliştirmişti. Askeri alanda kullanılmak için geliştirilen bu sistem her ne kadar kolay bir kriptosistem gibi görülsede dönemin Roma ordusunun gizli bilgi aktarımı için yeterli olmuştu.

Julius Ceaser’in şifreleme sisteminden sonra dönemin şartları da göz önünde bulundurulduğunda, medeniyetler arası haberleşmenin zor olması nedeniyle kriptoloji biliminin ilerleyişi sekteye uğramış ve uzunca bir zaman da yeni bir şifreleme sistemi geliştirilmemişti.

Şifrelemenin asıl gelişimi 18.yüzyılın sonlarında başlamış ve Birinci Dünya Savaşı sonunda şifrelemenin önemi oldukça artmıştır. 1919'da ilk örneği görülen ve sonrasında ordu ve devlet kurumları için özel modelleri üretilen, aynı zamanda kriptoloji biliminde bir devrim niteliği taşıyan Enigma makinesi, İkinci Dünya Savaşı sırasında Nazi Almanya'sı tarafından gizli mesajların şifrelenmesi ve tekrar çözülmesi amacı ile kullanılan bir şifre makinesi olmuştur.

1970' lere kadar daha çok askeri alanda kullanıldığı görülen şifreleme sistemleri bu tarihten sonra sivil amaçlı olarak da kullanılmaya başlanmış ve hızlı bir şekilde ilerleyişini sürdürürken birçok yeni şifreleme sistemi bulunmuştur.

1.2. Şifreleme Sistemlerinin Temel İlkeleri:

İyi bir şifreleme sisteminin bazı özelliklere sahip olması gerekir. Bu özellikler şu şekilde sıralanabilir:

1.2.1. Güvenlik Derecesi: Gizli bilgiyi ele geçirme amacıyla uygulanan yöntemlerde şifre çözülmünceye dek uygulanması gereken işlem sayısı sistemin güvenlik derecesini verir. Sistemin güvenlik derecesi, en yüksek sayıdaki işlem saldırısından daha çok işlem yapılmasını gerektirir.

1.2.2. Fonksiyonellik: Şifreleme sisteminin güvenliğini sağlayan kısımların birbirleriyle bütünleşmiş bir yapıda olmasıdır. Sistemin tüm kısımları iletilen çeşitli türdeki bilgileri güvenli bir şekilde çözümleyebilmelidir.

1.2.3. Başarım: Bir şifreleme algoritmasının bir saniyede şifreleyebileceği bit sayısıdır.

1.2.4. Uygulamada Kolaylık: Temel bir şifreleme sisteminin yapısının zor durumlarda uygulanabilirliği önemlidir. Bu yapılar karmaşık bir yazılım ya da donanım ortamını içerebilir. Sistemin yazılım veya donanım bölümüyle ilgili karmaşıklık derecesi işlem gücünü etkiler. Bu noktada da uygulanabilme kolaylığı oldukça önemlidir.

1.3. Güvenli Haberleşmenin Temel İlkeleri:

Şifreleme biliminin ortaya çıkış amacı itibariyle verilerin şifrelenmesi ile güvenli haberleşmede dört temel özelliğin sağlanması amaçlanmaktadır. Bu temel özellikler şunlardır:

1.3.1. Gizlilik: Gizlenen verinin içeriğinin sadece yetkili kişiler tarafından çözülebmesidir.

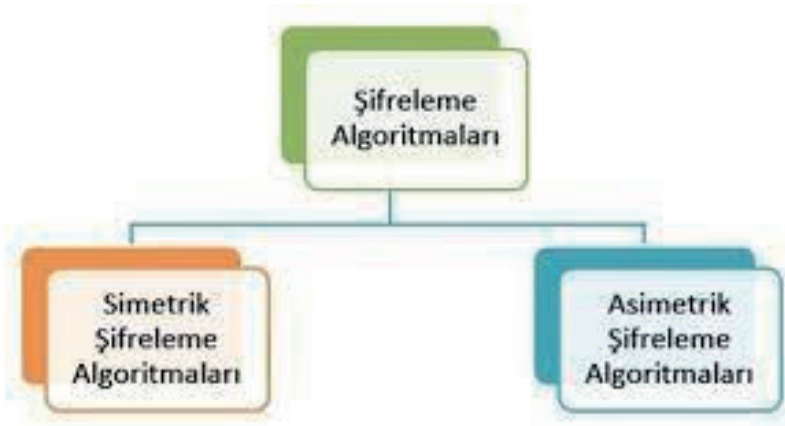
1.3.2. Bilgi Bütünlüğü: Verinin göndericiden çıktığı haliyle, hiç bozulmadan alıcıya ulaştırılmasıdır. Bu durumda veri, haberleşme sırasında izlediği yollarda değiştirilmemiş, araya yeni veriler eklenmemiş, belli bir kısmı ya da tamamı tekrar edilmemiş ve sırası değiştirilmemiş şekilde alıcısına ulaşır.

1.3.3. Kimlik Doğrulama: Bilgiyi gönderen kişinin kimliğinin doğruluğundan emin olunmasıdır. Bir haberleşme içerisinde yer alan iki taraf da birbirlerinin kimliklerini tespit edebilmelidirler.

1.3.4. Reddedilemezlik: Reddedilemezlik kişinin önceki taahhüt ve inkarını önleme olarak tanımlanır. Bir kişi yaptığı inkâr ederek uyuşmazlığa sebebiyet verirse bu durumu çözen bir aracının bulunması gerekir.

2.BÖLÜM: ŞİFRELEME ALGORİTMALARI

Zaman içerisinde şifre bilimi gelişmeye devam ettikçe şifreleme ve şifre çözme işlemleri için çeşitli algoritmalar ortaya çıkmaya başlamıştır. Bu algoritmaları kriptografik algoritmalar ya da şifreleme algoritmaları olarak adlandıracamız. Kullanılan algoritmaların temelinde, şifreleme ve şifre çözme işlemleri bir anahtar yardımıyla yapılır. Şifrelenmiş metin sadece ona uygun anahtar ile çözülebilmektedir. Bu algoritmalar, simetrik şifreleme (gizli anahtar şifreleme) ve asimetrik şifreleme (açık anahtar şifreleme) algoritmaları olmak üzere ikiye ayrılmaktadır.



Algoritmaların işleyiş sistemine geçmeden önce bir kriptosistem nasıl çalışır ona bakalım. Şifrelenmek istenen metin “düz metin” olarak adlandırılır ve kullanılan şifreleme yönteminin kuralı doğrultusunda oluşturulmuş anahtarla şifreleme yönteminin kuralına göre şifreleme işlemi yapılır. Bu işleme daha önce de belirttiğimiz gibi kriptografi denilmektedir. Elimizde bulunan şifreli metni çözmek için de yine aynı şifreleme yöntemi doğrultusunda oluşturulmuş anahtar kullanılır. Şifre çözme işlemine de “kriptanaliz” demiştik. Kriptosistemde şifreleme ve şifre çözme işlemleri için bazen aynı anahtar bazen de farklı anahtarlar kullanılır. İşte algoritmalar bu özelliklerine göre sınıflandırılır.

2.1. Simetrik Şifreleme Algoritmaları:

Simetrik şifreleme algoritmalarında tek bir anahtar kullanılmaktadır. Düz metni şifrelemek için kullanılan anahtar ile şifreli metni çözmek için kullanılan anahtar aynıdır. Kullanılan bu anahtara “gizli anahtar” denir. Şifrelenmiş metinle beraber kullanılan gizli anahtar da alıcıya gönderilir. Anahtar tek olduğundan dolayı, güvenliğin sağlanması amacıyla sadece şifreleme işlemi yapan kişi ve çözümlene işlemi yapacak olan kişide bulunmalıdır. Simetrik şifreleme algoritmaları blok şifreleme algoritması ve dizi şifreleme algoritması olmak üzere iki şekilde yapılır.



2.1.1. Simetrik Şifreleme Algoritmasının Avantajları:

- Anahtar tek olduğundan dolayı şifreleme ve şifre çözme işlemleri hızlı yapılır.
- Gönderici ve alıcı arasındaki gizli haberleşme sağlanır.
- Şifre çözülmeyeceği için bilginin bütünlüğü ilkesi korunur.

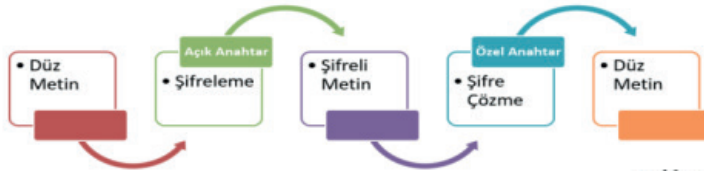
2.1.2. Simetrik Şifreleme Algoritmasının Dezavantajları:

- Anahtar saklamak zordur.
- Güvenilir anahtar dağıtımı zordur.

- Tek bir anahtar olduğu için anahtara sahip olan herkes şifreleme işlemini yapmış olabilir. Bu noktada kimlik doğrulama sağlanamaz.
- Bilginin bütünlüğü şüphelidir. Ortadaki bir kişi tarafından veri değiştirilmiş olabilir.
- Kimlik doğrulama ve bütünlük sağlamadığı için reddedilemezlik sağlanamaz.

2.2. Asimetrik Şifreleme Algoritmaları:

Asimetrik şifreleme algoritmalarında birbirinden farklı iki anahtar kullanılır. Düz metni şifrelemek için kullanılan anahtar -ki buna “açık anahtar” denir- ile şifreli metni çözümlmek için kullanılan anahtar -ki buna “özel anahtar” denir- farklıdır. Açık anahtar herkesle paylaşılabilirken özel anahtar gizli tutulmalı ve sadece çözümlene yapacak olan kriptograf tarafından bilinmelidir.



2.2.1. Asimetrik Şifreleme Algoritmalarının Avantajları:

- İki anahtarlı bir yapı kullanılarak anahtar dağıtımı sorununa yeni bir bakış açısı getirilmiştir:
 1. Herkese açık olan bir genel anahtar
 2. Sahibinde bulunması gereken özel anahtar
- Kimlik doğrulama problemi giderilmiştir. Bunun için doğrulama sistemleri (Kişi doğrulama) kullanılmaktadır.

2.2.2. Asimetrik Şifreleme Algoritmalarının Dezavantajları:

- Asimetrik şifreleme kullanılan algoritmalar gereği oldukça yavaş işlemektedir.

3.BÖLÜM: MATRİSLERİN ŞİFRELEMEDEKİ YERİ

Matematik şifrelemede kullanılan en temel bilim dalıdır. Mısırlılardan bu yana gelişen şifreleme tekniklerinin arasında matrisler üzerine kurulmuş birçok şifreleme tekniği mevcuttur. Bu bölümde matrislerle yapılan şifreleme tekniklerinden bahsedeceğiz.

3.1. Hill Şifreleme:

1929'da Lester S. Hill tarafından icat edilen Hill Şifreleme, harf grupları üzerinde etkili olan bir blok şifreleme algoritması örneğidir. Hill Şifreleme herhangi bir blok tablo üzerinde çalışabilir. Şifrelenmiş metindeki her eleman, düz metnin n tane elemanın lineer birleşimi şeklinde alınır. Düz metnin elemanları olarak $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ve şifreli metnin elemanları olarak da $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ olarak alınırsa $n \times n$ biçiminde K anahtar matrisi elde edilir. Düz metni şifrelemek için;

$$e_k(x) = xK(\text{mod}29)$$

denklemini çözmek gerekir. Burada anahtar için 29 harfli Türk Alfabeti kullanılmıştır ve bundan dolayı mod29 sisteminde çalışılmaktadır. Şifre çözme anahtarını elde etmek için ise K matrisinin tersinin bulunması gerekir. Ancak burada bilinir ki matrisin tersinin olması için $\det(K) \neq 0$ olmalıdır. Bu durumu sağlayan şifre çözme anahtarı;

$$d_y(K) = yK^{-1}(\text{mod}29)$$

Olup deşifreleme işleminin yapılabilmesi için;

$$(\det K, 29) = 1 \text{ ve } KK^{-1} \equiv K^{-1}K \equiv 1(\text{mod}29)$$

koşulları sağlanmalıdır.

Hill şifreleme algoritmasında şifrelenecek düz metin verilen matris anahtarın boyutuna göre bloklara ayrılır. Eğer bloklarda eksiklik olursa alfabedeki istenen harflerle eksik olan blok tamamlanır. Harfler keyfi olarak seçilir.

Örnek: $K = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 13 \end{bmatrix}$ anahtar matrisi ile "MERHABA" düz metnini Hill şifrelemesine göre şu şekilde şifrelenir:

Anahtar matris 2×2 boyutunda olduğu için şifreleme ikişerli gruplar halinde yapılır. Bu durumda MERHABA düz metni ME / RH / AB / A olarak ikişerli bloklara ayrılır. Görüldüğü üzere son blokta bir harf eksik kalmıştır. Bloğu tamamlamak için alfabemizden istediğimiz bir harfle bu blok tamamlanır. Bu örneğimizde ME / RH / AB / AA şeklinde tamamlayalım.

K anahtarının sayısal değerleri şu şekilde tanımlanır:

											0	1	2	3	4

5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	

Bu sayısal değerler tablosuna göre M, E, R, H, A, B, A, A, harflerinin sayısal değerleri sırasıyla 12, 4, 17, 7, 0, 1, 0, 0 şeklinde belirlenir. İkişerli gruplar olarak,

$$(M, E) = (15,5)$$

$$(R, H) = (20,9)$$

$$(A, B) = (0,1)$$

$$(A, A) = (0,0)$$

şeklinde yazılır. Şifreleme fonksiyonu;

$$e_k(x) = (y_1, y_2) = (x_1, x_2) \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 13 \end{bmatrix}$$

olacağından ikişerli gruplara ayrılan harflerin sayısal değerleri şifreleme fonksiyonunda şu şekilde dönüştürülür:

$$(y_1, y_2) = (15, 5) \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 13 \end{bmatrix} = (55, 110) \equiv (26, 23) \pmod{29} = (V, T) \pmod{29}$$

$$(y_1, y_2) = (20, 9) \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 13 \end{bmatrix} = (92, 177) \equiv (5, 3) \pmod{29} = (E, Ç) \pmod{29}$$

$$(y_1, y_2) = (0, 1) \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 13 \end{bmatrix} = (8, 13) = (\check{G}, K) \pmod{29}$$

$$(y_1, y_2) = (0, 0) \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 13 \end{bmatrix} = (0, 0) = (A, A) \pmod{29}.$$

Buradan şifreli metin şu şekilde karşımıza çıkar:

Düz Metin = MERHABAA

Şifreli Metin = VTEÇĞKAA.

Tersine bize verilen şifreli metni çözerek düz metne ulaşmaya çalışmamız durumunda K anahtarının tersine ihtiyaç duyulur.

$K = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 13 \end{bmatrix}$ şeklinde verilen K anahtarının tersi $K^{-1} = \frac{1}{|K|} \text{adj}(A)$ ile hesaplanır.

$$\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 13 & -3 \\ -8 & 1 \end{bmatrix} \text{ ve } |K| = 13 \cdot 1 - (-8) \cdot (-3) = -11$$

$$|K|^{-1} = \frac{1}{|K^{-1}|} \pmod{29}$$

$$|K| |K^{-1}| = 1 \pmod{29}$$

Bu eşitlik sağlanması gerektiğinden $|K^{-1}| = -8$

$$-8 \cdot \text{adj}(K) = -8 \cdot \begin{bmatrix} 13 & -3 \\ -8 & 1 \end{bmatrix} \pmod{29} = \begin{bmatrix} -104 & 24 \\ 64 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 24 \\ 6 & 21 \end{bmatrix}$$

olarak hesaplanır.

Şifrelenmiş metnimiz VTEÇĞKAA olmak üzere, ikişerli gruplara ayırarak şifrelerken yaptığımız işlemleri tekrar yapalım.

$$(V, T) = (26,23)$$

$$(E, Ç) = (5,3)$$

$$(Ğ, K) = (8,13)$$

$$(A, A) = (0,0)$$

Deşifreleme fonksiyonu;

$$d_y(K) = y \cdot K^{-1}(\text{mod}29)$$

olacağından;

$$d_y(K) = (x_1, x_2) = (y_1, y_2) \cdot \begin{bmatrix} 12 & 24 \\ 6 & 21 \end{bmatrix}$$

deşifreleme bu şekilde dönüştürülür.

$$(x_1, x_2) = (26,23) \begin{bmatrix} 12 & 24 \\ 6 & 21 \end{bmatrix} = (450,1107) = (15,5)(\text{mod}29) = (M, E)$$

$$(x_1, x_2) = (5,3) \begin{bmatrix} 12 & 24 \\ 6 & 21 \end{bmatrix} = (78,183) = (20,9)(\text{mod}29) = (R, H)$$

$$(x_1, x_2) = (8,13) \begin{bmatrix} 12 & 24 \\ 6 & 21 \end{bmatrix} = (174,465) = (0,1)(\text{mod}29) = (A, B)$$

$$(x_1, x_2) = (0,0) \begin{bmatrix} 12 & 24 \\ 6 & 21 \end{bmatrix} = (0,0)(\text{mod}29) = (A, A)$$

Yapılan bu işlemlerin sonunda deşifreleme işlemi gerçekleşmiş olur ve buradan düz metin MERHABAA olarak karşımıza çıkar.

4.BÖLÜM: GRAF MATRİSLERİ

Bu bölümde çalışmamızın daha anlaşılır olması adına, ortaya çıkardığımız şifreleme yöntemlerinde kullanılan graf matris çeşitlerinden bahsedeceğiz.

4.1.Komşuluk Matrisi: G , n noktalı basit bir graf olmak üzere G 'nin komşuluk matrisi $A(G) = (a_{ij})_{n \times n}$ ile gösterilir ve şu şekilde tanımlanır:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1; & i \sim j \text{ ise} \\ 0; & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

4.2.Derece Matrisi: G , n noktalı bir graf olsun. G grafına ait her bir noktanın derecesiyle oluşturulan matris yapısına "derece matrisi" denir ve $D(G)$ ile gösterilir.

4.3.Etki Matrisi: G , n noktalı ve m kenarlı basit bir graf olsun. G 'nin etki matrisi $M(G) = (M_{ie_j})_{n \times m}$ ile gösterilir ve elemanları, i noktası e_j kenarının bitim noktası ise 1, diğer durumlarda 0 olarak tanımlanır. G 'nin etki matrisinin satırları grafın noktaları ve sütunları ise kenarları tarafından indekslenen $n \times m$ tipindeki $(0,1)$ matrisidir.

4.4.Laplacian Matrisi: G , n noktalı bir graf olsun. G 'nin laplacian matrisi $L(G) = (l_{ij})_{n \times n}$ ile gösterilir ve şu şekilde tanımlanır:

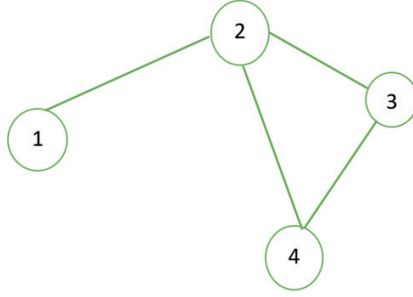
$$l_{ij} = \begin{cases} d_i; & i = j \text{ ise} \\ -1; & i \sim j \text{ ise} \\ 0; & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

4.5.Uzaklık Matrisi: G , bağlantılı bir graf noktalar kümesi ve d_{ij} , i ve j noktaları arasındaki en kısa yolun uzunluğu olmak üzere; uzaklık matrisi $D(G)$ ile gösterilir ve şu şekilde tanımlanır:

$$D(G) = \begin{cases} d_{ij}; & i \neq j \\ 0; & i = j \end{cases}$$

5.BÖLÜM: KRİPTOLOJİYE YENİ BİR BAKIŞ: GRAF MATRİSLERİYLE ŞİFRELEME

Bu bölümde, bir önceki bölümde açıkladığımız graf matrislerini anahtar olarak kullanarak Hill Şifreleme yöntemiyle yeni bir şifreleme algoritması tanımlayacağız. Bunun için öncelikle matrislerini kullanabileceğimiz bir graf yapısı oluşturalım. Dört kenar ve dört düğümden oluşan G graf yapısını şu şekilde tanımlayalım:



G grafinı kullanarak oluşturduğumuz matrislerle şifreleme işlemlerini gerçekleştirelim.

5.1. G grafinın komşuluk matrisini anahtar olarak kullanarak “KALAMAR” kelimesini Hill Şifreleme yöntemiyle şifreleyelim.

G grafi 4 düğüm ve 4 kenardan oluşan bir graf yapısı olduğundan komşuluk matrisimiz 4×4 boyutundan bir matris olacak.

$$A(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Bulduğumuz komşuluk matrisini K anahtarı olarak tanımlayalım. Anahtar matris 4×4 boyutunda olduğu için şifreleme dörderli bloklar halinde yapılır. Bu durumda KALAMAR düz metni KALA / MAR olarak dörderli bloklara ayrılır. Görüldüğü üzere son blokta bir harf eksik kalmıştır. Bloğu tamamlamak için alfabemizden istediğimiz bir harfle bu blok tamamlanır. Bu örneğimizde KALA / MARA şeklinde tamamlayalım.

K anahtarının sayısal değerleri şu şekilde tanımlamıştık:

									0	1	2	3	4

5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8

Bu sayısal değerler tablosuna göre K, A, L, A, M, A, R, A, harflerinin sayısal değerleri sırasıyla 13, 0, 14, 0, 15, 0, 20, 0 şeklinde belirlenir. Dörderli gruplar olarak,

$$(K, A, L, A) = (13, 0, 14, 0)$$

$$(M, A, R, A) = (15, 0, 20, 0)$$

şeklinde yazılır. Şifreleme fonksiyonu;

$$e_k(x) = (y_1, y_2, y_3, y_4) = (x_1, x_2, x_3, x_4) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

olacağından dörderli gruplara ayrılan harflerin sayısal değerleri şifreleme fonksiyonunda şu şekilde dönüştürülür:

$$(y_1, y_2, y_3, y_4) = [13, 0, 14, 0] \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = [0 \ 27 \ 0 \ 14](\text{mod}29) = (A, Y, A, L)$$

$$(y_1, y_2, y_3, y_4) = [15, 0, 20, 0] \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = [0 \ 35 \ 0 \ 20] = [0 \ 6 \ 0 \ 20](\text{mod}29) = (A, F, A, R)$$

şeklinde şifrenir ve buradan şifreli metin şu şekilde karşımıza çıkar:

Düz Metin = KALAMARAA

Şifreli Metin = AYALAFAR

Tersine bize verilen şifreli metni çözerek düz metne ulaşmaya çalışmamız durumunda K anahtarının tersine ihtiyaç duyulur.

$K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ şeklinde verilen K anahtarının tersi $K^{-1} = \frac{1}{|K|} adj(A)$ ile hesaplanır. Burada gerekli işlemler yapıldığında K anahtarının tersi yani şifre çözme anahtarımız şu şekilde karşımıza çıkar:

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Şifrelenmiş metnimiz AYALAFAR olmak üzere, dörderli gruplara ayırarak şifrelerken yaptığımız işlemleri tekrar yapalım.

$$(A, Y, A, L) = (0,27,0,14)$$

$$(A, F, A, R) = (0,6,0,20).$$

Deşifreleme fonksiyonu;

$$d_y(K) = y \cdot K^{-1} \pmod{29}$$

olduğundan;

$$d_y(K) = (x_1, x_2, x_3, x_4) = (y_1, y_2, y_3, y_4) \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

deşifreleme bu şekilde dönüştürülür.

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = [0 \ 27 \ 0 \ 14] \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ = [13 \ 0 \ 14 \ 0](\text{mod}29) = (K, A, L, A)$$

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = [0 \ 6 \ 0 \ 20] \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ = [-14 \ 0 \ 20 \ 0] \equiv [15 \ 0 \ 20 \ 0](\text{mod}29) \\ = (M, A, R, A)$$

Deşifreleme işlemi tamamlanmış oldu ve KALAMARA düz metnine ulaştık.

5.2. G grafının derece matrisini anahtar olarak kullanarak “ÇİKOLATA” kelimesini Hill Şifreleme yöntemiyle şifreleyelim.

G grafi 4 düğüm ve 4 kenardan oluşan bir graf yapısı olduğundan komşuluk matrisimiz 4×4 boyutundan bir matris olacak.

$$D(G) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Burada dikkat edilmesi gereken husus Hill şifreleme yöntemini kullanırken anahtar matrisin tersine ihtiyaç duyacağımızdan matrisin determinantının sıfıra eşit olmaması gerektiğidir. Ancak derece matrisinin determinantını hesapladığımızda determinantın sıfıra eşit olduğunu görürüz. Bu noktada derece matrisini bütün elemanları 1 olan J matrisiyle toplayıp yeni bir anahtar oluşturacağız.

$$K = D(G) + J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Anahtar matris 4×4 boyutunda olduğu için şifreleme dörderli bloklar halinde yapılır. Bu durumda ÇİKOLATA düz metni ÇİKO / LATA olarak dörderli bloklara ayrılır.

$$(Ç, İ, K, O) = (3, 11, 13, 17)$$

$$(L, A, T, A) = (14, 0, 23, 0)$$

$$\begin{aligned} [3 \quad 11 \quad 13 \quad 17] \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} &= [47 \quad 77 \quad 70 \quad 78] \\ &\equiv [18 \quad 19 \quad 12 \quad 20](\text{mod}29) = (\ddot{O}, P, J, R) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [14 \quad 0 \quad 23 \quad 0] \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} &= [51 \quad 37 \quad 83 \quad 37] \\ &\equiv [22 \quad 8 \quad 25 \quad 8](\text{mod}29) = (\$, \ddot{G}, \ddot{U}, \ddot{G}) \end{aligned}$$

Buradan şifreli metin şu şekilde karşımıza çıkar:

Düz Metin = ÇİKOLATA

Şifreli Metin = ÖPJRŞĞÜĞ

Tersine bize verilen şifreli metni çözerek düz metne ulaşmaya çalışmamız durumunda K anahtarının tersine ihtiyaç duyulur.

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} 7/10 & -1/10 & -3/20 & -3/20 \\ -1/10 & 3/10 & -1/20 & -1/20 \\ -3/20 & -1/20 & 17/40 & -3/40 \\ -3/20 & -1/20 & -3/40 & 17/40 \end{bmatrix}$$

Şifrelenmiş metnimiz ÖPJRŞĞÜĞ olmak üzere, dörderli gruplara ayırarak şifrelerken yaptığımız işlemleri tekrar yapalım.

$$(\ddot{O}, P, J, R) = (18, 19, 12, 20)$$

$$(\$, \ddot{G}, \ddot{U}, \ddot{G}) = (22, 8, 25, 8)$$

$$\begin{aligned}
[18 \ 19 \ 12 \ 20] & \begin{bmatrix} 7/10 & -1/10 & -3/20 & -3/20 \\ -1/10 & 3/10 & -1/20 & -1/20 \\ -3/20 & -1/20 & 17/40 & -3/40 \\ -3/20 & -1/20 & -3/40 & 17/40 \end{bmatrix} \\
& = [59/10 \ 23/10 \ -1/10 \ 79/20] \equiv [3 \ 11 \ 13 \ 17](\text{mod}29) \\
& = (Ç, İ, K, O)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[22 \ 8 \ 25 \ 8] & \begin{bmatrix} 7/10 & -1/10 & -3/20 & -3/20 \\ -1/10 & 3/10 & -1/20 & -1/20 \\ -3/20 & -1/20 & 17/40 & -3/40 \\ -3/20 & -1/20 & -3/40 & 17/40 \end{bmatrix} \equiv [14 \ 0 \ 23 \ 0](\text{mod}29) \\
& = (L, A, T, A)
\end{aligned}$$

Deşifreleme işlemi tamamlanmış oldu ve “ÇİKOLATA” düz metnine ulaştık.

5.3. G grafının etki matrisini anahtar olarak kullanarak “KRİPTOLOJİ” kelimesini Hill Şifreleme yöntemiyle şifreleyelim.

G grafi 4 düğüm ve 4 kenardan oluşan bir graf yapısı olduğundan komşuluk matrisimiz 4×4 boyutundan bir matris olacak.

$$M(G) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bulduğumuz etki matrisini K anahtarı olarak tanımlayalım. Anahtar matris 4×4 boyutunda olduğu için şifreleme dörderli bloklar halinde yapılır. Bu durumda KRİPTOLOJİ düz metni KRİP / TOLO / Jİ olarak dörderli bloklara ayrılır. Görüldüğü üzere son blokta iki harf eksik kalmıştır. Bloğu tamamlamak için alfabemizden istediğimiz bir harfle bu blok tamamlanır. Bu örneğimizde KRİP / TOLO / JİAA şeklinde tamamlayalım.

$$(K, R, İ, P) = (13, 20, 11, 19)$$

$$(T, O, L, O) = (23, 17, 14, 17)$$

$$(J, İ, A, A) = (12, 11, 0, 0)$$

$$[13 \ 20 \ 11 \ 19] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [33 \ 39 \ 31 \ 30] \\ \equiv [4 \ 10 \ 2 \ 1](\text{mod}29) = (D, I, C, B)$$

$$[23 \ 17 \ 14 \ 17] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [40 \ 34 \ 31 \ 31] \\ \equiv [11 \ 5 \ 2 \ 2](\text{mod}29) = (\dot{I}, E, C, C)$$

$$[12 \ 11 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [23 \ 11 \ 11 \ 0](\text{mod}29) = (T, \dot{I}, \dot{I}, A)$$

olup buradan şifreli metin şu şekilde karşımıza çıkar:

Düz Metin = KRİPTOLOJİAA

Şifreli Metin = DICBİECCTİİA

Tersine bize verilen şifreli metni çözerek düz metne ulaşmaya çalışmamız durumunda K anahtarının tersine ihtiyaç duyulur.

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ -1/2 & 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

Şifrenmiş metnimiz DICBİECCTİİA olmak üzere, dörderli gruplara ayırarak şifrelerken yaptığımız işlemleri tekrar yapalım.

$$(D, I, C, B) = (4, 10, 2, 1)$$

$$(\dot{I}, E, C, C) = (11, 5, 2, 2)$$

$$(T, \dot{I}, \dot{I}, A) = (23, 11, 11, 0)$$

$$[4 \ 10 \ 2 \ 1] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ -1/2 & 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} = [-3/2 \ 11/2 \ -7/2 \ 9/2]$$

$$\equiv [13 \ 20 \ 11 \ 19](\text{mod}29) = (K, R, İ, P)$$

$$[11 \ 5 \ 2 \ 2] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ -1/2 & 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} = [17/2 \ 5/2 \ -1/2 \ 5/2]$$

$$\equiv [23 \ 17 \ 14 \ 17](\text{mod}29) = (T, O, L, O)$$

$$[23 \ 11 \ 11 \ 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ -1/2 & 1/2 & 1/2 & -1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$= [12 \ 11 \ 0 \ 0](\text{mod}29) = (J, İ, A, A)$$

Deşifreleme işlemi tamamlanmış oldu ve “KRİPTOLOJİAA” düz metnine ulaştık.

5.4. G grafının Laplacian matrisini anahtar olarak kullanarak “GEOMETRİ” kelimesini Hill Şifreleme yöntemiyle şifreleyelim.

G grafi 4 düğüm ve 4 kenardan oluşan bir graf yapısı olduğundan komşuluk matrisimiz 4×4 boyutundan bir matris olacak.

$$L(G) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Burada dikkat edilmesi gereken husus Hill şifreleme yöntemini kullanırken anahtar matrisin tersine ihtiyaç duyacağımızdan matrisin determinantının sifra eşit olmaması gerektirir. Ancak Laplacian matrisinin determinantını hesapladığımızda determinantın sifra eşit olduğunu görürüz. Bu noktada Laplacian matrisini bütün elemanları 1 olan J matrisiyle toplayıp yeni bir anahtar oluşturacağız.

$$K = L(G) + J = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Bulduğumuz etki matrisini K anahtarı olarak tanımlayalım. Anahtar matris 4×4 boyutunda olduğu için şifreleme dörderli bloklar halinde yapılır. Bu durumda GEOMETRİ düz metni GEOM / ETRİ olarak dörderli bloklara ayrılır.

$$(G, E, O, M) = (7, 5, 17, 15)$$

$$(E, T, R, İ) = (5, 23, 20, 11)$$

$$\begin{aligned} [7 \ 5 \ 17 \ 15] \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} &= [46 \ 20 \ 58 \ 52] \\ &\equiv [17 \ 20 \ 0 \ 23](\text{mod}29) = (O, R, A, T) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [5 \ 23 \ 20 \ 11] \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} &= [41 \ 92 \ 65 \ 38] \equiv \\ [12 \ 5 \ 7 \ 9](\text{mod}29) &= (J, E, G, H). \end{aligned}$$

Buradan şifreli metin şu şekilde karşımıza çıkar:

Düz Metin = GEOMETRİ

Şifreli Metin = ORATJEGH

Tersine bize verilen şifreli metni çözerek düz metne ulaşmaya çalışmamız durumunda K anahtarının tersine ihtiyaç duyulur.

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} 3/4 & 0 & -1/4 & -1/4 \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ -1/4 & 0 & 5/12 & 1/12 \\ -1/4 & 0 & 1/12 & 5/12 \end{bmatrix}$$

Şifrelenmiş metnimiz ORATJEGH olmak üzere, dörderli gruplara ayırarak şifrelerken yaptığımız işlemleri tekrar yapalım.

$$(O, R, A, T) = (17, 20, 0, 23)$$

$$(J, E, G, H) = (12, 5, 7, 9)$$

$$\begin{aligned} [17 \ 20 \ 0 \ 23] \begin{bmatrix} 3/4 & 0 & -1/4 & -1/4 \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ -1/4 & 0 & 5/12 & 1/12 \\ -1/4 & 0 & 1/12 & 5/12 \end{bmatrix} &= [7 \ 5 \ -28/12 \ 64/12] \\ &\equiv [7 \ 5 \ 17 \ 15](\text{mod}29) = (G, E, O, M) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [12 \ 5 \ 7 \ 9] \begin{bmatrix} 3/4 & 0 & -1/4 & -1/4 \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 \\ -1/4 & 0 & 5/12 & 1/12 \\ -1/4 & 0 & 1/12 & 5/12 \end{bmatrix} &= [5 \ 5/4 \ 8/12 \ 16/12] \\ &\equiv [5 \ 23 \ 20 \ 11](\text{mod}29) = (E, T, R, İ) \end{aligned}$$

Deşifreleme işlemi tamamlanmış oldu ve “GEOMETRİ” düz metnine ulaştık.

5.5. G grafının uzaklık matrisini anahtar olarak kullanarak “BEGONVİL” kelimesini Hill Şifreleme yöntemiyle şifreleyelim.

G grafi 4 düğüm ve 4 kenardan oluşan bir graf yapısı olduğundan uzaklık matrisimiz 4×4 boyutundan bir matris olacak.

$$L(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Bulduğumuz uzaklık matrisini K anahtarı olarak tanımlayalım. Anahtar matris 4×4 boyutunda olduğu için şifreleme dörderli bloklar halinde yapılır. Bu durumda BEGONVİL düz metni BEGO / NVİL olarak dörderli bloklara ayrılır.

$$(B, E, G, O) = (1, 5, 7, 17)$$

$$(N, V, İ, L) = (16, 26, 11, 14)$$

$$[1 \ 5 \ 7 \ 17] \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = [53 \ 25 \ 24 \ 14] \\ \equiv [24 \ 25 \ 24 \ 14](\text{mod}29) = (U, \ddot{U}, U, L)$$

$$[16 \ 26 \ 11 \ 14] \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = [76 \ 41 \ 72 \ 69] \\ \equiv [18 \ 12 \ 14 \ 11](\text{mod}29) = (\ddot{O}, J, L, \dot{I})$$

Buradan şifreli metin şu şekilde karşımıza çıkar:

Düz Metin = BEGONVİL

Şifreli Metin = UÜULÖJLİ

Tersine bize verilen şifreli metni çözerek düz metne ulaşmaya çalışmamız durumunda K anahtarının tersine ihtiyaç duyulur.

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} -2/7 & 3/7 & 1/7 & 1/7 \\ 3/7 & -8/7 & 2/7 & 2/7 \\ 1/7 & 2/7 & -4/7 & 3/7 \\ 1/7 & 2/7 & 3/7 & -4/7 \end{bmatrix}$$

Şifrelenmiş metnimiz UÜULÖJLİ olmak üzere, dörderli gruplara ayırarak şifrelerken yaptığımız işlemleri tekrar yapalım.

$$(U, \ddot{U}, U, L) = (24, 25, 24, 14)$$

$$(\ddot{O}, J, L, \dot{I}) = (18, 12, 14, 11)$$

$$[24 \ 25 \ 24 \ 14] \begin{bmatrix} -2/7 & 3/7 & 1/7 & 1/7 \\ 3/7 & -8/7 & 2/7 & 2/7 \\ 1/7 & 2/7 & -4/7 & 3/7 \\ 1/7 & 2/7 & 3/7 & -4/7 \end{bmatrix} \\ = [65/7 \ -52/7 \ 20/7 \ 90/7] \\ \equiv [1 \ 5 \ 7 \ 17](\text{mod}29) = (B, E, G, O)$$

$$\begin{aligned}
[18 \ 12 \ 14 \ 11] & \begin{bmatrix} -2/7 & 3/7 & 1/7 & 1/7 \\ 3/7 & -8/7 & 2/7 & 2/7 \\ 1/7 & 2/7 & -4/7 & 3/7 \\ 1/7 & 2/7 & 3/7 & -4/7 \end{bmatrix} \\
& = [25/7 \ 8/7 \ 19/7 \ 40/7] \\
& \equiv [16 \ 26 \ 11 \ 14](\text{mod}29) = (N, V, İ, L)
\end{aligned}$$

Deşifreleme işlemi tamamlanmış oldu ve “BEGONVİL” düz metnine ulaştık.

Kaynakça

- Şahin Fatih,(2013), Modern Blok Şifreleme Algoritmaları, İstanbul Aydın Üniversitesi Dergisi, Yıl 5, Sayı 17, Sayfa (47 - 60)
- Büyükköse Ş.(2021) Graf Teori. Nobel Yayın.Ankara
- Şiap, V. (2008). Matris Kodlar ile McEliece Şifreleme Sistemi. Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Sakarya.
- Siber Portal (2020). “Simetrik Şifreleme ve Asimetrik Şifreleme Algoritmaları”. <https://www.siberportal.org/blue-team/cryptography/simetrik-sifreleme-ve-asimetrik-sifreleme-algoritmaları/>
- Z Qowi and N Hudallah. Combining caesar cipher and hill cipher in the generating encryption key on the vigenere cipher algorithm. IOP Publishing. 2021. doi:10.1088/1742-6596/1918/4/042009
- Zverovich, V.2021. Modern Applications of Graph Theory (1.Baskı). Oxford: Oxford Üniversitesi Yayınları