

ETKİLEŞİMLİ MATEMATİK EĞİTİMİ:

MÜZİKTEN MINECRAFT'A YENİLİKÇİ
UYGULAMALAR

ARALIK 2025

EDİTÖRLER
PROF. DR. HASAN ÜNAL
ARŞ. GÖR. ŞEVVAL GÖKCEN

Genel Yayın Yönetmeni / Editor in Chief • C. Cansın Selin Temana

Kapak & İç Tasarım / Cover & Interior Design • Serüven Yayınevi

Birinci Basım / First Edition • © Aralık 2025

ISBN • 978-625-8559-07-1

© copyright

Bu kitabın yayın hakkı Serüven Yayınevi'ne aittir.

Kaynak gösterilmeden alıntı yapılamaz, izin almadan hiçbir yolla çoğaltılamaz.

The right to publish this book belongs to Serüven Publishing. Citation can not be shown without the source, reproduced in any way without permission.

Serüven Yayınevi / Serüven Publishing

Türkiye Adres / Turkey Address: Kızılay Mah. Fevzi Çakmak 1. Sokak

Ümit Apt No: 22/A Çankaya/ANKARA

Telefon / Phone: 05437675765

web: www.seruyenyayinevi.com

e-mail: seruyenyayinevi@gmail.com

Baskı & Cilt / Printing & Volume

Sertifika / Certificate No: 42488

ETKİLEŞİMLİ MATEMATİK EĞİTİMİ:

MÜZİKTEN MINECRAFT'A YENİLİKÇİ
UYGULAMALAR

ARALIK 2025

EDİTÖRLER
PROF. DR. HASAN ÜNAL
ARŞ. GÖR. ŞEVVAL GÖKCEN

İÇİNDEKİLER

BÖLÜM 1

Ortaokul Matematik Dersinde Zorlanılan Konuların Drama Tekniği ile Öğretimi: Öğrenci Görüş ve Deneyimleri

Ahsen FİLİZ..... 1

Begüm TUNCER..... 1

BÖLÜM 2

MinecraftEdu ile Matematik Macerası: 9. Sınıf Kümeler Konusunu İçeren Minecraft Dünyası Tasarımı

Burak GÜNER 15

Bekir FAZLI..... 15

BÖLÜM 3

Dikdörtgende Eşlik ve Benzerlik: Kavram Yanılgıları ve Öğretim Stratejileri

Zeynep ARSLAN 41

Hasan ÜNAL 41

BÖLÜM 4

Müziksel Etkinliklerin Ortaokul 6. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Motivasyonu ve Tutumuna Etkisinin İncelenmesi

Yasemin SARIKAYA..... 51

Şevval GÖKCEN 51

BÖLÜM 5

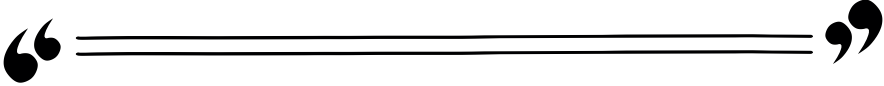
Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Matematik Öğretimi Programında Yer Alan 6. Sınıf “Sayılar Ve Nicelikler (1)” Temasının İncelenmesi

Çağla ÇAĞLAYAN SÜNNETÇİ 63

Hasan ÜNAL 63



Ortaokul Matematik Dersinde Zorlanılan Konuların Drama Tekniği ile Öğretimi: Öğrenci Görüş ve Deneyimleri



Ahsen FİLİZ¹
Begüm TUNCER²

1 Dr. Öğr. Üyesi, Biruni Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri
Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, afiliz@biruni.edu.tr,
000-0002-8886-5572

2 Öğrenci, Biruni Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi
Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, begum.tuncer22@gmail.com,
0009-0001-9693-788X

Giriş

Günümüzde bilim ve teknolojinin hızlı gelişimi, bireylerin bilgiye erişme, sorgulama, üretme ve özgüvenli bir şekilde iletişim kurma becerilerine sahip olmasını zorunlu hale getirmiştir (Akyazı & Kaplan, 2018; Yıldızlar, 2012). Eğitim sistemleri, bu dinamik dünyaya uyum sağlayabilecek bireyler yetiştirmek için geleneksel öğretim yaklaşımlarını aşarak, öğrencilerin aktif katılımını teşvik eden, yaratıcı ve işbirliğine dayalı yöntemleri benimsemelidir (Devecioğlu & Akdeniz, 2005; MEB, 2015). Matematik, soyut kavramları ve karmaşık problem çözme süreçleri nedeniyle öğrenciler tarafından genellikle zorlayıcı olarak algılanmaktadır (Duatepe-Paksu & Ubuz, 2009). Bu bağlamda, matematik öğretiminde öğrencilerin ilgisini çekecek, öğrenme sürecini daha anlamlı ve keyifli hale getirecek yöntemlere ihtiyaç duyulmaktadır.

Yaratıcı drama, öğrencilerin öğrenme sürecinde aktif rol almalarını sağlayarak, soyut kavramları somut deneyimlerle ilişkilendirmelerine olanak tanır ve matematik dersine yönelik motivasyonlarını artırır (Erdoğan, 2006; Özsoy & Yüksel, 2007). Drama yöntemi, öğrencilerin eleştirel düşünme, problem çözme, işbirliği yapma ve etkili iletişim kurma becerilerini geliştirmelerine katkı sağlar (Heathcote & Bolton, 1995; McCaslin, 2006). Ancak, literatürde, özellikle ortaokul seviyesinde matematik dersine yönelik drama uygulamalarının sınırlı olduğu görülmektedir (Kayhan, 2012). Bu çalışma, ortaokul matematik dersinde zorlanılan konuların drama yöntemiyle öğretiminin, öğrenci görüş ve deneyimleri üzerinden sağladığı yararları incelemeyi amaçlamaktadır. Bu bağlamda, çalışmanın temel sorusu şudur: “Drama yöntemi, ortaokul matematik dersinde zorlanılan konuların öğretiminde öğrencilerin öğrenme süreçlerine ve tutumlarına nasıl bir katkı sağlar?” Çalışma, bu soruya yanıt ararken, drama yönteminin matematik öğretimindeki etkisini daha iyi anlamayı ve eğitim programlarına entegrasyonunu teşvik etmeyi hedeflemektedir. Ayrıca, TÜBİTAK 2209-A Üniversite Öğrencileri Araştırma Projeleri Destekleme Programı kapsamında kabul edilmiş ve yürütülmüştür.

Teorik Çerçeve

Yaratıcı Drama ve Eğitimdeki Yeri

Yaratıcı drama, eğitimde bireylerin bilişsel, duyuşsal ve sosyal becerilerini geliştirmek için kullanılan, oyun temelli, etkileşimli ve doğaçlamaya dayalı bir öğretim yöntemidir. San (1996), dramayı bir düşünceyi, duyguyu veya olayı eyleme dönüştürme sanatı olarak tanımlarken, Ömeroğlu vd. (1999), dramayı çocuk oyunlarından hareketle yaşam durumlarını canlandırma ve öğrenme sürecine geçiş yapma olarak ifade etmiştir. Uluslararası literatürde, Heathcote ve Bolton (1995), yaratıcı dramanın öğrencilerin öğrenme sürecinde aktif rol almalarını sağladığını ve eleştirel düşünme, problem çözme ve sosyal becerileri geliştirdiğini vurgulamıştır. Wagner (1998), dramanın

öğrencilerin farklı perspektiflerden düşünme yeteneğini desteklediğini ve soyut kavramların daha iyi anlaşılmasını sağladığını belirtmiştir.

Drama, öğrenenlerin işbirliği yapmasını, yaratıcı düşünmesini ve duygusal bağ kurmasını teşvik eder. Bu yöntem, öğrencilerin öğrenme sürecine aktif katılımını sağlayarak, geleneksel öğretim yöntemlerinin ötesine geçer ve öğrenmeyi daha anlamlı hale getirir (Anderson, 2005). Drama etkinlikleri, öğrencilerin grup içinde işbirliği yapmalarını, farklı çözüm yolları üretmelerini ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirmelerini destekler (Catterall, 2007). Ayrıca, drama yöntemi, öğrencilerin öğrenme sürecine yönelik motivasyonlarını artırarak, derse karşı olumlu tutumlar geliştirmelerine katkı sağlar (Lee vd., 2015).

Matematik Eğitiminde Drama Yöntemi

Matematik, soyut kavramları ve karmaşık problem çözme süreçleri nedeniyle öğrenciler tarafından genellikle zorlayıcı olarak algılanır (Duatepe-Paksu & Ubuz, 2009). Yaratıcı drama, matematik öğretiminde bu zorlukların üstesinden gelmek için etkili bir araç olarak kullanılabilir. Drama yöntemi, soyut matematiksel kavramları somut deneyimlerle ilişkilendirme fırsatı sunarak, öğrencilerin kavramsal anlamalarını güçlendirir (Saçkes vd., 2009). Örneğin, drama etkinlikleri sırasında öğrenciler, matematiksel kavramları dramatik canlandırmalar yoluyla deneyimleyerek, bu kavramları daha iyi anlamaya başlar. Ayrıca, drama yöntemi, öğrencilerin matematik dersine yönelik kaygılarını azaltır ve derse katılımı artırır (Lee vd., 2015).

Uluslararası literatürde, drama temelli öğretimin matematik eğitiminde etkili olduğu çeşitli çalışmalarla desteklenmektedir. Fleming vd. (2004), drama yönteminin öğrencilerin matematiksel kavramları hayatla ilişkilendirmelerine olanak tanıdığını ve öğrenme sürecini daha keyifli hale getirdiğini belirtmiştir. Saçkes vd. (2009), drama temelli öğretimin öğrencilerin soyut matematiksel kavramları daha somut bir şekilde anlamalarına yardımcı olduğunu ve öğrenme sürecinde aktif bir rol almalarını sağladığını ifade etmiştir. Türkiye’de yapılan çalışmalarda da benzer sonuçlar elde edilmiştir. Erdoğan (2006), yaratıcı dramanın matematik dersinde öğrencilerin ilgisini artırdığını ve soyut kavramların anlaşılmasını kolaylaştırdığını belirtmiştir. Özsoy ve Yüksel (2007), drama yönteminin öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerini geliştirdiğini ve özgüvenlerini artırdığını ortaya koymuştur.

Öğretmenin Rolü ve Drama Yönteminin Uygulanması

Drama yöntemi ile işlenen derslerde öğretmen, rehber ve kolaylaştırıcı bir rol üstlenir. Anderson (2005), öğretmenlerin drama etkinliklerinde öğrencilerin yeni bilgileri keşfetmesine olanak tanıyan ortamlar yaratması gerektiğini vurgulamıştır. Öğretmen, drama etkinliklerini planlarken, öğrencilerin yaş, ilgi alanları ve öğrenme ihtiyaçlarını dikkate almalı ve

etkinlikleri dersin kazanımlarına uygun bir şekilde tasarlamalıdır (MEB, 2006). Drama yöntemi, geleneksel öğretim yöntemlerinden farklı olarak, öğrencilerin öğrenme sürecine aktif katılımını ön planda tutar ve yaparak-yaşayarak öğrenme yaklaşımını benimser (Koç & Dikici, 2003).

Literatür Taraması

Eğitimde yaratıcı drama yöntemi, öğrencilerin öğrenme süreçlerinde aktif rol almalarını teşvik eden, bilişsel, duyuşsal ve sosyal becerilerini geliştiren etkili bir öğretim yaklaşımı olarak literatürde geniş bir yer bulmaktadır. Yaratıcı drama, öğrencilerin problem çözme, eleştirel düşünme, işbirliği yapma ve etkili iletişim kurma gibi becerilerini desteklerken, öğrenme sürecini daha anlamlı ve keyifli hale getirmektedir (Heathcote & Bolton, 1995; McCaslin, 2006). Özellikle matematik gibi soyut kavramların yoğun olduğu derslerde, drama yöntemi, öğrencilerin bu kavramları somut deneyimlerle ilişkilendirmelerine olanak tanıyarak öğrenmeyi kolaylaştırmakta ve motivasyonu artırmaktadır (Fleming vd., 2004; Saçkes vd., 2009). Uluslararası literatürde, drama temelli öğretimin öğrencilerin matematik dersine yönelik kaygılarını azalttığı, derse katılımlarını artırdığı ve olumlu tutumlar geliştirmelerine katkı sağladığı çeşitli çalışmalarla desteklenmiştir (Lee et al., 2015). Örneğin, Saçkes vd. (2009), drama temelli öğretimin öğrencilerin matematiksel kavramları daha somut bir şekilde anlamalarına yardımcı olduğunu ve öğrenme sürecinde aktif bir rol almalarını sağladığını rapor etmiştir. Benzer şekilde, Fleming vd. (2004), drama yönteminin matematiksel kavramları hayatla ilişkilendirme fırsatı sunduğunu ve öğrencilerin öğrenme sürecine olan ilgisini artırdığını belirtmiştir.

Türkiye’de yapılan çalışmalar da drama yönteminin matematik öğretimine olan katkısını vurgulamaktadır. Erdoğan (2006), yaratıcı dramanın matematik dersinde öğrencilerin ilgisini artırdığını ve soyut kavramların anlaşılmasını kolaylaştırdığını ifade etmiştir. Özsoy ve Yüksel (2007), drama yönteminin öğrencilerin matematiksel problem çözme becerilerini geliştirdiğini ve özgüvenlerini artırdığını ortaya koymuştur. Duatepe ve Akkuş (2006), kümeler alt öğrenme alanında gerçekleştirdikleri uygulamada, yaratıcı dramanın matematiksel kavramların anlamlandırılmasında etkili bir yöntem olduğunu göstermişlerdir. Benzer şekilde, Ersoy ve Türker Biber (2020), kesirler konusunda yapılan drama temelli uygulamaların öğrencilerin konuya yönelik tutumlarını olumlu yönde etkilediğini ve kavramsal anlamayı kolaylaştırdığını belirtmiştir. Aktepe ve Bulut (2014), yaratıcı drama destekli matematik öğretiminin öğrenci başarısı üzerindeki etkisini araştırdıkları çalışmalarında, bu yöntemin akademik başarıda anlamlı bir artış sağladığını ve öğrencilerin derse olan ilgisini güçlendirdiğini rapor etmiştir. Ayrıca, Soner (2005) ve Sözer (2006), drama yönteminin kesirlerde toplama işlemi, uzunluk ve çevre hesaplamaları gibi alt öğrenme alanlarında başarıyı ve öğrenmenin

kalıcılığını artırdığını ortaya koymuştur. Duatepe-Paksu ve Ubuz (2007) ise drama yönteminin geometri öğretiminde öğrencilerin başarılarını olumlu yönde etkilediğini ve özgüvenlerini geliştirdiğini belirtmiştir.

Öğrenci görüş ve deneyimleri, drama yönteminin etkisini değerlendirmede önemli bir rol oynamaktadır. Lee vd. (2015), drama etkinliklerinin öğrencilerin matematik dersine yönelik olumlu tutumlar geliştirdiğini, sosyal becerilerini güçlendirdiğini ve grup içinde işbirliği yapma yeteneklerini artırdığını ifade etmiştir. Heathcote ve Bolton (1995), drama yönteminin öğrencilerin farklı perspektiflerden düşünme yeteneğini desteklediğini ve öğrenme sürecinde duygusal bağ kurmalarını sağladığını vurgulamıştır. Türkiye’de yapılan çalışmalarda da benzer bulgular elde edilmiştir. Örneğin, Adıgüzel (2013), yaratıcı dramanın öğrenme sürecinde bireyin duyuşsal ve devinişsel alanlarını harekete geçirerek öğrenmeyi daha kalıcı hale getirdiğini belirtmiştir. Ancak, drama yönteminin uygulanmasında öğretmenlerin rolü ve teknik bilgi düzeyleri de kritik bir öneme sahiptir. Duran ve Toptaş (2022), sınıf öğretmenlerinin yaratıcı drama hakkında olumlu görüşlere sahip olduğunu, ancak uygulamada bazı teknik bilgi eksikliklerinin bulunduğunu rapor etmiştir. Bu durum, drama yönteminin etkili bir şekilde uygulanabilmesi için öğretmen eğitimine daha fazla önem verilmesi gerektiğini göstermektedir.

Çalışmanın Önemi

Literatürde, drama yönteminin matematik öğretiminde kullanımına ilişkin çalışmalar bulunmakla birlikte, özellikle ortaokul seviyesinde öğrencilerin zorlandığı konulara odaklanan ve öğrenci görüş ve deneyimlerini merkeze alan çalışmalar sınırlıdır (Catterall, 2007; Kayhan, 2012). Bu bağlamda, drama yönteminin ortaokul matematik dersinde zorlanılan konuların öğretiminde sağladığı yararların öğrenci perspektifinden incelenmesi, literatürdeki bu boşluğu doldurmak açısından önemlidir. Mevcut çalışma, drama yönteminin matematik öğretimindeki etkisini daha iyi anlamayı ve bu yöntemin eğitim programlarına entegrasyonunu teşvik etmeyi hedeflemektedir.

Yöntem

Araştırma Modeli

Bu çalışmada nitel araştırma desenlerinden vaka çalışması tercih edilmiştir (Patton, 2002). Vaka çalışması, tekil ya da birden fazla olguyu oluşturan unsurların ayrıntılı biçimde betimlenmesi, açıklanması ve değerlendirilmesi amacıyla kullanılan bir yöntemdir (Büyüköztürk vd., 2017). Bu çalışma, bireylerin ortak yaşantıları nasıl kavradıklarını ve bu yaşantılara ne tür anlamlar yüklediklerini temellendirmeyi hedeflemektedir (Creswell, 2007; Yıldırım & Şimşek, 2011).

Çalışma Grubu

Araştırmamanın çalışma grubunu, 2024-2025 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde İstanbul'daki bir devlet okulunda öğrenim gören 8. Sınıf öğrencileri arasından seçilen toplam 20 öğrenci oluşturmaktadır. Öğrenciler gönüllülük esasına göre belirlenmiştir.

Veri Toplama Aracı ve Verilerin Toplanma Süreci

Bu araştırmada veri toplama aracı olarak yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Görüşme formu, öğrencilerin drama yöntemiyle işlenen matematik dersine ilişkin görüş ve deneyimlerini derinlemesine ortaya koymak amacıyla hazırlanmıştır. Formda, öğrencilerin drama tekniğiyle öğrenme süreçlerine katılımı, yöntemin matematik başarılarına ve tutumlarına katkısı, yöntemin güçlü ve geliştirilmesi gereken yönleri ile derse yönelik önerilerini belirlemeye yönelik sorular yer almaktadır.

Veri toplama süreci, drama yöntemiyle gerçekleştirilen ders uygulamasının ardından yürütülmüştür. Araştırmacı, öğrencilerle yüz yüze görüşmeler yapmış ve bu görüşmeleri yarı yapılandırılmış form doğrultusunda gerçekleştirmiştir. Görüşme sürecinde öğrencilerin düşüncelerini özgürce ifade edebilmeleri için rahat bir ortam sağlanmış; katılımcı gizliliğini korumak amacıyla her öğrenciye Ö1, Ö2, Ö3... şeklinde kodlar atanmıştır. Veri toplama süreci, araştırmamanın etik kuralları çerçevesinde titizlikle yürütülmüş ve öğrencilerin gönüllü katılımına dayalı olarak gerçekleştirilmiştir.

Çalışmada, öğrencilerin drama yöntemiyle işlenen matematik dersine yönelik görüş ve deneyimlerini belirlemek amacıyla hazırlanan görüşme soruları aşağıda sunulmuştur:

1. Daha önce herhangi bir matematik dersinde drama tekniği kullanılarak işlenen bir konuya katıldınız mı? Katıldıysanız, bu dersin nasıl geçtiğini anlatabilir misiniz?
2. Drama tekniğinin matematik öğrenimine katkı sağladığını düşünüyor musunuz? Düşünüyorsanız, bu tekniğin sağladığı faydaları detaylandırabilir misiniz?
3. Gerçekleştirilen drama etkinlikleriyle yapılan öğretimde beğendiğiniz ve olumlu bulduğunuz yönler nelerdir?
4. Drama tekniğiyle yapılan öğretimde zorlandığınız ya da konuyu anlamada eksik kaldığınızı düşündüğünüz noktalar oldu mu? Olduysa, bunlar nelerdir?
5. Dersin daha etkili ve anlaşılır olması için öğretim sürecine dair önerileriniz veya tavsiyeleriniz nelerdir? Nasıl bir ders anlatımı tercih ederdiniz?

Verilerin Analizi

Araştırmmanın verileri yarı yapılandırılmış görüşme soruları aracılığıyla elde edilmiştir. Elde edilen veriler, betimsel analiz yaklaşımına uygun olarak çözümlenmiştir. Betimsel analizde, farklı araştırma teknikleriyle toplanan veriler mantıklı bir çerçevede düzenlenir, açık bir biçimde yorumlanır ve değerlendirilir. Görüşülen bireylerin düşüncelerini daha etkili biçimde aktarmak amacıyla çoğu zaman doğrudan alıntılara yer verilir (Görgülü Arı & Hayır Kanat, 2020). Bu doğrultuda, çalışmada Sanal Nitel Araştırma'ya ilişkin etik ilkeler ve standartlar gözetilmiştir. Drama yöntemiyle işlenen dersin ardından, öğrencilere yönelik görüşme soruları yüz yüze uygulanarak veri toplanmıştır. Bulguların sunumunda, öğrencilerin görüşme sorularına verdikleri yanıtlar doğrudan betimlenmiş ve çalışmanın amacına uygun şekilde sınıflandırılarak açıklanmıştır. Öğrencilerin ifadelerini daha açık biçimde yansıtmak amacıyla gerekli yerlerde doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Böylece drama yöntemiyle işlenen dersin öğrencilerin matematik öğrenme süreçlerine yansımaları, görüşler üzerinden somut biçimde ortaya konmuştur.

Çalışmanın geçerliliğini ve güvenilirliğini sağlamak amacıyla iki saha eğitimi uzmanının görüşleri alınmış ve böylece içerik geçerliliği oluşturulmuştur. Güvenilirliği belirlemek için ise Miles & Huberman'ın (1994) geliştirdiği “Consensus / (Consensus + Disagreement) x 100” formülü kullanılmış; yapılan hesaplama sonucunda güvenilirlik oranı %92 olarak belirlenmiştir.

Bulgular

Öğrencilerin görüşme sorularına vermiş oldukları yanıtlara ait frekans ve yüzde değerleri ile öğrenci yanıtları aşağıda sırasıyla yer almaktadır.

Tablo 1. Öğrencilerin daha önce herhangi bir matematik dersinde drama tekniğiyle öğretim yapıp yapılmadığına ilişkin görüşleri

Görüş	Frekans (f)	Yüzde (%)
Evet	2	10
Hayır	18	90

8. sınıf öğrencilerinden yalnızca %10'u daha önce drama yöntemiyle ders işlediklerini ifade etmiştir. Bu da yöntemin öğretim ortamlarında hâlâ yaygınlaşmadığını göstermektedir. Öğrencilerin %90 gibi büyük bir bölümü ise drama yöntemini ilk kez bu derste deneyimlediklerini ifade etmiştir.

Yönerge kapsamında öğrencilerin yanıtlarını içeren alıntılar aşağıda sunulmuştur.

Ö1: “Evet, daha önce matematik dersinde drama yöntemiyle bir etkinlik yapmıştık. Cebirsel ifadeler konusunu işlerken bakkalcılık oyunu oynamış ve terimleri günlük yaşamla ilişkilendirerek öğrenmiştik. Bu etkinlik hem eğlenceli hem de konuyu anlamamı kolaylaştırıcı bir deneyim olmuştur.”

Ö5: “Evet, drama yöntemini geçmişte de kullanmıştık. Altın oran konusunu işlerken çeşitli canlandırmalar yapmıştık ve bu süreç oldukça eğlenceli geçmişti. Bu yöntem, konunun akılda kalmasını sağladığı için hoşuma gitmişti.”

Ö10: “Hayır, daha önce hiç drama yöntemiyle ders işlemedim. Ancak keşke daha önce karşılaşılsaydım, çünkü bugün yaşadığım deneyim çok ilgi çekiciydi ve öğrenmeme yardımcı oldu.”

Ö13: “Bugün drama yöntemini ilk kez gördüm. Daha önce böyle bir uygulamaya katılmamıştım ama gerçekten çok beğendim. Dersin daha eğlenceli ve anlaşılır olmasını sağladı.”

Tablo 2. 8.Sınıf öğrencilerinin drama tekniğinin matematik öğrenimine katkısı konusundaki görüşleri

Görüş	Frekans (f)	Yüzde (%)
Evet, faydalı oldu	19	95
Hayır, faydası olmadı	1	5

Öğrencilerin büyük çoğunluğu (%95, $f=19$) drama yönteminin derste kendilerine fayda sağladığını ifade etmiştir. Buna karşılık yalnızca bir öğrenci (%5) drama yönteminin kendisine fayda sağlamadığını belirtmiştir. Bu oran oldukça düşüktür.

Yönerge kapsamında öğrencilerin yanıtlarını içeren alıntılar aşağıda sunulmuştur.

Ö2: “Evet, drama yöntemi benim için oldukça faydalı oldu. Çünkü bu yöntem hem akılda kalıcı hem de öğrenmeyi destekleyici bir özellik taşıyor. Normalde sıkıcı bulduğum matematik derslerini bu sayede daha eğlenceli ve keyifli bir şekilde öğrendim.”

Ö7: “Drama yönteminin kesinlikle faydalı olduğunu düşünüyorum. Bir konuyu sadece dinlemek yerine canlandırarak ve görselleştirerek öğrenmek, bilgilerin zihnimde daha kalıcı olmasını sağladı.”

Ö11: “Benim için drama yöntemi konuyu biraz daha zor hâle getirdi. Çünkü alıştığım öğrenme yönteminden farklıydı ve kendimi sürecin içinde ifade etmekte zorlandım. Bu yüzden konuyu anlamamı başlangıçta biraz güçleştirdi.”

Tablo 3. 8. Sınıf Öğrencilerinin Drama Temelli Matematik Öğretimine Yönelik Olumlu ve Olumsuz Geri Bildirimleri

Görüş	Frekans (f)	Yüzde (%)
Olumlu	20	100
Olumsuz	0	0

Öğrencilerin drama yöntemine ilişkin tamamen olumlu görüş bildirdikleri görülmektedir. Tüm öğrenciler (%100, $f=20$) yöntemin ders sürecine katkıda bulunduğunu düşünmektedir.

Yönerge kapsamında öğrencilerin yanıtlarını içeren alıntılar aşağıda sunulmuştur.

Ö4: “Bu yöntemin en faydalı yönü, konunun akılda kalıcılığını artırması oldu. Ders sırasında hem eğlendik hem de öğrendik, bu da matematik gibi çoğu zaman zorlayıcı olabilen bir dersi daha keyifli hâle getirdi.”

Ö9: “Normalde anlamakta zorlandığım bu konuyu, drama etkinliğinde somut nesneler kullanıldığı için çok daha rahat kavradım. Etkinlik hem zevkli hem de eğlenceliydi.”

Tablo 4. 8. Sınıf Öğrencilerinin Drama Yöntemindeki Zorluklara İlişkin Görüşleri

Görüş	Frekans (f)	Yüzde (%)
Evet	1	5
Hayır	19	95

Öğrencilerin büyük çoğunluğu (%90, $f=19$) drama yöntemini kullanırken herhangi bir zorluk yaşamadıklarını belirtmiştir. Buna karşılık yalnızca bir öğrenci (%5) farklı görüş bildirmiştir.

Yönerge kapsamında öğrencilerin yanıtlarını içeren alıntılar aşağıda sunulmuştur.

Ö15: “Drama etkinliği sırasında benim için eksik kalan ya da zorlayıcı olan herhangi bir durum olmadı. Aksine, süreci oldukça eğlenceli buldum ve bu sayede hem öğrendim hem de konu hakkında yeni bilgiler edindim. Tüm derslerimizin bu yöntemle yürütülmesi hâlinde başarımın daha da artabileceğini düşünüyorum.”

Ö16: “Drama yöntemiyle işlenen derste öğretim sürecinde eksik gördüğüm ya da beni zorlayan herhangi bir şey olmadı. Konuyu önceki derslere göre çok daha iyi anladım.”

Ö11: “Drama ile anlatım genel olarak faydalı olsa da ben bazı kısımlarda zorlandım. Alışık olduğum yöntemlerden farklı olduğu için uyum sağlamakta başlangıçta güçlük çektim. Süreç ilerledikçe daha rahat olsam da ilk aşamada konuyu anlamam biraz zaman aldı.”

Tablo 5. 8.sınıf öğrencilerinin öğretim Sürecine Yönelik Önerileri

Görüş	Frekans (f)	Yüzde (%)
Olumlu	19	95
Olumsuz	1	5

Öğrencilerinin öğretim sürecine yönelik önerilerinin büyük çoğunlukla olumlu yönde olduğu görülmektedir. Öğrencilerin %95'i (f=19) drama yönteminin matematik öğretiminde kullanılmasını destekleyici önerilerde bulunmuştur. Buna karşılık yalnızca bir öğrenci (%5) olumsuz bir görüş bildirmiştir. Bu oran oldukça düşüktür.

Yönerge kapsamında öğrencilerin yanıtlarını içeren alıntılar aşağıda sunulmuştur.

Ö3: *“Bu yöntemin sadece bu konuya değil, diğer matematik konularına da uygulanmasını çok isterim. Çünkü drama yöntemi sayesinde normalde anlamakta zorlandığım konuların bile daha kolay ve akılda kalıcı hâle geldiğini fark ettim.”*

Ö20: *“Drama etkinliğine başlamadan önce konunun kısa bir tekrarla hatırlatılması, ardından etkinliğin amacı ve nasıl uygulanacağını açıklanması bence çok etkili oldu. Öğretmenimizin bu sıralamayla dersi işlemesi hem eğlenceli hem de daha öğretici oldu. Ne yaptığımı ve neden yaptığımı bilmek öğrenme sürecimi daha verimli hâle getirdi.”*

Ö11: *“Derse ve etkinliğe genel olarak olumlu baksam da anlatımın bazı yerlerde daha akıcı olabileceğini düşünüyorum.”*

Tartışma ve Sonuç

Çalışmada, 8. sınıf öğrencilerinin drama yöntemiyle işlenen matematik dersine ilişkin görüşleri incelenmiş ve yöntemin öğrenme sürecine katkıları betimsel analiz yoluyla ortaya konmuştur. Elde edilen sonuçlar, drama yönteminin matematik öğretiminde önemli bir potansiyele sahip olduğunu göstermektedir.

Çalışmanın bulguları, öğrencilerin büyük çoğunluğunun drama yöntemini daha önce deneyimlemediğini; ancak yöntemi deneyimledikten sonra matematik öğrenimine anlamlı katkılar sağladığını düşündüklerini ortaya koymuştur. Öğrencilerin %95'inin drama tekniğinin faydalı olduğunu belirtmesi, yöntemin öğrenmeyi destekleyici bir araç olarak etkili şekilde işlediğini göstermektedir. Öğrencilerin ifadeleri, drama etkinliklerinin derse yönelik motivasyonlarını artırdığını, kavramları daha somut hâle getirdiğini ve öğrenme sürecini daha eğlenceli bir yapıya kavuşturduğunu göstermektedir. Bu bulgular, Bal İncebacak vd. (2017) çalışmasıyla da örtüşmektedir. Söz konusu araştırmada öğrencilerin drama yönteminden hoşlandıkları ve bu yöntemin eğitim ortamlarında kullanılmaya değer, etkili bir yaklaşım olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca yapılan çalışmalarda yaratıcı dramının öğrencilerin sosyal gelişimlerini destekleyen önemli bir yöntem olduğunu da göstermektedir (Akın, 1993; Elksnin ve Elksnin 1995; Kaf, 1999; Uysal, 1996). Buna paralel olarak Gönen ve Dalkılıç (1998), Kavcar (1985) ile O'Neill ve Lambert (1995) de dramının sosyal bir süreç niteliği

taşıdığını vurgulayarak, drama etkinliklerinin grup ve küme çalışmasını teşvik ettiğini ve bu süreçlerin öğrencilerin sosyal becerilerinin gelişimine katkı sağladığını ifade etmektedir.

Öğrencilerin büyük çoğunluğu drama yöntemiyle gerçekleştirilen öğrenme sürecinde herhangi bir zorluk yaşamadıklarını ifade etmiştir. Yöntemin yaparak-yaşayarak öğrenme yaklaşımını desteklemesi, öğrencilerin derse aktif katılımını sağlamış ve buna bağlı olarak öğrenmenin kalıcılığını arttırmıştır. Öztürk vd. (2016) çalışmasında, yaratıcı drama temelli süreçlerin sınıf atmosferini daha canlı, etkileşimli ve destekleyici bir öğrenme ortamına dönüştürdüğünü ortaya koymuştur. Ancak, bir öğrenci drama yönteminin başlangıçta kısa bir uyum süreci gerektirebileceğini ifade etmiştir. Nitekim alanyazında da bazı öğrencilerin drama etkinliklerine ilk etapta çekingen yaklaştığını bildiren çalışmalar bulunmaktadır (Bal İncebacak vd, 2017).

Öğrencilerin öğretim sürecine yönelik önerilerinin çoğunlukla olumlu yönde olduğu görülmüştür. Öğrenciler, drama yönteminin diğer matematik konularında da kullanılmasını talep etmiş ve etkinlik öncesi konu tekrarının yapılmasının süreci desteklediğini belirtmiştir. Bu bulgular, drama yönteminin yalnızca belirli matematik konularıyla sınırlı kalmayıp geniş içeriklere uygulanabileceğini işaret etmektedir. Aynı zamanda drama etkinliklerinin planlı, amaçlı ve uygun öğretim stratejileriyle desteklendiğinde öğretim sürecinin niteliğini artırdığı sonucunu ortaya koymaktadır.

Bu çalışma drama yönteminin matematik öğretiminde öğrencilerin motivasyonunu artıran, konuları somutlaştırarak kavramayı kolaylaştıran ve öğrenmeyi daha eğlenceli hâle getiren etkili bir yöntem olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin olumlu tutumları ve yönetime yönelik destekleyici önerileri, drama temelli öğretimin matematik derslerinde daha geniş bir kullanım alanı bulabileceğine işaret etmektedir. Öğrencilerin drama etkinliklerini eğlenceli ve öğretici bulduğu göz önünde bulundurulduğunda, yöntemin farklı matematik konularında da uygulanması öğrenme sürecinin niteliğini artıracaktır. Drama etkinliklerinin kalıcı öğrenme, problem çözme becerileri ve tutum üzerindeki uzun dönemli etkilerini ortaya koyacak boylamsal çalışmaların yapılabilir.

Kaynaklar

- Adıgüzel, Ö. (2013). Eğitimde yaratıcı drama. Pegem Akademi.
- Akın, M. (1993). *Farklı sosyo ekonomik düzeylerdeki ilkökul 3. sınıf öğrencilerinin sosyalleşme düzeylerine yaratıcı drama eğitiminin etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Aktepe, V., & Bulut, A. (2014). Yaratıcı drama destekli matematik öğretiminin öğrenci başarısına etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 39(176), 183-196.
- Akyazı, E., & Kaplan, A. (2018). Eğitimde yaratıcı drama ve etkileri. *Eğitim ve Bilim*, 43(195), 45-62.
- Anderson, C. (2005). Creative drama in the classroom and beyond. Pearson Education.
- Bal İncebacak, B., Sarışan Tungaç, A. & Yaman, S. (2017). Yaratıcı Drama ile Öğretim Uygulamasına Yönelik Öğrenci Görüşleri. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(1), 214-248.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. & Demirel, F. (2017). Bilimsel Araştırma Yöntemleri (23. Baskı). Ankara: Pegem Yayınları.
- Catterall, J. S. (2007). Enhancing peer conflict resolution skills through drama: An experimental study. *Research in Drama Education: The Journal of Applied Theatre and Performance*, 12(2), 163-178.
- Creswell, J. W. (2007). Qualitative Inquiry And Research Design: Choosing Among Five Approaches (2nd ed.). Thousand Oaks: Sage Publications.
- Devecioğlu, Y., & Akdeniz, A. R. (2005). Eğitimde değişim ve yenilikçi yaklaşımlar. *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 5(20), 12-20.
- Duatepe, A., & Akkuş, Ö. (2006). Yaratıcı drama ile kümeler konusunun öğretimi. *Eğitim ve Bilim*, 31(140), 45-53.
- Duatepe-Paksu, A., & Ubuz, B. (2009). Effects of drama-based instruction on students' achievement in geometry. *Journal of Mathematics Education*, 2(1), 45-62.
- Duran, M., & Toptaş, V. (2022). Sınıf öğretmenlerinin yaratıcı drama yöntemine ilişkin görüşleri. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 11(2), 123-135.
- Elksnin, L. K. & Elksnin, N. (1995). *Assessment and Instruction of social skills* (Second Edition). London: Singular Publishing Group.
- Erdoğan, S. (2006). Yaratıcı drama ile matematik öğretimi. *Eğitim ve Bilim*, 31(141), 67-74.
- Ersoy, E., & Türker Biber, B. (2020). Kesirler konusunda yaratıcı drama yönteminin etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 45(202), 89-104.
- Fleming, M., Merrells, C., & Shun, L. (2004). The impact of drama on pupils' learning in mathematics. *Research in Drama Education: The Journal of Applied Theatre and Performance*, 9(2), 189-202.
- Gönen, M. & Dalkılıç, N. U. (1998). *Çocuk eğitiminde drama: yöntem ve uygulamalar*, İstanbul: Epsilon Yayıncılık.

- Görgülü, Arı, A. & Hayır Kanat, M. (2020). Covid-19 (koronavirüs) üzerine öğretmen adaylarının görüşleri. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, Salgın Hastalıklar Özel Sayısı, 459492.
- Heathcote, D., & Bolton, G. (1995). Drama for learning: Dorothy Heathcote's mantle of the expert approach to education. Heinemann.
- Kaf, Ö. (1999). *Hayat bilgisi dersinde bazı sosyal becerilerin kazandırılmasında yaratıcı drama yönteminin etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi. Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Kavcar, C. (1985). Örgün eğitimde dramatizasyon. *Eğitim ve Bilim*, 56, 32-41.
- Kayhan, H. (2012). Eğitimde yaratıcı drama uygulamaları. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 1(3), 112-120.
- Koç, Y., & Dikici, A. (2003). Yaratıcı drama ve eğitimde kullanımı. *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 3(12), 45-53.
- Lee, B. K., Patall, E. A., Cawthon, S. W., & Steingut, R. R. (2015). The effect of drama-based pedagogy on preK-16 outcomes: A meta-analysis of research from 1985 to 2012. *Review of Educational Research*, 85(1), 3-49.
- McCaslin, N. (2006). Creative drama in the classroom and beyond (8th ed.). Longman.
- MEB. (2006). İlköğretim fen ve teknoloji dersi öğretim programı. Milli Eğitim Bakanlığı.
- MEB. (2015). Ortaokul matematik dersi öğretim programı. Milli Eğitim Bakanlığı.
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). Qualitative Data Analysis. Thousand Oaks, Sage Publication.
- O'Neill, C. & Lambert, A. (1995). *Drama structures: A practical handbook for teachers*, London: Hutchinson.
- Ömeroğlu, E., Büyüköztürk, Ş., & Aydoğan, Y. (1999). Yaratıcı drama ve çocuk gelişimi. *Çocuk Gelişimi ve Eğitimi Dergisi*, 1(2), 34-42.
- Özsoy, N., & Yüksel, A. (2007). Matematik öğretiminde yaratıcı drama. *Eğitim ve Bilim*, 32(145), 56-65.
- Öztürk, M., Akkan, Y., Kaplan, A. & Oktay, E. (2016). Drama yöntemiyle toplama işlemi: İlkokul birinci sınıf öğrencilerinden yansımalar. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 24(1), 183-202.
- Patton M. (2002). Qualitative Evaluation and Research Methods, 1990 (2nd editon) Newbury Park Sage.
- Saçkes, M., Trundle, K. C., & Flevares, L. M. (2009). Using drama to enhance young children's understanding of mathematical concepts. *Early Childhood Education Journal*, 37(2), 121-129.
- San, İ. (1996). Yaratıcı drama ve eğitim. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 29(1), 23-34.
- Soner, Ö. (2005). Matematik öğretiminde yaratıcı drama kullanımının etkisi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

- Sözer, E. (2006). Yaratıcı drama yöntemi ile uzunluk ve çevre hesaplamalarının öğretimi. *Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 6(22), 78-86.
- Uysal, F. N. (1996). *Anaokuluna giden 5-6 yaş grubu çocuklarda yaratıcı drama çalışmalarının sosyal gelişim alanına olan etkisinin incelenmesi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Wagner, B. J. (1998). Educational drama and language arts: What research shows. Heinemann.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri [Qualitative research Methods In The Social Sciences]. İstanbul: Seçkin Yayınları.
- Yıldızlar, M. (2012). Eğitimde yaratıcı düşünme ve problem çözme. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 1(4), 89-97.



MinecraftEdu ile Matematik Macerası: 9. Sınıf Kümeler Konusunu İçeren Minecraft Dünyası Tasarımı

“=====”

Burak GÜNER¹

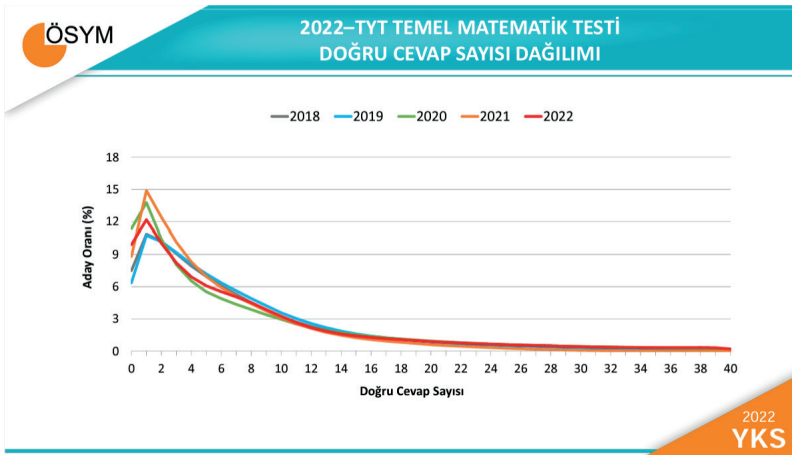
Bekir FAZLI²

¹ Öğrenci, İstanbul Aydın Üniversitesi, burakyok2007@gmail.com,
0009-0006-2725-5961

² Uzman Öğretmen, İstanbul Başakşehir İlçe MEM, bekirfazli@gmail.com,
0000-0002-1811-6314

Giriş

Farkında olmasak da hayatımızın her alanında yer alan matematik, günlük hayatta karşılaştığımız çeşitli sorunlara yönelik mantıksal ve yaratıcı çözümlerin üretebilmesini sağlayan üst düzey muhakeme yetenekleri kazandırmaktadır. Bu anlamda insanların minimum düzeyde de olsa matematik bilgisine sahip olması gerekmektedir (Kırmızıgül, 2021; Doruk ve Kaplan, 2013). Matematik, bireyin düşünme yeteneğini geliştirmesi ve olaylardan çıkardığı anlamları kendi bakış açısına uygun bir şekilde düzenleme becerisi kazandırması bakımından temel eğitimde önemli bir role sahiptir. İlkokuldan yükseköğretime kadar tüm öğrenim seviyelerinde önemli ve kaçınılmaz bir ders olmasına rağmen, genellikle öğrencilerin kaygıyla karşıladığı ve ulusal ile uluslararası sınav sonuçlarına göre birçok öğrencinin başarı sağlamakta zorlandığı bir ders olarak kabul edilmektedir (Aydın ve Doğan, 2012). Üniversiteye giriş sınavlarının sonuçları incelendiğinde; 2018 yılında yapılan YGS’de 40 sorudan oluşan temel matematik sınavı ortalamasının 6,9 olduğu, 2019 yılındaki ortalamanın 5,6 olduğu, 2020 yılındaki ortalamanın 5,5 olduğu ve 2021 yılındaki ortalamanın 5,12 olduğu, 2022 yılındaki ortalamanın 6,9 olduğu görülmektedir (ÖSYM, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022).



Şekil 1. TYT Temel Matematik Testi Doğru Cevap Sayısı Dağılımı (ÖSYM, 2022)

Son 5 yılın TYT Temel Matematik testi ortalamaları ve doğru cevap sayısı dağılımı incelendiğinde matematik başarısızlığının sürekli bir şekilde devam ettiği görülmektedir. Birçok öğrencinin zorlandığı ve başarısız olduğu matematiğin farklı yöntemlerle öğretilmesi önemli görülmektedir ki eğlenceli oyunlar ile matematiğin öğretilmesi bu yöntemlerden biridir (Widyasari vd., 2019). Teknolojinin gelişmesi ile eğitimde dijital oyunların kullanımı yaygınlaşmıştır. Dijital oyunlar, öğrencilerin bilişsel yeteneklerini güçlendirirken aynı zamanda akıl yürütme, hafıza stratejileri ve el-göz koordinasyonunu geliştirmelerine yardımcı olur. Hostetter’a göre (2002), bu

oyunlar sınıfta öğrenmeyi desteklemenin yanı sıra eğlence amaçlı kullanılan değerli araçlardır. Ayrıca Günbaş ve Öztürk'e (2022) göre, dijital oyunlar öğrencilerin aktif katılımını teşvik eder, sanal deneyimler öğrenmeyi artırır ve eğlenmelerini sağlar, yeni beceriler kazandırır. Matematik eğitiminde dijital oyunların kullanılması öğrencilerin motivasyonunu artırırken dijital oyunların matematiği anlamaya yönelik olumlu katkıları olduğu söylenebilir (Poçan, 2023).

Bu dijital oyunlardan bir tanesi de Minecrafter Eğitim Sürümü (Minecraft Education Edition/Minecraft EDU)'dür. Oyun temelli öğrenme modelini esas alan ve bünyesinde geniş bir akademik konu yelpazesi barındıran, açık dünya formatında tasarlanmış bir eğitsel oyundur. Minecraft: Education Edition sürümünde diğer oyunların aksine amaç oyun değil oyun ile öğrenmektir. Oyun Markus Persson tarafından Java altyapısı ile ilk kez 2009 Mayıs ayında halka açılmıştır fakat bütün olarak 2011 Kasım ayında piyasaya sürülmüştür. The Atlantic, 2014'te 100 milyon kayıtlı oyuncuyla Amerika'daki en popüler oyunlardan birisi olduğunu yazmıştır (Noelene Callaghan, 2016).

Minecraft oyununun eğitimde kullanılmasına dair çeşitli araştırmalar bulunmaktadır. Hill'in (2015) çalışması, öğrencilerin bilgi okuryazarlığı becerilerinin geliştiğini göstermiştir. Cipollone, Schifter ve Moffat (2014) ise lise öğrencilerinin yaratıcılıklarını sergileyebilme imkanları sunduğunu belirtmiştir. Diaz, Saorin, Carrera ve Cantero (2020) tarafından yapılan çalışma, Minecraft'ın yaratıcılığı geliştirdiğini ortaya koymuştur. Zhu ve Huen'un (2017) Çin tarihi öğretimi üzerine araştırması, tarih eğitiminde öğrenci motivasyonunu artırdığını göstermiştir. Sarıçam'ın (2019) çalışması, Minecraft EDU'nun öğrencilerin STEM alanlarına ilgilerini ve bilimsel yaratıcılık düzeylerini artırdığını belirtmektedir. Kutay ve Öner'in (2022) araştırması, Minecraft tabanlı kodlama uygulamalarının öğrencilerin bilgi işlemsel düşünme becerilerini geliştirdiğini göstermiştir. Andrade, Poplin ve Sena'nın (2020) araştırması, Minecraft'ın demokratik olmayı ve sivil katılımı teşvik ettiğini vurgulamıştır. Fauzan, Shminan ve Binit'in (2018) çalışması, katılımcıların yüksek dikkat gösterdiğini ve karar verme düzeylerinde ilerleme olduğunu göstermiştir. Lux ve arkadaşlarının (2019) yaptığı çalışma ise 27 ortaöğretim öğrencisiyle mekânsal becerilerde gelişme olduğunu tespit etmiştir (Akt. Acar, 2023).

Literatür incelendiğinde Minecraft ve onun eğitim sürümü olan Minecraft Edu'nun disiplinler arası bir araç olarak kullanıldığı görülmektedir. İlgili araştırmaların özellikle İngilizce eğitimi (Smolčec, Smolčec ve Stevens, 2014; Uusi-Mäkelä, 2015; Lyngstad, 2017; Egbert ve Borysenko, 2019), okuma becerilerinin desteklenmesi (Cipollone, Schiffer ve Moffet, 2014; Jiménez-Porta ve Díez-Martínez, 2018; Wilson ve Rennie, 2019), STEAM uygulamaları (Niemeyer ve Gerber, 2015; Lane ve diğerleri, 2017; Sarıçam, 2019), fen bilimleri öğretimi (Short, 2012; Dias ve Rosalen, 2014; Dezuanni, O'Mara ve

Beavis, 2015; Pusey ve Pusey, 2016), mühendislik öğretimi (Shaw, La, Phillips ve Reilly, 2014; Schafer, 2017) alanlarında yoğunlaştığı dikkati çekmektedir (Akt. Aktaş-Kumral ve Emre Çam, 2023).

Bu çalışmaların yanında matematik eğitimi alanında da farklı çalışmalar (Ekinci, 2023; Bos, Wilder, Cook ve O'Donnell, 2014; Hultstrand, 2015) yapılmıştır. Baek, Min ve Yun'un (2020) çalışmasında ise eğitimde Minecraft oyununun kullanımına odaklanan 28 araştırma incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre, Minecraft oyununun oyun tabanlı öğrenme ve öğretme potansiyeline sahip olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin, özellikle fen, matematik ve dil derslerinde motive oldukları ve bu süreçte bilgi ve beceri kazandıkları tespit edilmiştir

Tüm bu araştırmalar ışığında matematik öğretiminde Minecraft oyununun kullanılması öğrenci motivasyonunu artıracak ve buna bağlı olarak matematik başarısının yükseleceği söylenebilir. Literatürde yer alan çalışmalar matematik eğitiminde lise düzeyinde yeterli çalışmaya rastlanmamıştır. Bu kapsamda TÜBİTAK 2204-A Lise Öğrencileri Araştırma Projeleri Yarışması ile bu proje geliştirilmiştir. Projede Minecraft Edu oyununun matematik öğretiminde kullanılmasına yönelik özgün bir çalışmayı içermektedir. Bu anlamda bu projede matematik öğretimini içeren Minecraft Edu oyununda bir öğrenme ortamı tasarlanmıştır. Minecraft Edu içerisinde hazır öğrenme ortamı bulunsa da bu projede yeni bir öğrenme ortamı geliştirilmiş ve değerlendirilmesi yapılmıştır. Projemizin amacı, öğrencilerin matematik başarısını artırmak için bir Minecraft Edu oyun ortamı tasarlamak ve bu oyun ortamının değerlendirilmesini yapmaktır. Bu kapsamda projede ADDIE tasarım modeline göre geliştirilen Minecraft Edu oyununda tasarlanan matematik öğrenme ortamının;

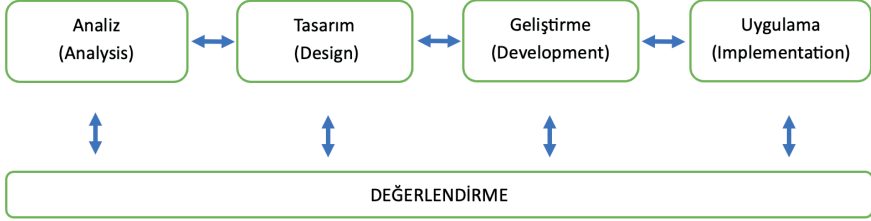
1. Analiz basamağında hangi adımlar izlenmiştir?
2. Tasarım basamağında hangi faaliyetler gerçekleştirilmiştir?
3. Geliştirme basamağında hangi faaliyetler gerçekleştirilmiştir?
4. Uygulama basamağında hangi faaliyetler gerçekleştirilmiştir?
5. Değerlendirme basamağında hangi faaliyetler gerçekleştirilmiştir?
6. Oyuna ilişkin öğrencilerin deneyim ve görüşleri nelerdir?

sorularına yanıtlar aranmıştır.

Yöntem

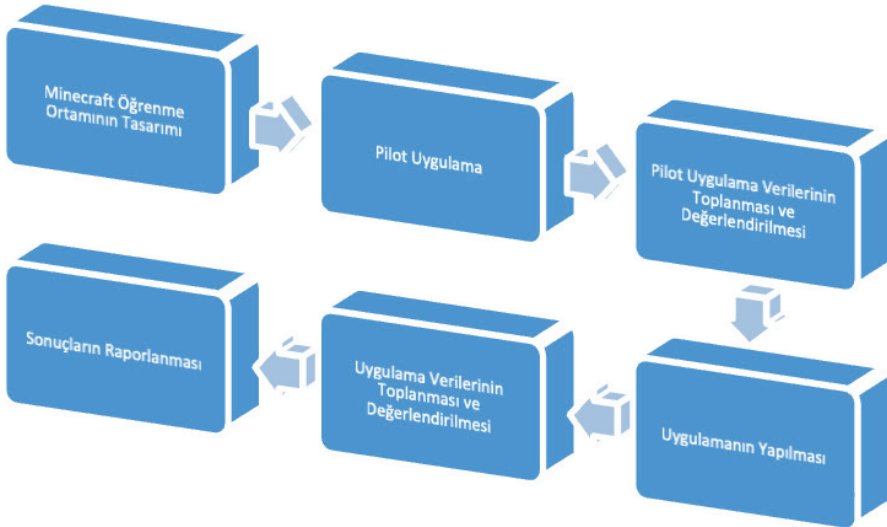
Bu projede, 9. Sınıf öğrencilerine yönelik ADDIE öğretim tasarımı modeline göre tasarlanan MinecraftEdu oyunu ile oluşturulan öğrenme ortamının öğrencilerin konuyu öğrenmeleri ve öğrenme ortamına yönelik görüşlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu doğrultuda araştırmada

tasarlanan öğrenme ortamının kapsamlı incelenebilmesi amacıyla çalışmada karma yöntem çalışması (Creswell, 2020) gerçekleştirilirken oyun tasarım aşaması tasarım tabanlı araştırma desenine göre öğretim tasarımı modellerinden ADDIE tasarım modeline göre desenlenmiştir. ADDIE tasarım modeli analiz, tasarım, geliştirme, uygulama ve değerlendirme olmak üzere beş aşamadan oluşan bir süreç içermektedir (Branch, 2016).



Şekil 1. Addie tasarım modeli aşamaları (Branch, 2016)

Projede tasarlanan oyun tabanlı öğrenme ortamını değerlendirmek amacıyla ön test son test, kontrol gruplu ve kontrol grupsuz yarı deneysel desenler kullanılmıştır. Aynı amaçla oyunu oynayan öğrencilerden görüş alınmıştır. Proje sürecinde nicel ve nitel veriler birlikte kullanıldığından karma yöntemin kullanılması uygun görülmüştür. Projenin işlem basamakları aşağıdaki şekildeki gibidir:

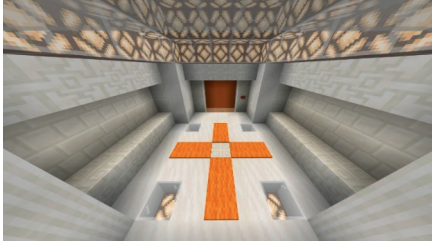


Şekil 2. Çalışma aşamaları.

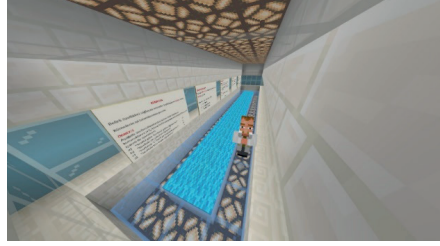
Minecraft Dünyasının İçeriği

MinecraftEdu ortamında 5 konu alanı olacak şekilde tasarım yapılmıştır. Oyuna giriş yapan öğrenci 1. konu içeriği ile karşılaşan öğrenci ders

notlarından çalışmasını tamamlayıp hazır olduktan sonra odada bulunan öğretmen karakterine gidip soru odalarına geçmektedir. Her soru odasında çoktan seçmeli bir soru olup öğrenci soruyu doğru cevaplırsa bir sonraki soruya, yanlış cevaplırsa bir önceki soruya geri dönmektedir. Bu şekilde tüm soruları doğru cevap veren öğrenci oyunu tamamlamış olur.



Şekil 2. Oyun başlangıcı



Şekil 3. Konu odası



Şekil 4. Soru odası



Şekil 5. Oyun sonu kutlama

Minecraft EDU oyunu ile tasarlanan matematik öğrenme ortamının geliştirilme süreci aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

İşlem Aşamaları	Yapılması gerekenler	Süreçte Yapılanlar	Veri toplama araçları
Analiz	- İhtiyaç analizi yapılır. - Problem tanımlanır. - Konu alanı ve hedef kitle belirlenir. - İş analizi yapılır.	- Matematik eğitiminde yenilikçi yaklaşımların kullanılmasına ihtiyaç duyulmuştur. - Matematik eğitiminde öğrenci başarısının ve motivasyonunun artırılmasına ihtiyaç olduğuna karar verilmiştir. - Hedef kitle, 13-15 yaşlarında bilgisayar kullanma becerisine sahip konuyu daha önce görmüş öğrenciler olarak belirlenmiştir. - Konu alanı olarak 9. Sınıf kümeler konusu olarak belirlenmiştir. - Problem çözümüne yönelik Dijital oyunlardan Minecraft EDU kullanılmasına karar verilmiştir. Buna göre bir planlama yapılmıştır.	

Tasarım	- Hedefler belirlenir. - Kaynaklar materyaller belirlenir. - Öğretimin planlaması yapılır - Ölçme araçları belirlenir/ geliştirilir.	- Hedefler belirlendi: 9.2.1. Kümelerde Temel Kavramlar Terimler ve Kavramlar 9.2.1.3. İki kümenin eşitliğini kullanarak işlemler yapar. - Ders kitapları, çevrimiçi eğitsel videolar gibi çeşitli kaynaklardan yararlanılmıştır. - Taslak oyun tasarlanmış, öğretmen ve öğrencilerden görüş alınmıştır. - Pilot uygulamada kullanılmak üzere Kümeler konusu açık uçlu başarı testi hazırlanmıştır.	Öğretmen Görüş Formu
Geliştirme	- Uzmanlarla iş birliği yapılır - Materyalin parçaları geliştirilir. - Planlama yapılır. - Pilot uygulama yapılır.	- Hazırlanan ders içerikleri ile Minecraft EDU bir araya getirildi. - Tasarlanan oyunun 10 öğrenci üzerinde pilot uygulaması yapıldı. - Pilot uygulama için 10 deney, 10 kontrol olarak toplamda 20 onuncu sınıf öğrenci belirlendi. Oyunun etkililiği ölçmek için bu gruplar üzerinde ön-son test kontrol gruplu yarı deneysel desen ile çalışma yapılmıştır. - Pilot çalışma sonrası değerlendirme yapılarak tasarlanan oyunun son hali verilmiştir.	Kümeler Konusu Açık Uçlu Başarı Testi
Uygulama	Uygulama yapılır.	12 dokuzuncu sınıf öğrencisi üzerinde uygulama yapılmıştır. - Öğrenci yorumları ve matematik başarılarının erişti düzeylerine ilişkin veriler toplandı.	- Kümeler Konusu Açık Çoktan Seçmeli Başarı Testi - Öğrenci Görüş Formu
Değerlendirme	- Uygulamanın süreci yorumlanır. - Ölçümler yapılır ve yorumlanır. - Tasarlanan materyal gözden geçirilir.	- Veriler değerlendirildi ve literatürle karşılaştırılma yapıldı. - Önerilerde bulunuldu. - Oyun yeniden incelenerek, yapılabilecek düzeltme ve geliştirilmeler planlandı.	

Çalışma Evreni/Grubu

Projenin çalışmanın katılımcıları pilot uygulama ve uygulama grubu olarak iki gruptan oluşmaktadır. Pilot uygulamanın çalışma grubunu İstanbul İli Başakşehir İlçesinde yer bir devlet okulunda öğrenimlerine devam eden 10. Sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Bir 10. sınıf şubesinde yer alan 10 öğrenci kontrol grubu, 10 öğrenci deney grubu olarak belirlenmiştir. Öğrenciler belirlenirken dışsal etkenleri ortadan kaldırmak amacıyla ünitelerinde kümeler konusu olmayan 10.sınıf öğrencileri seçilmiştir. Bu sayede kontrol grubuna herhangi bir küme öğretimi yapılmamış, deney grubuna ise sadece Minecraft oyunu oynatılmıştır. Öğrenciler belirlenirken gönüllük ilkesi

göz önüne alınmış olup deney grubundaki öğrenciler seçilirken de daha önce Minecraft oynayıp oynamamaları göz önüne alınmıştır. Projenin pilot uygulamasında toplamda 20 öğrenciye uygulanan ön test ve son testlerden elde edilen veriler ile analiz yapılmıştır. Projenin uygulaması ise yine aynı okulda yer alan 9.sınıf olan 12 öğrenci üzerinde yapılmıştır. Bu öğrenciler gönüllük ilkesine göre belirlenmiştir. Öğrencilere önce Kümeler Konusu Başarı Testi ön test olarak uygulanmış ardından öğrencilere hazırlanan minecraft oyunu oynatılmış ve sonrasında ön testte uygulanan test son test olarak uygulanmıştır. Çalışma grubuna ilişkin bilgiler Tablo 1. 'de verilmiştir.

Tablo 1. Çalışma Grubu

Gruplar	Pilot Uygulama	Uygulama
Deney Grubu	10	12
Sınıf Düzeyi	10. Sınıf	9. Sınıf
Kontrol Grubu	10	-
Sınıf Düzeyi	10. Sınıf	-
Toplam	20	12

Tablo 1 incelendiğinde pilot uygulama için 10. Sınıf 20 öğrenci belirlenmiş ve bu 20 öğrenci 10 kontrol, 10 deney grubu olarak ayrılmıştır. Uygulama aşamasında 9.sınıf 12 öğrencinin yer aldığı görülmektedir.

Veri Toplama Araçları

Kümeler Konusu Açık Uçlu Başarı Testi

Deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin kümeler konusundaki başarı düzeylerini belirlemek amacıyla 16 açık uçlu sorudan oluşan “Kümeler Konusu” hazırlanmıştır. Bu başarı testi 7 yıllık deneyime sahip danışman öğretmenimiz olan matematik öğretmenimizden yardım alınarak hazırlanmıştır. Herhangi bir uygulama yapılmayan kontrol grubuna uyguladığımız ön test puan ortalaması ($X=31,7$) ile son test puan ortalaması ($X=30,2$) arasında anlamlı bir fark olmadığından geliştirilen başarı testinin geçerli olduğu söylenebilir (Ek-1). Veri toplama aracı olarak geliştirdiğimiz bu başarı testi pilot uygulama aşamasında ön ve son test olarak uygulanmıştır. Pilot uygulama kullanımı sonrası testin Güvenirlik Katsayısı (KR 21) 0,846 olarak hesaplanmış. Bu anlamda kullanılan testin güvenilir ve geçerli olduğu söylenebilir.

Kümeler Konusu Çoktan Seçmeli Başarı Testi

Projenin uygulama aşamasında öğrencilere ön-son test olarak uygulanan Kümeler Konusu Akademik Başarı Testi” Tuğran (2015) tarafından geliştirilmiştir. Yapılan bu test ADDIE tasarımının değerlendirme aşamasını yapmak amacıyla kullanılmıştır. Bu çoktan seçmeli test, beş seçenekli 23 sorudan oluşmaktadır ve testin oluşturulması için başlangıçta 50 soruluk bir taslak hazırlanmıştır. Hazırlanan test, geçerliği için uzman görüşlerine başvurularak düzenlenmiştir. Testin ön denemesi, aynı ilçede bulunan üç farklı

lise düzeyindeki toplam 138 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Uygulama sonrasında maddelerin ayırıcılık indisleri, güçlükleri ve testin güvenirlik katsayısı hesaplanmıştır. Maddelerin ayırıcılık indisi 0.30'un altında olan sorular, testten çıkarılmıştır. Bu şekilde, 23 çoktan seçmeli sorudan oluşan kümeler ünitesi başarı testi elde edilmiştir. Elde edilen testin Güvenirlik Katsayısı (KR 21), 0,73 olarak hesaplanmıştır (Tuğran, 2015) (Bknz. Ek-2).

Öğrenci Görüşme Formları

Projede geliştirilen Minecraft Edu oyununda tasarlanan matematik öğrenme ortamına ilişkin öğrenci görüşlerini ortaya koymak amacıyla öğrenci görüşme formu oluşturulmuştur. Hazırlanan görüşme formları oyunu oynayan öğrencilere doldurtulmuştur (Ek-3).

Öğretmen Görüş Formu

Tasarlanan oyun ortamına ilişkin süreçte öğretmenlerden görüş alınmıştır. Öğretmenlerin görüşlerini ortaya koymak amacıyla öğretmen görüş formu hazırlanmıştır (Ek-4).

Veri Analizi

Elde edilen nicel verilerin analizi için SPSS 26 programı kullanılmıştır. Nitel veriler ise betimsel analiz yöntemi ile analiz edilmiştir. Bunların yanında süreç boyunca gözlem ve öğrenci-öğretmen dönütleri tasarlanan oyunun gerekli düzenlemeleri yapılmıştır.

Proje İş-Zaman Çizelgesi

İşin Tanımı	AYLAR									
	Nisan	Mayıs	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül	Ekim	Kasım	Aralık	Ocak
Literatür Taraması	x	x	x	x		x	x	x	x	x
Oyunun Tasarlanması	x	x								
Oyunun Pilot Uygulaması		x								
Verilerin Toplanması ve Analizi		x	x	x		x				
Oyunun Uygulaması							x			
Verilerin Toplanması ve Analizi						x	x	x	x	
Proje Raporu Yazımı									x	x

Bulgular

Öğretmeneğitiminin uzun süredir karşı karşıya olduğu temelsorunlardan biri, kuramsal bilgi ile uygulama arasında yeterince güçlü ve sürdürülebilir bağların kurulamamasıdır. Özellikle üniversite temelli programlar ile okul temelli uygulamalar arasında yaşanan kopukluk, öğretmen adaylarının

eğitim sürecini parçalı ve yüzeysel deneyimlemelerine yol açmaktadır. Bu durum, öğretmen adaylarının kampüs ortamında edindikleri kuramsal bilgileri okul ortamında uygularken yaşadıkları yetersizlik, yönsüzlük ve güvensizlik duyguları üzerinden açıkça gözlemlenmektedir. Zeichner (2005) gibi araştırmacıların vurguladığı gibi, öğretmen eğitimi sürecinde akademik bilgi, uygulayıcı bilgisi ve toplumsal bilginin bütüncül bir biçimde harmanlanması gerekmektedir.

1. ADDIE tasarım modeline göre tasarlanan MinecraftEdu oyununun Analiz basamağında Yapılan Çalışmalara İlişkin Bulgular

Bu aşamada hazırlanacak oyun tasarımının konu alanının ve hedef kitleyi belirleme işlemleri yapılmıştır. Daha önce belirtildiği üzere Matematik eğitiminde oyun tasarımlarının sınırlı olması sebebiyle matematik dersine yönelik MinecraftEdu içerisinde bir öğrenme ortamı tasarlanmasına karar verilmiştir. Konu alanı olarak 9. Sınıf Kümeler konusu seçilmiştir. Bu konunun seçilmesinin sebebi, kümeler konusunun matematik dersinin temel konularından olup önemli bir yere sahip olmasıdır. Kümeler konusu 9. Sınıf konusu olduğundan hedef kitle 9. Sınıf öğrenciler olarak belirlenmiştir. Seçilen konunun kazanımları Marmara Üniversitesinde yüksek lisans yapan 10 yıllık mesleki deneyime sahip matematik öğretmeni ve Yıldız Teknik Üniversitesinde yüksek lisans yapan 8 yıllık deneyime sahip matematik öğretmeni olan danışman öğretmenim birlikte hazırlanmıştır. Belirlenen kazanımlar aşağıdaki gibidir:

- 9.2.1. Kümelerde Temel Kavramlar Terimler ve Kavramlar
 - 9.2.1.1. Kümeler ile ilgili temel kavramlar hatırlatılır.
 - 9.2.1.2. Alt kümeyi kullanarak işlemler yapar.
 - 9.2.1.3. İki kümenin eşitliğini kullanarak işlemler yapar.
- 9.2.2. Kümelerde İşlemler Terimler ve Kavramlar: Terimler ve Kavramlar: birleşim, kesişim, fark, tümlleme, ayrık kümelerde “De Morgan” kuralları, sıralı ikili, kartezyen çarpım
 - 9.2.2.1. Kümelerde birleşim, kesişim, fark, tümlleme işlemleri yardımıyla problemler çözer.

2. ADDIE tasarım modeline göre tasarlanan MinecraftEdu oyununun Tasarım basamağında Yapılan Çalışmalara İlişkin Bulgular

Tasarım aşamasında analiz aşamasında belirlenen kazanımlar doğrultusunda Kümeler konusunun öğretimi için MinecraftEdu dünyaları üzerine düşünülmüştür. Dünya inşa sürecinde ders kitapları, çevrimiçi eğitsel videolar gibi çeşitli kaynaklardan yararlanılarak ilgili kazanımlar doğrultusunda taslak ders notları hazırlanmıştır. Bu ders notlarına yönelik danışman öğretmen ile okulumuzda görev yapan matematik

öğretmenlerinden görüş alınmıştır. Alınan görüşler doğrultusunda kümeler konusunu içeren ders notları oluşturulmuştur.

Bunun yanında oyunun senaryoları üzerinde düşünülmüş ve taslak oyun senaryoları hazırlanmıştır. Hazırlanan oyun senaryolarına yönelik okulumuzdaki Bilişim ve Teknoloji öğretmenleri ile Matematik öğretmenlerinden ve oyunun içerisinde yer alan yazılara yönelik Türk Dili ve Edebiyatı öğretmenlerinden görüş alınmıştır. Alınan görüşler doğrultusunda taslak oyunda düzenlemeler yapılmıştır. MinecraftEdu'nun içinde bulunan yazı tiplerinin net olamamakla birlikte bazı yazılar anlaşılabilir değildir. Bunun için yazılım kullanılarak word dosyalarında yazan ders notlarının aktarımı yapılmıştır.

3. ADDIE tasarım modeline göre tasarlanan MinecraftEdu oyununun Geliştirme basamağında Yapılan Çalışmalara İlişkin Bulgular

Proje kapsamında oluşturduğumuz Kümeler konusunu içeren Minecraft dünyasının yapıp aşamaları aşağıda sıra ile açıklanmıştır.

- i) Dünya yaratıcı modu ile başlatıldı. (Yaratıcı modu haritayı tasarlayan kişiye uçuş sınırsız blok, eşya ve komut yetkisi verir.)
- ii) Dünya düz olarak ayarlandı. (Düz dünya etraftaki blokların düz bir şekilde sıralanmasını sağlar.)
- iii) Moblar kapatıldı. (Moblar oyun içerisindeyken rahatsız edici ve dikkat dağıtıcı sesler oluşturabilirler.)

Komut ile başlangıç yeri belirlendi (Harita yapılmaya başlanmadan önce başlangıç yeri belirlenmelidir tek bir öğrenci olacak ise sadece tasarımı yapacak olan kişinin o yere gidip kaydedip çıkması yeterli olabilir fakat iki veya ikiden fazla olacak ise zorunlu bir gerekliliktir.). Başlangıç yeri yapıldı. Başlangıç yeri beyaz ve turuncu renkli bloklar ile yapıldı (Beyaz temiz ve güzel görünüşü ve turuncu ise azim ve çalışkanlık gibi nedenlerden ötürü seçildi.). Başlangıç yerine düğme (Minecraft'ın içinde olan redstone aktif eden bir bloktur.) yerleştirildi düğmenin amacı öğrencinin önündeki kapıyı aşamalı bir şekilde açmaktır (Aşamalı bir şekilde açılan kapı öğrencinin dikkatini çekmek ve sıkıntı duygusunu azaltmak ya da yok etmek amacıyla yapılmıştır. Bu sistemin çalışması için Minecraft'ın içindeki "command_block" isimli bloktan faydalanılmıştır bu blok tekrarlayıcı modu ile düğmenin basıldığı anı görüp üstünde olan zincir modundaki komut bloklarının içinde yazan /clone komutu ile çalışarak öndeki kapıyı açmıştır.). Başlangıç yerinden konu anlatımı sınıfına ışınlanma yapıldı (Öğrenci kapıdan geçtikten sonra karakterine körlük ve yavaşlık verildi. Bunun sayesinde ışınlanma aşaması daha kolay hale getirildi.). Işınlanma (Işınlanma direkt olarak konu anlatım odasına yapılmak yerine ilk olarak siyah bir alana ışınlanmasını sağlayarak daha güzel bir ışınlanma sağlandı). Konu anlatım odaları Mavi, beyaz ve

düz bir koridor olarak hazırlandı (Mavi rahatlığı, beyaz ise temizlik ve saflığı gibi özelliklerinden dolayı seçildi. Oda öğrencinin daha rahat ve düzgün bir şekilde öğrenebilmesi için koridor şeklinde yapıldı.). Anlatım metinleri dünyaya aktarıldı. (Minecraft'ın kendine ait bir içe aktarma özelliği olmamasından dolayı bu metinler farklı programlar ile içe aktarıldı.). Npc hazırlandı. (Npc öğrencinin konuyu anladığı zaman anladım diyebileceği bir seçenek koyularak hazırlandı.). Soru odasına ışınlanma hazırlandı.

Öğrenme ortamı olarak İnşa edilen matematik dünyası pilot uygulaması için 10 öğrenciye oynatılmıştır. Pilot uygulama deney-kontrol grubu şeklinde toplamda 20 öğrenci üzerinde gerçekleştirilmiştir. Araştırmada kullanılan 'Kümeler Açık Uçlu Başarı Testi', çalışma grubundaki (deney ve kontrol) öğrencilere süreç öncesinde ön test, süreç tamamlandıktan sonra ise son test olarak verilmiştir.

Tablo 2. *Pilot uygulamada Deney-Kontrol Grubunun Ön Test Sonuçlarına İlişkin Bulgular*

Gruplar	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Kontrol	10	11,15	111,50	43,5	0,623
Deney	10	9,85	98,50		
Toplam	20				

Öğrenciler oyunu oynamadan önce deney ve kontrol gruplarının kümeler konusundaki akademik başarılarında anlamlı bir fark olup olmadığını ortaya koymak amacıyla Mann-Whitney U testi yapılmıştır. Deney ve kontrol gruplarının sayısının 30' dan az olmasından dolayı bu Mann-Whitney U testi uygulanmıştır. Yapılan istatistiksel analizler sonucunda, deney ve kontrol gruplarının matematik başarı düzeyleri arasında istatistiksel açıdan anlamlı bir farklılaşma tespit edilmemiştir ($U=43,5$, $P>0,05$).

Tablo 3. *Pilot uygulamada Deney ve Kontrol Grubunun Son Test Sonuçlarına İlişkin Bulgular*

Gruplar	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Kontrol	10	7,25	72,50	17,5	0,014
Deney	10	13,75	137,50		
Toplam	20				

Çalışmada, oyun tabanlı uygulamanın ardından her iki grubun (deney ve kontrol) akademik başarı düzeylerini karşılaştırmak amacıyla son test puanları üzerinden Mann-Whitney U testi analizi gerçekleştirilmiştir. Son test sonuçlarına göre deney grubunun matematik başarısı ile kontrol grubunun matematik başarıları arasında deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark gözlenmiştir ($U=17,5$, $P<0,05$).

Tablo 4. Pilot uygulamada Deney Grubunun Ön-Son Test Sonuçlarına İlişkin Bulgular

Son ve Ön test	N	Sıra Ort.	Sıra Topl.	U	p
Negatif sıralar	0	0	0	-2,807	0,005
Pozitif sıralar	10	5,50	55		
Fark olmayan	0				

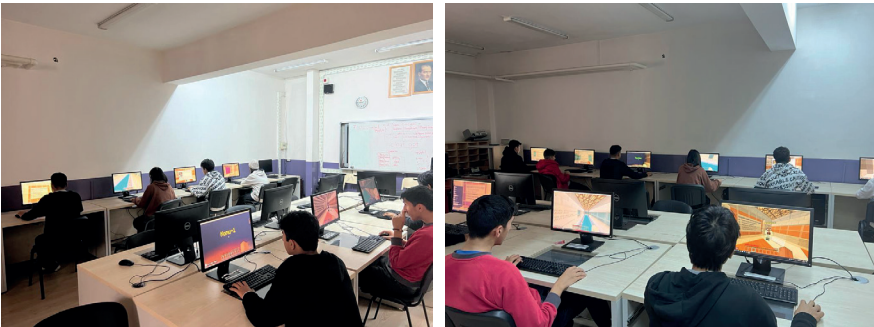
Deney grubundaki öğrencilerin dijital oyun deneyimi öncesi ve sonrasındaki başarı puanları arasındaki değişimin istatistiksel anlamlılığı, Wilcoxon İşaretli Sıralar testi kullanılarak incelenmiştir. Analiz sonuçları, uygulama öncesi (ön test) ve sonrası (son test) puanlar arasında istatistiksel olarak manidar bir farkın oluştuğunu göstermektedir ($z=-2,807$, $p<0,05$). Söz konusu farkın pozitif sıralar yönünde olması, gerçekleştirilen oyun tabanlı uygulamanın matematik başarısını artırmada etkili bir yöntem olduğunu ortaya koymaktadır.

Tablo 5. Pilot uygulamada Kontrol Grubunun Ön-Son Test Sonuçlarına İlişkin Bulgular

Son test-Ön test	N	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	p
Negatif sıralar	5	6,20	31	-0,357	0,721
Pozitif sıralar	5	4,80	24		
Fark olmayan	0				

Kontrol grubunda yer alan öğrencilerin deney öncesi ve sonrası başarı puanları Wilcoxon İşaretli Sıralar testi ile karşılaştırılmıştır. Müdahale edilmeyen bu grupta, ön test ve son test skorları arasında manidar bir fark gözlenmemiştir. Bu durum, kontrol grubundaki başarı düzeyinin süreç boyunca sabit kaldığını göstermektedir ($z=-0,357$, $p>0,05$).

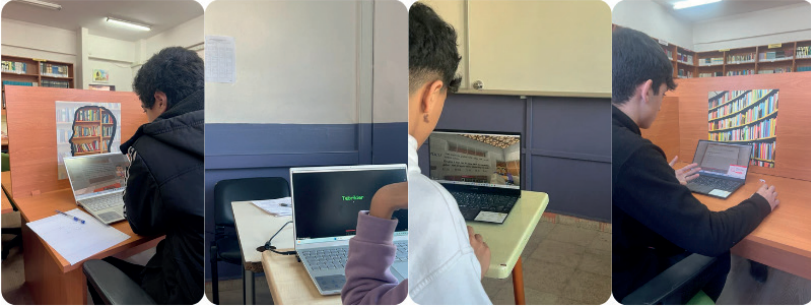
Ön test sonuçları incelendiğinde, uygulama öncesinde deney ve kontrol gruplarının kümeler konusundaki akademik başarıları denk olduğu gözlenmiştir. Uygulama sonrasında son test sonuçları incelendiğinde deney grubunun kümeler konusundaki akademik başarısı istatistiksel olarak anlamlı artış olurken kontrol grubunun akademik başarısında istatistiksel olarak anlamlı bir artış görülmemiştir.

**Şekil 6.** Pilot uygulamadan görüntüler

Pilot uygulaması sonrasında öğrenci ve öğretmen görüşlerine dayanarak oyunda birtakım düzenlemeler yapılmıştır. Düzenlemeler kapsamında oyun aşamalarında soruların yanına sesli ipuçları eklenmiş ve yönlendirici karakterlerin açıklamaları daha anlaşılır hale getirilmiştir. Pilot uygulama esnasında 90 dakikada tamamlanan oyunun konu yoğunluğu gereğince gözlem ve öğretmen görüşleri ile sürenin uzatılması, oyunun parçalar halinde oynatılmasına karar verilmiştir. 5 bölümden oluşan oyunun her bölüm 1 ders saati olacak şekilde 5 ders saatinde oynatılmasına karar verilmiştir. Yapılan tüm düzenlemelerden sonra uygulama aşamasına geçilmiştir.

4. ADDIE tasarım modeline göre tasarlanan MinecraftEdu oyununun Uygulama basamağında Yapılan Çalışmalara İlişkin Bulgular

Pilot uygulamasında elde edilen veriler Minecraft oyununun öğrenci başarısını artırdığı ve öğrencilerin süreç boyunca genel anlamda mutlu oldukları gözlemlenmiştir. Pilot çalışma sonrasında yapılan düzenlemelerden sonra uygulama basamağına geçilmiştir. Tasarlanan Minecraft öğrenme ortamı 9. Sınıf öğrencilerine yönelik hazırlandığından uygulama 9.sınıf öğrencileri üzerinde yapılmıştır. Ölçüt örnekleme yöntemi ile gönüllük esasına göre belirlenmiştir. Burada ölçüt, kümeler konusunu gören öğrenciler olarak belirlenmiştir. 12 dokuzuncu sınıf öğrencisine oyun oynatılmıştır.



Şekil. 7 Uygulama aşaması

5. ADDIE tasarım modeline göre tasarlanan MinecraftEdu oyununun Değerlendirme basamağında Yapılan Çalışmalara İlişkin Bulgular

Uygulama aşamasından sonra tasarlanan Minecraft oyun dünyasının değerlendirilmesi yapılmıştır. Değerlendirme yapılmak için öğrencilere oyun oynamadan önce “Kümeler Konusu Çoktan Seçmeli Test” ön test olarak yapılmış, öğrenciler oyun oynadıktan sonra aynı test son test olarak uygulanmış ve öğrencilerin erişti düzeylerine bakılmıştır. Ayrıca oyun dünyası ile ilgili oyunu oynayan öğrencilerden görüş alınmıştır. Son olarak alında uzman olan üç matematik öğretmeninden görüş alınarak tasarlanan MinecraftEdu’da tasarlanan matematik dünyasının değerlendirilmesi yapılmıştır. Ön test puan ortalamasının 8 ve son test puan ortalamasının 12 olduğu görülmüştür.

Tablo 6. Öğrencilerin Ön-Son test puanlarına ilişkin veriler.

Son ve Ön test	N	Sıra Ort.	Sıra Topl.	U	p
Negatif sıralar	2	5.50	11	-2.209	0.027
Pozitif sıralar	10	6.70	67		
Fark olmayan	0				

Öğrencilerin oyunu oynamadan önceki ön test puanları ile oyun oynadıktan sonra son test puanlarının arasında anlamlı bir fark olup olmadığını ortaya koymak amacıyla Wilcoxon İşaretli Sıralar testi yapılmıştır. Test sonucuna göre uygulama öncesi ve sonrası puanları test puanları arasında son test lehine anlamlı bir fark gözlenmiştir ($z=-2,209$, $p<0,05$). Fark puanının pozitif sıralar (son test) lehine olması uygulamanın matematik başarısı üzerinde anlamlı etkisinin olduğunu göstermektedir.

6. Öğrencilerin Geliştirilen Oyuna İlişkin Deneyim ve Görüşlerine Yönelik Bulgular

Değerlendirme aşamasında MinecraftEdu dünyasının öğrenci görüşleri ile değerlendirmek amacıyla oyunu oynayan öğrencilerden oyuna yönelik görüş alınmıştır. Bu görüşleri ortaya koymak amacıyla öğrencilere öğrenci görüş formu verilmiş ve toplanan formlardaki ifadelerden kodlar ve temalar oluşturulmuştur. Formlar incelendiğinde Öğrenmeye katkı, Geliştirilebilir yönleri ve Oyunun genel değerlendirilmesi olmak üzere 3 tema ve 20 kod oluşturulmuştur. Her tema ayrı ayrı incelenmiş ve aşağıda detaylı olarak verilmiştir.

Tablo 7. Öğrenmeye Katkı

Temalar	Kategoriler	Kodlar	f
Öğrenmeye katkı	Olumlu	Kümeler konusunda yetkinliğin artması	11
		Yanlış öğrenmelerin giderilmesi	3
		Matematik zekasını geliştirmesi	1
	Olumsuz	Konunun öğrenilmesine çok katkı sağlamaması	1

Tablo 7 incelendiğinde öğrencilerin büyük çoğunluğu, oyunun kümeler konusunun öğrenilmesine olumlu katkı sağladığını belirtmiştir. Sadece bir öğrenci konunun öğrenilmesinde çok katkı sağlamadığını belirterek olumsuz görüş bildirmiştir. Öğrencilerin görüşlerinin bazıları aşağıdaki gibidir:

Ö12: *Oyun öğretici ve ben daha iyi anladım.....*

Ö2: *Pek fazla katkı sağlamadı fakat “{{b}}” böyle bir şeyi öğrendim oyun sayesinde.*

Ö1: *.....tekrar ederek konuyu daha iyi anladım.*

Ö4: *.....geride olduğum be yapamadığım kısımlar vardı şimdi yapabiliyorum.*

Ö5:.....anlamadığım bir yeri tam anladım.

Ö9:boş kümeyi basit olmasına rağmen çok karıştırıyordum ama oyun sayesinde yanlışlarımın farkına vardım ve konuyu kavradım.

Ö10:kişinin matematik zekasını oyunla ne kadar geliştirebileceğimizi ölçmüş.

Tablo 8. Geliştirilebilir yönleri

Temalar	Kategoriler	Kodlar	f
Geliştirilebilir yönleri	Değişikliğe gerek yok	Geliştirilmeye gerek yok	9
	Değişikliğe gerek var	Farklı matematik konuların eklenmesi	10
		Farklı derslerde kullanılması	9
		Soru aşamalarında geri dönütlerin olması	3
		Daha eğlenceli hale getirilmesi	1
		Görselli soruların eklenmesi	1
		Oyunun akıcılığının artması	1
		Soru aşamalarında genel kültür soruların eklenmesi	1
		Soru sayısının artırılması	1
		Oyun sonrası daha iyi görüntülerin ortaya çıkması	1

Tablo 8 incelendiğinde öğrencilerin oyunun geliştirilmesine gerek olmadığını ve bazı yönlerden geliştirilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Geliştirilmesi gerekir şeklinde fikir belirten öğrencilerin büyük kısmı oyunun farklı matematik konularında ve farklı derslerde kullanılabileceğini ifade etmişlerdir. Öğrenciler, sorularda dönüt olması, oyun akıcılığın artırılması, oyunun daha eğlenceli hale getirilmesi, görselli sorular artırılması, soru sayılarının artırılması ve genel kültür sorularının eklenmesi şeklinde görüş belirtmiştir. Bazı öğrencilerin bu konudaki görüşleri aşağıdaki gibidir:

Ö11: Biraz daha eğlenceli olmasını ve görselli sorular isterdim.

Ö10: üslü sayıların eklenmesi ebob ekokun eklenmesini isterdim çünkü çok iyi...

Ö9: Soru çözümünü bitirdikten sonra nasıl yanlışlık yaptığımızı anlatmasını ve sorunun açıklanmasını isterdim.

Ö8: ...hayır oyun gayet başarılı.

Ö7: ...bize doğru cevabı gösterip, anlatmalı.....bu şekilde olması iyi daha fazla bir şeylerin eklenmesine gerek duymuyorum.

Ö6: ...oyunun akıcılığının artmasını isterdim...

Ö5: Yok....böyle güzeldi bir şey eklenmesini istemem.

Ö3:leveller arası geçişte matematikle ilgili genel kültür soruları sorulabilir....

Ö12:....kazandıktan sonra otomatik bir şey ya da daha güzel bir görüntü olabilir....

Ö2:ama soru sayısı biraz artırılabilirdi....

Tablo 9. Oyunun Genel Değerlendirmesi

Temalar	Kategoriler	Kodlar	f
Oyunun Genel Değerlendirmesi	Olumlu	Oyunun güzel-yararlı olarak algılanması	11
		Tekrar oynama istekliliği	10
		Eğlenceli olması	4
		İpuçlarının yararlı görülmesi	1
		Konu anlatımının iyi olması	1
	Olumsuz	Tekrar oynamama istekliliği	2
		Oyunun uzun sürmesi	1

Tablo 9 incelendiğinde öğrencilerin büyük çoğunluğu oyunun genel değerlendirilmesi hakkında olumlu görüş bildirmiştir. Öğrencilerin büyük çoğunluğunun oyunu güzel-yararlı bulduklarını ve oyunu tekrar oynamak istediklerini ifade etmişlerdir. Yine öğrenciler oyunu eğlenceli, ipuçlarını yararlı ve konu anlatımının iyi olduğunu ifade etmiştir. Sadece 1 öğrenci oyunun uzun sürmesi nedeniyle olumsuz görüş bildirmiş, 2 öğrenci oyunu tekrar oynama gereğinin olmadığını ifade etmiştir. Bazı öğrencilerin görüşleri aşağıdaki gibidir:

Ö2: ...tekrar oynamak isterim, ama soru sayısı biraz daha fazla olsa daha eğlenceli olurdu....

Ö12: ...yani evet isterim....

Ö6:evet çünkü yararlı...

Ö7: ...evet olabilir. Mesela sınavlara yakın tekrar oynanması beni sınavlara daha kolay şekilde hazırlar.

Ö8: ...oynamak isterdim hem eğlenceli oluyor hem de matematik anlamamıza katkı sağlıyor...

Ö5:..bence gerek yok tekrar oynamaya

Ö10:..hayır gerek duymuyorum çünkü oyunu öğrendim...

Tartışma ve Sonuç

Dijital oyunların matematik öğretiminde kullanılmasını amaçlayan bu projede Minecraft Edu oyununda kümeler konusunu içeren matematik öğrenme ortamı içeren bir oyun tasarımı yapılmıştır. Addie tasarım modeli ile tasarlanan bu oyun ortamının, matematik öğretiminde kullanılabilirliğini ortaya koymak amacıyla değerlendirilmesi yapılmış ve oyuna yönelik öğrenci

görüşleri alınmıştır. Addie tasarım modelinin aşamaları gereği tasarlanan oyunun pilot uygulaması ve asıl uygulaması yapılmıştır.

Pilot uygulama sonuçlarına göre deney grubunun başarıları artarken kontrol grubunun başarısında herhangi bir artış olmamıştır. Deney grubundaki öğrencilerin başarılarının artışında tasarlanan oyunun etkili olduğu söylenebilir. Kontrol grubundaki öğrencilerin başarısında herhangi bir artışın olmamasının sebebinin kontrol grubunun herhangi bir öğrenme ortamına dahil edilmemesi olduğu söylenebilir. Deney ve kontrol gruplarının son test başarı puanlarına göre deney grubunun başarılarında anlamlı fark bulunmuştur. Bu sonuçlar değerlendirildiğinde tasarlanan oyunun öğrencilerin başarılarını artırmada etkili olduğu söylenebilir.

Uygulama sonuçları incelendiğinde oyunu oynayan öğrencilerin matematik başarısında son test lehine anlamlı farklılık bulunmuştur. Bu sonuç ile tasarlanan oyunun hedef kitle öğrencileri olan 9.sınıf öğrencilerinin matematik başarılarını artırmada etkili olduğu söylenebilir. Elde edilen bu sonuç literatürde Matematik alanında MinecraftEdu'nun öğrencilerin akademik başarıları üzerindeki etkilerini inceleyen bazı araştırma sonuçlarıyla örtüşmektedir. Ming (2020) çalışmasında beş yaş çocuklarına olasılık konusunun öğretiminde MinecraftEdu'nun kullanımının verimliliğini incelemiş ve çalışma sonunda öğrencilerin matematiksel öğrenmelerinin geliştiğini ortaya koymuştur. Bektaş (2021) çalışmasında 4. Sınıf matematik dersinde Minecraft Edu kullanmış ve öğrencilerin sayı duyusu becerilerini geliştirmede etkili bir araç olduğunu ortaya koymuştur.

Bunun yanında farklı derslerde yapılan araştırma sonuçları ile örtüştüğü ve örtüşmediği araştırmalar mevcuttur. Nigar (2022), coğrafya öğretiminde MinecraftEdu kullanımının geleneksel öğretime kıyasla öğrencilerin akademik başarısına etkisini incelemek amacıyla gerçekleştirdiği çalışma sonucunda öğrencilerin test puanları arasında anlamlı bir farklılık tespit edememiştir. Acar (2023), çalışmasında MinecraftEDU'nun yeryüzü şekilleri kavramlarının öğretiminde kullanmış ve öğrencilerin başarılarını artırdığı sonucunu elde etmiştir.

Öğrencilerin tasarlanan oyuna ilişkin görüşlerinin olumlu olduğu ortaya çıkmıştır. Öğrenciler, oyunun öğrenmeye katkısının olduğunu, oyunu eğlenceli ve yararlı bulduklarını ifade etmişler, diğer derslerde kullanılmasına olumlu bakmışlardır. Elde edilen bu sonuç literatürde yer alan araştırma sonuçları ile benzerlik göstermektedir. Nigar (2022) çalışmasında MinecraftEdu'nun motivasyonu yüksek tutarak öğrencilerin öğrenme sürecini olumlu bir şekilde etkilediği sonucunu elde etmiştir. Ekinci (2023), çalışmasında Minecraftedu ile tasarlanmış 4. sınıf fen bilimleri ve matematik derslerinin öğrencilerin öğrenmeye ilişkin algıları ve işbirlikli çalışmaları üzerinde olumlu etkilerinin olduğu, dersleri eğlenceli ve keyifli bulduklarını ortaya

koymuştur.

Çalışmanın sonuçları literatürde yer alan matematik eğitimindeki benzer araştırmaların sonuçları ile örtüşmektedir. Tüm bu sonuçlar değerlendirildiğinde bu projede tasarlanan matematik öğrenme ortamını içeren Minecraft oyununun matematik eğitiminde uygulanabilir olduğu söylenebilir. Matematik eğitiminde dijital oyun olan Minecrafft Edu kullanılması öğrencilerin, ilgisini çekebilecek, motivasyonlarını artıracak ve buna bağlı olarak matematik başarısını artırabileceği söylenebilir.

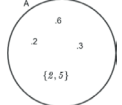
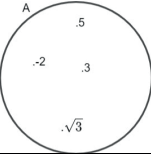
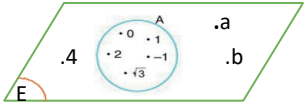
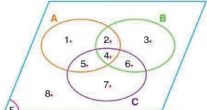
Kaynaklar

- Acar, H. Ş. (2023). 5. Sınıf Sosyal Bilgiler Dersinde Minecraft Kullanımının Öğrencilerin Başarılarına ve Mekânı Algılama Becerilerine Etkisi. Yüksek lisans tezi. Sinop Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü.
- Aktaş Kumral, H. & Çam, E. (2023). The effect of coding education with Minecraft EDU on students' problem solving skills and their attitudes towards coding. *International Journal of Turkish Educational Sciences*, 11 (20), 1-40.
- Aydın, B. & Doğan, M. (2012). Matematik öğretimi: geçmişten günümüze matematik eğitimi önündeki engeller, *Batman Üniversitesi Yaşam Bilimleri Dergisi*, 1(2), 89-95.
- Baek, Y., Min, E., & Yun, S. (2020). Mining educational implications of Minecraft. *Computers in the Schools*, 37(1), 1-16.
- Bektaş, D. T. (2021). Oyun Temelli Öğrenmenin Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Sayı Duyusu Becerilerine Etkisi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Boğaziçi Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Bos, B., Wilder, L., Cook, M., & O'Donnell, R. (2014). Learning mathematics through Minecraft. *Teaching Children Mathematics*, 21(1), 56-59.
- Branch, R. M. (2016). Öğretim Tasarımı: ADDİE Yaklaşımı. Eğitim Yayınevi.
- Creswell, J. W. (2020). Nitel araştırma yöntemleri. (Çev: M. Bütün ve B. Demir). (5.Baskım). Ankara: Siyasal Kitabevi
- Doruk, M., & Kaplan, A. (2013). Sınıf ve İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematik Kaygılarının İncelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(4), 1505-1522.
- Ekinci, V. (2023). İlkokul Dördüncü Sınıf Öğrencilerinin Fen ve Matematik Derslerinde Minecraft Eğitim Sürümünün Kullanımına İlişkin Görüşlerinin Belirlenmesi. Yüksek lisans tezi. İstanbul Medeniyet Üniversitesi. Lisansüstü Eğitim Enstitüsü.
- Ellison, T. L., & Evans, J. N. (2016). “ Minecraft,” Teachers, Parents, and Learning: What They Need to Know and Understand. *School Community Journal*, 26(2), 25-43.
- HILL, V. (2015). Digital citizenship through game design in minecraft, *New Library World*, 116(7/8): 369-382.
- Hostetter, O. (2002). Video games-the necessity of incorporating video games as part of constructivist learning. *Game research: The Art, Business and Science of Computer Games*.
- Hultstrand, A. (2015). Minecraft in the Math classroom. Methods, Benefits, and Difficulties of Minecraft Integration. Retrivrdr from: A Senior Thesis submitted in the partial fulfillment of the requirements for graduation in the Honors Program Liberty University.

- Günbaş, N., & Öztürk, A. N. (2022). Eğitim bilişim ağı (EBA) içeriklerinde yer alan dijital matematik oyunlarının Bloom taksonomisine göre incelenmesi. *e-Kafkas Journal of Educational Research*, 9(1), 253-278.
- Kırmızıgül, H. G. (2021). Zihin Yetersizliği Olan Bireylerin Matematik Eğitimleri İle İlgili Yapılan Çalışmaların İncelenmesi1. *E-International Journal of Educational Research*, 12(1).
- Noelene Callaghan (2016) Investigating the role of Minecraft in educational learning environments, *Educational Media International*, 53:4, 244-260, DOI: 10.1080/09523987.2016.1254877
- ÖSYM. (2018). 2018 YKS Değerlendirme Raporu, Ankara: Yüksek Öğretim Kurumu, Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Merkezi.
- ÖSYM. (2019). 2018 YKS Değerlendirme Raporu, Ankara: Yüksek Öğretim Kurumu, Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Merkezi.
- ÖSYM. (2020). 2018 YKS Değerlendirme Raporu, Ankara: Yüksek Öğretim Kurumu, Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Merkezi.
- ÖSYM. (2021). 2018 YKS Değerlendirme Raporu, Ankara: Yüksek Öğretim Kurumu, Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Merkezi.
- ÖSYM. (2022). 2020 YKS Değerlendirme Raporu, Ankara: Yüksek Öğretim Kurumu, Öğrenci Seçme ve Yerleştirme Merkezi.
- Poçan, S. (2023). Matematik eğitiminde dijital oyun tabanlı öğrenme üzerine bibliyometrik analiz. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(1), 648-669. DOI: 10.17679/inuefd.1215903
- Tuğran, Z. (2015). *İşbirlikli öğrenmenin lise öğrencilerinin matematik özyeterlik algısı ve başarısı üzerindeki etkileri* (Master's thesis, Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü).
- Widyasari, W., Sutopo, H., & Agustian, M. (2019). QR code-based learning development: Accessing math game for children learning enhancement. *International Journal of Interactive Mobile Technologies*, 13(11), 111-124.

Ekler

Ek-1 KÜMELER KONUSU AÇIK UÇLU SORULARDAN OLUŞAN BAŞARI TESTİ

SORU-1: Aşağıda verilen ifadelerin küme belirtip belirtmediğini yazınız. Sınıftaki çalışkan öğrenciler Okuldaki gözlüklü öğrenciler Haftanın C ile başlayan günleri Sınıftaki uzun öğrenciler Ofisteki sarı saçlı çalışanlar	SORU 4: $A = \{x 0 < x < 9, x \text{ tam sayı}\}$ Verilen A kümesini liste yöntemi ile yazınız
SORU-2: KARAKARTAL sözcüğündeki harfler ile oluşturulan kümeyi venn şeması ile gösteriniz.	 SORU 5: Yukarıda Venn şeması ile gösterilen A kümesine göre aşağıdaki ifadelerin yanlış (x) veya doğru (□) olduğunu kutucukla işaretleyelim 2, A kümesinin elemanıdır. $2 \in A$ □ $\{3, 5\}$ A kümesinin elemanıdır. $\{3, 5\} \in A$ □ $\{5, 6\}$, A kümesinin elemanı değildir. $\{5, 6\} \notin A$ □ $\{2, 5\}$, A kümesinin elemanıdır. $\{2, 5\} \in A$ □
SORU-3: Şekilde verilen A kümesini liste yöntemi ile gösteriniz. 	SORU 6: Aşağıdaki kümelerin sonlu veya sonsuz küme olup olmadığını belirtiniz. a) $A = \{x -5 < x \leq 6, x \text{ tam sayı}\}$ b) $B = \{x x > 6, x \text{ doğal sayı}\}$
SORU 7: A ve B kümeleri eşit ve $s(A) = 15$ ve $s(B) = 2x - 5$ veriliyor. Buna göre x kaçtır?	SORU 12: A ve B, E evrensel kümesinin alt kümeleridir. $s(A) + s(B) = 23$ $s(B) + s(A) = 17$ olduğuna göre, $s(E)$ kaçtır?
SORU 8: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ Kümesi veriliyor. Buna göre, 2' nin bulunmadığı üç elemanlı alt kümelerini yazınız. 	SORU 13: Aşağıda A, B, C kümeleri ve E evrensel kümesinin elemanları Venn şeması ile gösterilmiştir. Buna göre, $(A-B) \cup C'$ kümesini yazınız. 
SORU 9: Aşağıda E evrensel kümesinin ve A kümesinin elemanları venn şeması ile verilmiştir. Buna göre, $s(A) + s(E)$ toplamı kaçtır?	SORU 14: 30 kişinin bulunduğu bir sınıfta herkes folklor veya tiyatro kursuna katılmaktadır. Sınıftaki öğrencilerin 12' si folklor kursuna, 6'sı hem folklor hem de tiyatro kursuna katılmaktadır. Buna göre, tiyatro kursuna katılanların sayısı kaçtır?
SORU 10: $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ $B = \{3, 8, 10, 14\}$ $C = \{-2, 5, 7\}$ Kümeleri veriliyor, buna göre a) $A \cup B$ kümesini liste yöntemi ile yazınız. b) $A \cap C$ kümesini liste yöntemi ile yazınız.	SORU 15: 22 kişilik bir sınıfta gözlüklü kız öğrencilerin sayısı, gözlüksüz erkek öğrencilerin sayısına eşittir. Gözlüklü erkek öğrencilerin sayısı ise, gözlüksüz kız öğrencilerin sayısından 2 fazladır. Buna göre, bu sınıfta kaç erkek öğrenci vardır?
SORU 11: A ve B birer küme olmak üzere, $s(A \cup B) = 10$ $s(B) = 4$ $s(A \cap B) = 3$ olduğuna göre, $s(A)$ kaçtır?	SORU 16: 20 kişilik bir sınıfta matematik, geometri ve Türkçe derslerinin en az ikisinden geçen 14, en çok ikisinden geçen 15 öğrenci vardır. Buna göre, bu sınıftaki öğrencilerin kaç tanesi bu üç dersin sadece ikisinden geçmiştir?

Ek-2 Kümeler Konusu Çoktan Seçmeli Başarı Testi

- 1) $A = \{p, \{n, k\}, s, \{r\}\}$ kümesi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $r \in A$ B) $\{r\} \subset A$ C) $s \subset A$
D) $s(A) = 5$ E) $\{n, k\} \in A$

- 2) Aşağıdakilerden hangisi boş küme belirtir?

A) $\{x \mid 5 < x^2 + 1 < 10, x \in \mathbb{Z}\}$
B) $\{x \mid x \text{ T ile başlayan bir ay}\}$
C) $\{x \mid |4 - x| = 0, x \in \mathbb{N}\}$
D) $\{x \mid -3 < x^2 \leq 0, x \in \mathbb{Z}\}$
E) $\{x \mid 3x^2 - 27 = 0, x \in \mathbb{R}\}$

- 3) Aşağıdakilerden hangisi bir sonlu küme belirtir?

A) $\{x \mid -3 < x < 5, x \in \mathbb{Z}\}$
B) $\{x \mid |x| \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$
C) $\{x \mid \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
D) $\{x \mid 4 < x^2 < 9, x \in \mathbb{R}\}$
E) $\{x \mid x < 5, x \in \mathbb{Z}\}$

- 4) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde 5 eleman olarak bulunmaz?

A) 256 B) 128 C) 64 D) 32 E) 16

- 5) 5 elemanlı bir kümenin en az 2 elemanlı kaç tane alt kümesi vardır?

A) 20 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

- 6) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ kümeleri veriliyor. $s(C) = 6$ olmak üzere $A \subset C \subset B$ şartını sağlayan kaç tane C kümesi yazılabilir?

A) 6 B) 10 C) 15 D) 21 E) 32

- 7) $A \cup B = \{2, 5, 7, 9, 11\}$
 $A \cup C = \{2, 4, 6, 7, 8, 10\}$ olduğuna göre

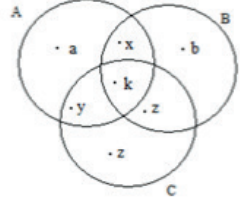
$A \cup (B \cap C)$ kümesi nedir?

A) $\emptyset$ B) $\{4, 5, 6, 10\}$ C) $\{2, 4, 7\}$
D) $\{2, 7\}$ E) $\{2, 7, 8\}$

- 8) $s(A) = 21$, $s(B) = 14$, $s(A \cap B) = 8$ olduğuna göre $s(A \cup B)$ kaçtır?

A) 15 B) 22 C) 25 D) 26 E) 27

- 9) A, B ve C üç küme olmak üzere $(A \cup B) \cap C$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?



A) $\{b, z, c\}$ B) $\{x, k, c\}$ C) $\{a, x, b\}$
D) $\{y, k, z\}$ E) $\{a, x, y\}$

- 10) A ve B iki küme olmak üzere $A \cap B \neq \emptyset$, $s(A) = n$ ve $s(B) = n + 2$ olduğuna göre, $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı en çok kaç olabilir?

A) $2n - 1$ B) $2n$ C) $2n + 1$
D) $2n + 2$ E) $2n + 3$

- 11) A ve B kümeleri için $A \subset B$, $B \subset A$ $s(A \cup B) = 9$, $s(A \cap B) = 3$ olduğuna göre, A kümesinde en çok kaç eleman olabilir?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

- 12) A kümesinin alt küme sayısı 16, B kümesinin özalt küme sayısı 31 ve $A \cap B$ kümesinin alt küme sayısı 8 ise $s(A \cup B) = ?$

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

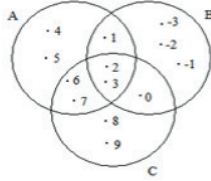
- 13) $A, B, C \subseteq E$ 'dir. $s(A)+s(C)=11$,
 $s(C)+s(A')=23$, $s(B)=9$ ise $s(B')=?$
 A) 8 B) 9 C) 15 D) 21 E) 25

- 14) $A \subseteq E$ olmak üzere $E=\{1,2,3,a,b,c,7,e\}$,
 $A=\{2,a,b,e\}$ olduğuna göre A' kümesi
 nedir?
 A) $\{2,3,c,e\}$ B) $\{2,3,c,7\}$ C) $\{1,3,c,7\}$
 D) $\{1,3,e,7\}$ E) $\{1,3,c,7,e\}$

- 15) $[(A \cap B) \cup (A \cap B)] \cup A'$ ifadesinin en
 sade hali nedir?
 A) $\emptyset$ B) A C) A' D) $A \cap B$ E) E

- 16) $[(A \cup B) \cap (A' \cup B)]'$ ifadesinin en sade
 hali nedir?
 A) E B) $\emptyset$ C) B D) B' E) $A \cap B$

- 17) Yanda verilen
 şemaya göre
 $(A \cup B) - (A \cup C)$
 kümesi
 aşağıdakilerden
 hangisidir?



- A) $\{8,9,0\}$ B) $\{1,4,5\}$ C) $\{-3,-2,-1,1\}$
 D) $\{-3,-2,-1\}$ E) $\{4,6,7\}$

- 18) $A \cup B$, $A - B$ ve A kümelerinin alt
 kümelerinin sayısı sırasıyla 128, 8 ve 32
 ise B kümesinin 2 elemanlı alt kümelerinin
 sayısı kaçtır?
 A) 3 B) 4 C) 6 D) 10 E) 15

- 19) A , B ve C üç küme olmak üzere
 aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?
 A) $A' \cap B' = C \setminus (A \cup B)$
 B) $C \cap (A \cup B) = (A \cap C) \cup (B \cap C)$
 C) $(A \cup B) \setminus (B \cup C) = C \setminus (A \cup B)$
 D) $(A \cup B) \setminus (B \cup C) = A \setminus (B \cup C)$
 E) $(A \cup B) \setminus (B \cap C) = (B \setminus C) \cup (A \setminus B)$

- 20) 25 kişilik bir sınıfta matematik ve fizik
 derslerinden kurs açılacaktır. Her iki
 dersten kursa katılanlar sadece fizikten
 katılanların 2 katı, sadece matematikten
 katılanlar sadece fizikten katılanların 3 katı
 ve her iki kursa da katılmayan 7 kişi
 olduğuna göre her iki kursa da katılan kaç
 kişi vardır?
 A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

- 21) Bir gruptaki 23 öğrenciden 9'u hem
 İngilizce hem Almanca konuşmaktadır.
 İngilizce bilen 15 kişi ise Almanca bilen
 en fazla kaç kişi olabilir?
 A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

- 22) Her ailenin en az bir gazete okuduğu bir
 apartmandaki ailelerin %60'ı A gazetesini,
 %75'i ise B gazetesini okumaktadır. 7 aile
 her iki gazeteyi de okuduğuna göre yalnız
 bir gazete okuyan kaç aile vardır?
 A) 10 B) 12 C) 13 D) 15 E) 16

- 23) Bir plajdaki 31 kişinin her biri gözlük veya
 şapka takmaktadır. Yalnız gözlük
 takanların sayısı, yalnız şapka takanların
 3/5 katıdır. Her ikisini de takanların sayısı
 15 olduğuna göre, yalnız gözlük takan kaç
 kişi vardır?
 A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

Ek-3 Görüşme Soruları

1. MinecraftEdu oyununda tasarlanan matematik dünyası hakkında ne düşünüyorsunuz? Açıklayınız.
2. MinecraftEdu oyununda tasarlanan matematik dünyası “Kümeler” konusunun öğrenmenize katkı sağladı mı? Evet ise ne gibi katkılar sağladı?
3. MinecraftEdu oyununda tasarlanan matematik dünyasında değiştirmek istediğiniz bir bölüm var mıdır? Varsa nelerdir? Açıklayınız.
4. MinecraftEdu oyununda tasarlanan matematik dünyası tekrar tasarlanırsa ne gibi şeyler eklenmesini isterdiniz? Açıklayınız.
5. MinecraftEdu oyununda tasarlanan matematik dünyası tekrar oynamak ister misiniz?
6. MinecraftEdu oyununda farklı matematik konuları ile tasarlanan matematik dünyasını oynamak ister misiniz?
7. MinecraftEdu oyununu başka ders konularında da oynamak ister misiniz? Nedenleri ile açıklayınız.



Dikdörtgende Eşlik ve Benzerlik: Kavram Yanılgıları ve Öğretim Stratejileri

“ ”

Zeynep ARSLAN¹

Hasan ÜNAL²

1 Arş. Gör., İstanbul Medipol Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, zeynep.arslan1@medipol.edu.tr, 0000-0001-5135-8246

2 Prof. Dr., Yıldız Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, hunal@yildiz.edu.tr, 0000-0002-4661-111X

Giriş

Geometri öğrenmenin temel koşullarından birinin kavramların ve bu kavramlar arasındaki ilişkilerin doğru ve anlamlı biçimde yapılandırılması olduğu belirtilebilir (MEB, 2009). Öğrencilerin geometrik şekilleri yalnızca görsel benzerliklerine göre değil, şekilleri tanımlayan özellikler, bu özellikler arasındaki ilişkiler ve bu ilişkilerin mantıksal sonuçları üzerinden anlamlandırmaları beklenmektedir (Duval, 2006). Aksi hâlde kavramlar yüzeysel düzeyde öğrenilmekte ve öğrenciler farklı problem durumlarında bu bilgileri transfer etmekte zorlanmaktadır (Bransford, Brown & Cocking, 2000). Bu durum özellikle eşlik ve benzerlik gibi birden fazla özelliğin aynı anda dikkate alınmasını gerektiren konularda daha belirgin hâle gelmektedir. Dikdörtgen kavramı, nokta, doğru gibi soyut ve tanımsız kavramlara dayandığı vurgulanabilir (Mut & Lezgi, 2025). Bu nedenle dikdörtgenlerin sadece özellikleri ile değil temel kavramlar ile ilişkilendirilerek anlaşılmasının daha önemli olduğu söylenebilir (Duval, 2006; Mut & Lezgi, 2025). Fakat bu ilişkilendirmeyi öğrenciler yeterinde içselleştiremezse, kenar uzunlukları, açı ölçüleri ve oran ilişkileri arasındaki farkları ayırt etmekte zorlanabilirler. Bu durum, dikdörtgenlerde “eş olan her şeklin benzer olduğu” ya da “benzer olan şekillerin mutlaka eş olması gerektiği” gibi yaygın kavram yanlışlarına zemin hazırlayabilir. Bu nedenle dikdörtgende eşlik ve benzerlik konusunun öğretiminde, öğrencilerin sahip oldukları ön bilgilerin ve olası kavram yanlışlarının dikkatle ele alınması önemlidir.

Bu bağlamda, öğrencilerin geometrik kavramları çoğu zaman yüzeysel öğrenmeleri, özellikle eşlik ve benzerlik gibi ilişkisel düşünme gerektiren konularda sistematik kavram yanlışlarının ortaya çıkmasına neden olabilir. Skemp (1976) öğrencilerin yalnızca kurala dayalı öğrenmelerinin kalıcı ve transfer edilecek bilgiyi üretmediğini ortaya koymaktadır. Benzer şekilde van Hiele’in geometrik düşünme düzeylerine göre öğrencilerin alt düzeylerde bir şekli tanımlayan özellikler yerine görsel benzerliklerine göre değerlendirdikleri ve bu durumun da eş-benzer kavramlarının birbirine karıştırılmasına yol açtığı söylenebilir. Ayrıca Duval (2006), geometrik öğrenmede şeklin görsel temsili ile matematiksel özellikleri arasındaki ayrımın kurulamadığı durumlarda kavramsal yanlışların kaçınılmaz hâle geldiğini vurgulamaktadır. Bu kuramsal çerçeve, dikdörtgende eşlik ve benzerlik konularında öğrencilerin sıklıkla karşılaşılan yanlışlarını incelemenin neden kritik olduğunu ortaya koymaktadır. Bu noktada yalnızca öğrencilerde değil, öğretmenlerde var olabilecek kavram yanlışlarının da ayrıca ele alınması gerekmektedir. Çünkü öğretmenlerin sahip oldukları kavramsal eksiklikler ve yanlışlar, sınıf içi açıklamalar, kullanılan örnekler ve yönlendirmeler yoluyla öğrencilerin öğrenme süreçlerine doğrudan yansıtılabilmekte ve yeni kavram yanlışlarının oluşumuna zemin hazırlayabilmektedir. Bu doğrultuda, bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmenlerine dikdörtgenlerde eşlik ve benzerlik

konusuna ilişkin bir senaryo sunulmuş; bu senaryo üzerinden öğretmenlerin olası kavram yanlışlarını belirlemek amaçlanmıştır. Aşağıda söz konusu senaryoya yer verilmektedir.

Öğrencilere verilen problemin hikayesi (Senaryo):

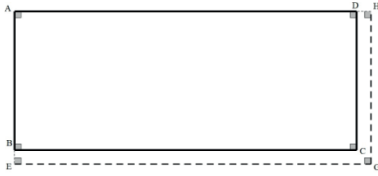
Ali öğretmen, 8.sınıftalarda eşlik ve benzerlik konusunu işlemektedir. Dinamik geometri yazılımı ile ABCD dikdörtgeni çizer ve tahtaya yansıtır. Daha sonra çizdiği bu dikdörtgenin kısa ve uzun kenarlarını birer birim daha uzatarak AHGE dikdörtgeni oluşturur. Daha sonra sınıfa aşağıdaki soruyu sorar:

- Çizilen ilk dikdörtgeninin hem kısa ve hem de uzun kenarına 1'er birim daha eklenerek oluşturulan yeni dikdörtgen benzer dikdörtgenler olur mu?

Sınıfta bazı öğrenciler söz ister. Öğretmen Mira'ya söz verir.

Mira: “Yeni oluşturulan dikdörtgen ile eski dikdörtgen benzerdir. Çünkü hem kısa kenara hem de uzun kenara 1'er birim eklenmiştir. Bu durum eşitliğin korunumu ilkesinden dolayı sonucu değiştirmez. Bu nedenle iki dikdörtgen benzerdir.

Elif ise hiçbir gerekçe sunmadan “bence benzer değildir” der. Siz hangi tarafı desteklersiniz. Bu iki dikdörtgen benzer midir? Gerekçelerinizle kısaca açıklayınız.



Yöntem

Bu araştırma, öğrencilerde dikdörtgenlerde eşlik ve benzerlik kavramlarına ait kavram yanlışlarının incelenmesi amacıyla nicel araştırma yöntemlerinden kesitsel tarama modeli ile yürütülmüştür. Kesitsel araştırmalar, genellikle geniş örneklemle yürütülen ve farklı özelliklere sahip birey gruplarını aynı çalışma kapsamında incelemeye olanak tanıyan araştırma desenleridir (Creswell, 2012). Bu modelde veriler belirli bir zaman diliminde, tek bir uygulama süreci içerisinde toplanmakta ve veri toplama süresi oldukça kısa olmaktadır (Creswell, 2012). Kesitsel tarama yaklaşımında okuduğunu anlama, tutum, başarı gibi değişkenler aynı anda ölçülerek mevcut durumun betimlenmesi amaçlanır.

Bu çalışmanın örnekleme, kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi kullanılarak Marmara Bölgesi'nde yer alan bir üniversitenin İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında öğrenim gören ikinci ve üçüncü sınıf öğretmen adaylarından oluşturulmuştur. Araştırmaya toplam 77 öğretmen adayı katılmıştır. Veri toplama sürecinde, katılımcılara problem durumu içeren bir senaryo sunulmuş ve senaryo ile ilgili görüşlerini yazılı olarak ifade etmeleri istenmiştir. Öğretmen adaylarından senaryo doğrultusunda bir görüşü savunmaları, savundukları görüşü gerekçeleriyle desteklemeleri ve karşıt görüşü ikna edici biçimde açıklamaları beklenmiştir. Bu doğrultuda elde edilen veriler, öğretmen adaylarının savundukları taraf ve sundukları gerekçeler temel alınarak oluşturulmuştur.

Öğretmen adaylarında mevcut olan kavram yanlışları tespit edilmiş ve üçgenlerde kavram yanlışları ile ilgili kategoriler açığa çıkmıştır. Bu çalışmada doküman analizi kullanılmıştır. Wiersma'ya (2000) göre doküman analizi tekniği; verilerin toplanması, sistematik olarak incelenmesi ve değerlendirilmesinde yararlanılan bir tekniktir. Bu teknikten, eğitim araştırmalarında yaygın bir biçimde faydalanılmaktadır. Doküman analizi, yazılı belgelerin içeriğini titizlikle ve sistematik olarak analiz etmek için kullanılan bir nitel araştırma yöntemidir.

Bulgular

Senaryolaştırılarak verilen problem kapsamında dikdörtgenlerin benzer olduğunu ya da olmadığını savunan öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlar, ilgili sınıf düzeyleri doğrultusunda sınıflandırılarak aşağıda özet bir tabloda sunulmuştur.

Tablo 1. Öğrenci cevapları ve kategorileri

	Kategori	Tanım	Yüzde	Toplam
2.Sınıf	Benzer	Yeni dikdörtgenlerin benzer olduğunu savunanlar	29,27 %	41
	Benzer Değil	Benzer olmadığını savunanlar	63,41 %	
	Kararsız	Net görüş bildiremeyenler	7,32 %	
3.Sınıf	Benzer	Yeni dikdörtgenlerin benzer olduğunu savunanlar	22,22 %	36
	Benzer Değil	Benzer olmadığını savunanlar	69,44 %	
	Kararsız	Net görüş bildiremeyenler	8,33 %	

Tablo 1 incelendiğinde, 2. ve 3. sınıf öğretmen adaylarının dikdörtgenlerin benzerliğine ilişkin görüşlerinde benzer bir dağılımın olduğu görülmektedir. 2. sınıf öğretmen adaylarının %29,27'si dikdörtgenlerin benzer olduğunu, %63,41'i benzer olmadığını, %7,32'si ise kararsız kaldığını belirtirken; 3. sınıf öğretmen adaylarında bu oranların sırasıyla %22,22, %69,44 ve %8,33 olduğu belirlenmiştir. Her iki sınıf düzeyinde de çoğunluğun dikdörtgenlerin benzer olmadığını savunduğu görülmekle birlikte, özellikle 2. sınıfta benzer olduğunu düşünenlerin oranının 3. sınıfa kıyasla daha yüksek olduğu dikkat çekmektedir. Bu durum, sınıf düzeyi ilerledikçe benzerlik kavramına ilişkin yanlış genellemelerin kısmen azaldığını ancak kararsızlık oranlarının her iki düzeyde de benzer biçimde sürdüğünü göstermektedir.

Senaryo gereği ilgili görüşler sistematik olarak analiz edilmiş ve bu analiz sonucunda aşağıdaki kategoriler belirlenmiştir.

A. Açığa Çıkan Kavram Yanılgıları

Tablo 2. Öğrenci Cevaplarındaki Kavram Yanılgıları ve Kategorileri

	Yanılgı Türü	Yanılgının Tanımı	Öğrenci Gerekçesinin Tipik İfadesi
2.Sınıf/ 3.Sınıf	Toplamsal artışı benzerlik sanma	Kenarlara aynı miktar eklenmesini benzerlik için yeterli görme	“Her kenara 1 eklenmiş, o yüzden benzer.” (2.Sınıf) “Uzunluğa ve genişliğe 1 eklenmiş, benzer olur.” (3.Sınıf)
2.Sınıf	Oranı yanlış kurma	Oranı matematiksel olarak hatalı ifade ettiği hâlde “oran var” sanma	“ $a/(a+1)$, $b/(b+1)$ oranları var.”
3.Sınıf	Oranı doğru ifade edip yanlış sonuç çıkarma	Kenarlara eklenen eşit miktarı benzerlik için yeterli görme	“Uzunluğa ve genişliğe 1 eklenmiş, benzer olur.”
2.Sınıf	Türdeşlikten benzerlik çıkarma	“İkisi de dikdörtgen” olduğu için benzer sanma	“İkisi de dikdörtgen olduğu için benzerdir.”
2.Sınıf/ 3.Sınıf	Görsel benzerliği matematiksel benzerlik sanma	Şekil benziyor diye benzer kabul etme	“Görünüş olarak zaten benziyor.” (2.Sınıf) “Şekil değişmiş ama hâlâ benziyor.” (3.Sınıf)
2.Sınıf/ 3.Sınıf	Eşlik–benzerlik karışıklığı	Eşit artışı eşlik gibi yorumlayıp benzerliğe taşıma	“Her tarafına eşit ekleniyor, eş oluyor.” (2.Sınıf) “Her kenar eşit arttığı için aynıdır.” (3.Sınıf)
3.Sınıf	Gerekçelendirmede tutarsızlık	Aynı metin içinde hem benzer hem eş değil ima etme	“Şekil aynı değil ama benzerdir.”

Kategoriler tablosu incelendiğinde, 2. ve 3. sınıf öğretmen adaylarının dikdörtgenlerde benzerlik kavramına ilişkin benzer türde kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmektedir. Her iki sınıf düzeyinde de en baskın yanılgının, kenarlara eşit miktarda ekleme yapılmasını benzerlik için yeterli görmeye dayalı toplamsal artışı benzerlik sanma olduğu dikkat çekmektedir. Bunun yanında 2. sınıf öğretmen adaylarında oranı yanlış kurma ve türdeşlikten benzerlik çıkarma gibi daha temel düzeyde kavramsal yanılgılar öne çıkarken, 3. sınıf düzeyinde oranı doğru ifade edip yanlış sonuç çıkarma ve gerekçelendirmede tutarsızlık gibi daha çok kısmi kavramsal farkındalık içeren ancak derinleştirilemeyen hataların görüldüğü belirlenmiştir. Her iki sınıf düzeyinde ortak olarak ortaya çıkan eşlik–benzerlik karışıklığı ile görsel benzerlik temelli değerlendirmeler, benzerlik kavramının çoğu öğretmen adayında hâlâ algısal ve toplamsal bir çerçevede yapılandırıldığını, oransal

düşünmenin ise yeterince içselleştirilmediğini göstermektedir. Bu bulgular, sınıf düzeyi ilerlese bile benzerlik kavramına ilişkin bazı temel yanlışların dirençli biçimde sürdüğünü ortaya koymaktadır.

B. Kavram Yanılgısının Olmadığı Durumlar ve Kategorileri

Tablo 3. Öğrencilerin Doğru Cevapları ve Kategorileri

	Kategori Adı	Kategorinin Tanımı	Öğrenci Gerekçesinin Tipik İfadesi
2.Sınıf/ 3.Sınıf	Oransal Muhakemeye Dayalı Gerekçe	Karşılıklı kenar oranlarının eşit olmamasına dayalı değerlendirme	“ $3/4 \neq 5/6$ olduğu için benzer değildir.” (2.Sınıf) “ $3/4 \neq 4/7$ olduğu için benzer değildir.” (3.Sınıf)
2.Sınıf/ 3.Sınıf	Toplamsal Artışın Benzerliği Bozduğu Düşüncesi	Kenarlara aynı miktar eklemenin şekli bozacağı yönündeki sezgisel düşünme	“Uzunluklar 1 artınca yapı değişir, benzerlik bozulur.” “Her kenar 1 cm arttığı için yapı değişir, benzer olmaz.”
2.Sınıf/ 3.Sınıf	Eşlik Temelli Değerlendirme	Kenarların birebir eşit olmamasına dayalı benzer değildir yargısı	“Kenarları eşit değil, o yüzden benzer değil.”
2.Sınıf/ 3.Sınıf	Görsel Algıya Dayalı Değerlendirme	Şekillerin görünüşte benzememesine dayalı karar	“Biri daha uzun görünüyor, benzemiyorlar.” “Biri daha uzun görünüyor, şekiller benzemiyor.”
2.Sınıf/ 3.Sınıf	Gerekçelendirmesi Eksik / Tutarsız Yanıt	Sonuç doğru olduğu hâlde matematiksel gerekçe sunulamaması	“Benzer değil ama nedenini tam gösteremedim.”

2. ve 3. sınıf öğretmen adaylarının “benzer değildir” yönündeki yanıtları birlikte incelendiğinde, her iki sınıf düzeyinde de aynı temel gerekçeler ile kategorilerinin ortaya çıktığı görülmektedir. En güçlü gerekçe, karşılıklı kenar oranlarının eşit olmaması yönünde olan oransal muhakemeye dayalı gerekçedir. Ayrıca, bazı öğretmen adaylarının doğru sonuca toplamsal artışın benzerliği bozacağına ilişkin sezgisel bir düşünme ile ulaştıkları, bir diğer grubun ise benzerliği eşlik (kenarların birebir eşitliği) üzerinden yorumladıkları belirlenmiştir. Ek olarak, kararını tamamen görsel algıya dayandıran yanıtların her iki sınıf düzeyinde de varlığını sürdürdüğü, bazı yanıtların ise sonuç doğru olsa bile matematiksel gerekçelendirme açısından eksik veya tutarsız kaldığı görülmüştür. Bu bulgular, sınıf düzeyi ilerlese bile benzerlik kavramına ilişkin temel düşünme biçimlerinin büyük ölçüde benzer kaldığını; asıl farklılaşmanın gerekçelerin matematiksel derinliği ve ifade düzeyinde ortaya çıktığını göstermektedir.

C. Kararsız Kalınan Durumlar ve Kategorileri

Bu çalışmada kararsız kalan öğretmen adaylarının yanıtları incelendiğinde, kararsızlığın çoğunlukla oransal düşünme, eşlik-benzerlik ayrımı ve işlem yapma becerileri ile ilişkili olduğu görülmektedir. Öğretmen adayları bazı durumlarda görsel sezgileri ile matematiksel ölçütler arasında bilişsel çatışma yaşamakta, bazı durumlarda ise gerekli hesaplamaları yapamadıkları için kesin bir yargıya ulaşamamaktadırlar. Aşağıda, 2. ve 3. sınıf düzeyindeki öğretmen adaylarının kararsız kalmalarına yol açan durumlar, doğrudan öğrenci ifadeleriyle birlikte sunulmuştur

- Görsel-oransal çatışma

Ö₁₁: “Şekiller görünüş olarak benziyor gibi ama oranlarını tam kontrol edemediğim için benzer mi emin olamadım.” (2.sınıf)

- Eşlik-benzerlik ayrımında belirsizlik

Ö₃: “Kenarlar eşit değil ama yine de benzer olabilir mi, tam ayırt edemedim.” (2.sınıf)

- İşlem yapamama kaynaklı kararsızlık

Ö₈: “Oranı hesaplayamadım, o yüzden benzer mi değil mi kesin söyleyemiyorum.” (2.sınıf)

Ö₃₂: “Oranları bulmakta zorlandığım için benzerlik hakkında net bir sonuca ulaşamadım.” (3.sınıf)

- Oran var-yok çelişkisi

Ö₂₅: “Bir oran var gibi duruyor ama bu oranların eşit olup olmadığını ispatlayamadım.” (3.sınıf)

- Görsel benzerlik-matematiksel kesinlik çatışması

Ö₂₃: “Şekiller gözüme benzer geliyor ama matematiksel olarak benzer olduğunu kanıtlayamam.” (3.sınıf)

Tartışma

Bu araştırmada 2. ve 3. sınıf ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dikkörtgenlerde eşlik ve benzerlik kavramlarına ilişkin düşünme biçimleri incelenmiş ve adayların yanıtlarının “benzer”, “benzer değil” ve “kararsız” olmak üzere üç ana kategoride toplandığı görülmüştür.

Bulgular, her iki sınıf düzeyinde de çoğunluğun dikkörtgenlerin benzer olmadığı yönünde görüş bildirmesine rağmen, bu sonuca ulaşma yollarının gerekçelendirme düzeyi bakımından önemli ölçüde farklılaştığını ortaya koymaktadır. Özellikle 3. sınıf düzeyinde “benzer değildir” yargısının daha fazla oransal muhakemeye dayandırılması, 2. sınıf düzeyinde ise daha çok sezgisel,

görsel ve eşlik temelli gerekçelerin öne çıkması, kavramsal gerekçelendirme düzeyinin sınıf düzeyi ilerledikçe arttığını göstermektedir. Buna karşın temel kavram yanlışlarının her iki düzeyde de varlığını sürdürmesi, kavramsal gelişimin doğrusal bir biçimde ilerlemediğini düşündürmektedir.

Araştırmanın en baskın kavram yanlışlarından biri, her iki sınıf düzeyinde de gözlemlenen “toplamsal artışı benzerlik sanma” hatasıdır. Kenarlara eşit miktarda genişletilmesinin benzerlik için yeterli görülmesi, benzerliğin temelindeki çarpımsal (oransal) yapının kavramsal olarak yeterince içselleştirilemediğini ortaya koymaktadır. Bu bulgu, geometrik benzerlik bağlamında oransal düşünmenin yapılandırılmaması sorununa dikkat çeken çalışmalarla örtüşmektedir (Fujita, 2012; Misailidou & Williams, 2003)

2. sınıf düzeyinde oranın yanlış kurulması ve görsel benzerliği matematiksel benzerlik sanma gibi daha temel yanlışların yoğunlaşması; 3. sınıf düzeyinde ise oranı doğru ifade edip yanlış sonuç çıkarma gibi daha çok kısmi farkındalık içeren hataların ortaya çıkması, kavramsal farkındalığın her zaman derin anlamaya dönüşmediğini göstermektedir. Bu durum öğrencilerin dörtgenlerin tanımlarından ve özelliklerinden çok prototip şekillerine odaklandığını göstermektedir (Özkan, 2019).

Elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin büyük ölçüde van Hiele’in geometrik düşünme düzeyleriyle örtüştüğünü göstermektedir. Adayların önemli bir bölümünün benzerliği hâlâ algısal ve sezgisel bir çerçevede değerlendirmesi, Düzey 0 (Görselleştirme) ve Düzey 1 (Analiz) basamaklarından üst düzeylere geçişin henüz tamamlanmadığını düşündürmektedir (Van Hiele, 1986; Duatepe Paksu, 2016; Mut & Lezgi, 2025)

Benzer şekilde, doğru sonuca ulaşılmasına rağmen gerekçelendirmede yetersiz kalınması, Skemp’in ortaya koyduğu işlemsel (instrumental) ve ilişkisel (relational) öğrenme ayrımını destekler niteliktedir (Skemp, 1976). Öğretmen adaylarının çoğu zaman sonuca ulaşmak için gerekli kuralları bildikleri, ancak bu bilginin kavramsal gerekçelendirme ile bütünleşmediği ve dolayısıyla kalıcı-aktarılabılır bilgiye dönüşmediği görülmektedir (Hiebert & Lefevre, 1986; Star, 2005).

Araştırmanın dikkat çekici bir diğer bulgusu, kararsız kalan öğretmen adaylarının gerekçelerinin büyük ölçüde bilişsel çatışmaya dayanmasıdır. Görsel algı ile matematiksel ölçütler arasındaki çelişki, kararsızlığın yalnızca bilgi eksikliğinden değil, aynı zamanda kavramsal sınırların netleşmemesinden kaynaklandığını göstermektedir (Yılmaz, 2019)

Bu çalışmanın en önemli tartışma noktalarından biri de kavram yanlışlarının yalnızca öğrencilerde değil, öğretmen adaylarında da güçlü biçimde varlığını sürdürmesidir. Öğretmen adaylarının sahip oldukları bu

yanılgılar, ileride sınıf içi açıklamalar, örnek seçimleri ve yönlendirmeler yoluyla öğrencilere doğrudan aktarılma potansiyeli taşımaktadır (Arslan & Ünal, 2023; Smith, diSessa, & Roschelle, 1994). Bu nedenle öğretmen yetiştirme sürecinde benzerlik-eşlik gibi temel geometrik kavramların; bilişsel çatışma temelli öğretim stratejileri, somut materyaller, dinamik geometri ortamları ve oransal-ilişkisel muhakemeye dayalı öğretim tasarımları ile yeniden yapılandırılması çok önemlidir.

Sonuç

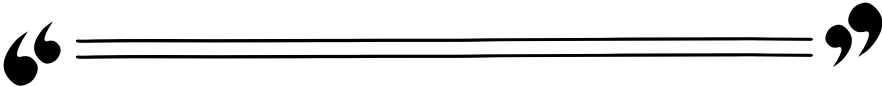
Bu araştırmada 2. ve 3. sınıf ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dikdörtgenlerde eşlik ve benzerlik kavramlarına ilişkin düşünme biçimleri senaryo temelli bir problem üzerinden incelenmiştir. Bulgular, adayların çoğunluğunun doğru sonuca ulaşmasına rağmen, gerekçelerin her zaman oransal ve kavramsal derinliğe dayanmadığını göstermiştir. Özellikle toplamsal artışı benzerlik sanma, eşlik-benzerlik karışıklığı ve görsel temelli değerlendirmeler her iki sınıf düzeyinde de sürdürülen temel yanılgılar olarak öne çıkmıştır. Sınıf düzeyi arttıkça oransal muhakemenin geliştiği görülse de bu gelişim her zaman ilişkisel anlamaya dönüşmemektedir. Bu durum, öğretmen adaylarının büyük ölçüde algısal ve işlemsel bir çerçevede kaldıklarını, van Hiele'in üst düzey geometrik düşünme basamaklarına geçişin sınırlı olduğunu ve Skemp'in tanımladığı anlamda ilişkisel öğrenmenin yeterince gerçekleşmediğini göstermektedir.

Kaynaklar

- Arslan, Z., & Ünal, H., (2023). Üçgen Kavramına Yönelik Kavram Yanılgısının Araştırılması. *Eğitim Bilimlerinde İleri ve Çağdaş Çalışmalar* (pp.271-288), İstanbul: Duvar Yayınları.
- Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R. R. (2000). *How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School*. Washington DC: National Academy Press.
- Creswell, J. W. (2012). *Educational research. Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research* (University of Nebraska–Lincoln; 4.Baskı). Pearson Education.
- Duatepe Paksu, A. (2016). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri. E. Bingölbali, S. Arslan, ve İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik Eğitiminde Teoriler içinde* (s. 266-275). Pegem Akademi.
- Duval, R. (2006). A Cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 60–72. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.08.003>
- Hiebert, J. (Ed.). (1986). *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (1st ed.). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203063538>
- MEB. (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 1-5.Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara.
- Misailidou, C., & Williams, J. (2003). Diagnostic assessment of children's proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 22(4), 335–368
- Mut, A.İ. ve Lezgi, M. (2025). Türkiye'de geometri öğrenme alanındaki kavram yanılgıları üzerine yapılmış bilimsel çalışmaların betimsel analizi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 16(1), 1537-1561. DOI. 10.51460/baebd.1618365
- Özkan, K. (2019). *Farklı öğretim kademesindeki öğrencilerin dörtgenlere ilişkin bilgi düzeyleri ve kavram yanılgılarının incelenmesi* [Tez No: 558810] (Yüksek lisans tezi, Uşak Üniversitesi)
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Smith III, J. P., diSessa, A. A., & Roschelle, J. (1994). Misconceptions Reconceived: A Constructivist Analysis of Knowledge in Transition. *Journal of the Learning Sciences*, 3(2), 115–163. https://doi.org/10.1207/s15327809jls0302_1
- Star, J. R. (2005). Reconceptualizing procedural knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 404–411.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight. A Theory of Mathematics Education*. London: Academic Press.
- Wiersma, W. (2000) *Research Methods in Education: An Introduction*. 7th Edition, Ally & Bacon, Boston, MA.
- Yılmaz, H. Z. (2019). *Altıncı sınıf öğrencilerinin çokgenler ve dörtgenler konusundaki kavram yanılgılarının GeoGebra ile bilişsel çelişki oluşturarak giderilme sürecinin incelenmesi* [Tez No: 589602] (Yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü)



Müziksel Etkinliklerin Ortaokul 6. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Motivasyonu ve Tutumuna Etkisinin İncelenmesi



Yasemin SARIKAYA¹

Şevval GÖKCEN²

¹ Öğrenci, Yıldız Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, yaseminsarikayaa@hotmail.com, 0009-0006-3198-6169

² Arş. Gör., Yıldız Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, sgokcen@yildiz.edu.tr, 0000-0002-3552-0298

Giriş

Eski çağlardan beri matematiğin müzikle olan ilişkisi birçok matematikçi tarafından değerlendirilmiştir. Aynı zamanda başta Platon ve Aristoteles olmak üzere birçok filozof matematik ve müzik arasındaki ilişkiyi vurgulayıp, müziğin insan ruhu için en yüce sanat olduğunu savunmuşlardır. Müzik, sanatın bir elemanı sayılırken, matematik de bilimin bir elemanıdır (Topcu ve Bulut, 2016). Müzik estetik değerlere, matematik ise kesin doğrulara odaklanmış olsa da, ilk bakışta ayrık görünen bu iki disiplinin tarihsel gelişimi birbirine paralel bir seyir izlemiştir. Her iki alan da evrensel ve estetik bir dile sahip olmaları nedeniyle, antik dönemlerden günümüze değin birbirleriyle ilişkilendirilmiş; hatta Antik Yunan'da müzik, matematiğin dört temel alt dalından biri sayılmıştır. Müziğin tarihsel evrimi incelendiğinde, ezgiden önce ritmin ortaya çıktığı ve bu ritmik yapının temelinde matematiksel bir uyumun yattığı görülmektedir. Fizik ve felsefe gibi pek çok bilim dalıyla etkileşim halinde olan müziğin matematik üzerindeki yansımaları, araştırmacıların tarih boyunca ilgisini çeken önemli bir konu olmuştur. Bu kapsamdaki literatür incelendiğinde, çalışmaların ağırlıklı olarak müziğin matematiksel kavram edinimi, matematiksel düşünme becerisi, performans ve bilişsel süreçler üzerindeki katkılarına odaklandığı görülmektedir (Gençel Ataman, 2014).

Disiplinler arası öğretim yaklaşımının kökenleri 1990'lara uzanmakla birlikte, Türkiye'deki matematik eğitime entegrasyonu asıl olarak 2005 İlköğretim Matematik Öğretim Programı ile gerçekleşmiştir. "Her çocuk matematik öğrenebilir" mottosuyla şekillenen bu program, matematiğe dair algıyı dönüştürmüş ve dersin diğer disiplinlerle bağlantı kurularak işlenmesini teşvik etmiştir (Işıtan ve Doğan, 2020). Bu bağlamda, mevcut çalışma matematik ve müzik disiplinlerinin kesişim noktalarına odaklanmaktadır. Eğitim bilimlerinde tüm öğrencileri kapsayan ve her konuya uygulanabilen tek tip, evrensel bir metottan bahsetmek mümkün değildir. Matematik derslerindeki akademik başarısızlığın temel nedenlerinden biri, bu metodolojik çeşitliliğin göz ardı edilmesidir. Sadece sunuş yoluyla anlatıma dayalı monoton bir öğretim sürecinin başarı getirmesi hiçbir branşta mümkün olmadığı gibi, matematikte imkansızdır. Dolayısıyla öğretmenlerin öncelikle kalıplaşmış pedagojik tutumlarını terk etmeleri; matematiği dinamik bir düşünme sürecine evriltecek materyaller tasarlayarak yenilikçi yaklaşımları benimsemeleri gerekmektedir (Yıldırım, 2004).

Matematik dersinin genel amaçları incelendiğinde, matematiğin diğer alanlarla ve günlük hayatla ilişkilendirilmesinin matematiğin anlamlandırılmasında ve öğretilmesinde önemli olduğu görülmektedir (MEB, 2009). Öğrencilerin matematik derslerine daha motive ve istekli bir şekilde dahil olabilmeleri için okul öncesi eğitimden itibaren çeşitlenen öğretim stratejilerine başvurulmaktadır (Aktaş ve Erdoğan Kaya, 2020). Söz konusu stratejilerden biri olan matematik ve müzik birlikteliği üzerine yapılan

uluslararası incelemeler, müzik eğitiminin matematik başarısını destekleyici rolünü açıkça ortaya koymaktadır (An ve diğerleri, 2014; Courey, Balogh, Siker ve Paik, 2012; Gouzouasis, Guhn ve Kishor, 2007; Haley, 2001; Hamilton ve diğerleri, 2018; Helmich 2010; Johnson ve Memmott, 2006; Whitehead, 2001). Türkiye özelinde yapılan az sayıdaki araştırmadan Karşal (2004), müzik yeteneği yüksek olan öğrencilerin matematik yeteneği ve soyut zeka düzeylerinin de yüksek olduğunu vurgulamıştır. Bir diğer çalışmada Dinçer (2008), ilköğretim ikinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği uygulamada, müzik tabanlı oyunların matematiksel başarıyı ve derse karşı geliştirilen tutumu olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşmıştır. Son zamanlarda bu alanda yapılan çalışmalarda biri olan Bulut (2023), ortaokul 7.sınıf matematik dersi 'Çember ve Daire' alt öğrenme alanına ilişkin kazanımların Orff Yaklaşımından yararlanarak müziksel eğitim ve şarkılar kullanarak öğretimin öğrencilerin akademik başarılarına ve tutumlarına etkisini incelemiştir. Işıtan ve Doğan (2020), nota, ölçü, ritim ve armoni gibi temel müzik öğelerini birer öğretim aracı olarak kullanarak, kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinin kavratılmasını amaçlayan bir çalışma ortaya koymuştur. Alan yazında çalışmalar mevcuttur ancak yine de ortaokul seviyesinde müziğin matematik öğretmede kullanımına ilişkin daha fazla çalışmaya ihtiyaç vardır. Bilim, teknik ve sanat üçlüsü her alanda olduğu gibi eğitim alanında da birbirini destekleyip güçlendirir, çeşitlendirip zenginleştirir ve tamamlayıp bütünler (Uçan, 1997). Nitelikli eğitim amaçları doğrultusunda da, öğrencilerin matematiğin farklı disiplinleri ile çalışmalar yürütmesi öğrencilerin daha kapsayıcı ve kalıcı öğrenmeler gerçekleştirmesine yardımcı olacaktır. TÜBİTAK 2209-A Üniversite Öğrencileri Araştırma Projeleri Destekleme Programı kapsamında kabul edilen bu projede alan yazının bu anlamda zenginleştirilmesine katkı sağlamayı amaçladık. Matematik öğretiminde müzik etkinlikleri kullanarak, ortaokul öğrencilerinin matematik dersine karşı tutumlarını ve motivasyonlarını geliştirmek bu çalışmanın amacını oluşturur. Araştırmanın sorusu "Müziksel etkinliklerle yapılan matematik öğretim etkinlikleri öğrencilerin matematiğe karşı tutum ve motivasyonlarını nasıl etkiler?" şeklindedir. Bu araştırma sorusuna cevap verebilmek amacıyla oluşturulan araştırmanın hipotezleri ise, " H_0 : Müziksel matematik etkinliklerine katılan öğrencilerin matematiksel tutumlarının ön test ve son test sonuçları arasında anlamlı bir fark yoktur." ve " H_0 : Müziksel matematik etkinliklerine katılan öğrencilerin matematiksel motivasyonlarının ön test ve son test sonuçları arasında anlamlı bir fark yoktur." şeklindedir.

Yöntem

Araştırma Deseni

Bu projede nicel araştırma yöntemleri kullanılmıştır. Bu yöntemlerden deneysel desen tercih edilmiştir. Bu çalışmada, deneysel araştırma yöntemleri kapsamında yer alan tek gruplu ön test-son test deseni kullanılmıştır. Yani, tek bir gruba ön ve son testler uygulanarak ölçümler yapılmıştır.

Örneklem

Araştırmanın örneklemini İstanbul ili içerisinde bulunan Milli Eğitim Müdürlüğüne bağlı bir ortaokulda öğrenim gören öğrenciler oluşturacaktır. Proje uygulamasına 26 öğrenci katılmıştır. Bu öğrenciler ortaokul 6. Sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Öğrencilere ilk hafta, ön test uygulanmıştır. Sonrasında, öğrencilerle yürütülen proje etkinlikleri, 3 haftalık sürede gerçekleştirilmiştir. Son olarak, öğrencilerle son test uygulaması yapılmıştır. Toplamda 5 haftalık uygulama süreci gerçekleştirilmiştir.

Veri Toplama Araçları

Bu projede, müziksel etkinliklerle zenginleştirilmiş bir matematik öğretimi yapılması planlanmaktadır. Bu bağlamda Akçakın (2018) tarafından geliştirilen “Matematik Öğrenmeye Yönelik Motivasyon Ölçeği (MÖYMÖ)” ve Gülburnu ve Yıldırım (2015) tarafından geliştirilen “Matematik Tutum Ölçeği (MTÖ)” kullanılmıştır. Ölçeklerin kullanımı için gerekli izinler alınmıştır. Belirtilen ölçekler ön test ve son test olarak kullanılmıştır. Ön test sonrasında öğrencilere müziksel matematik etkinlikleri proje yürütücüsü tarafından uygulanmıştır. Bu uygulama sonunda, öğrencilerle son test yapılarak bitirilmiştir.

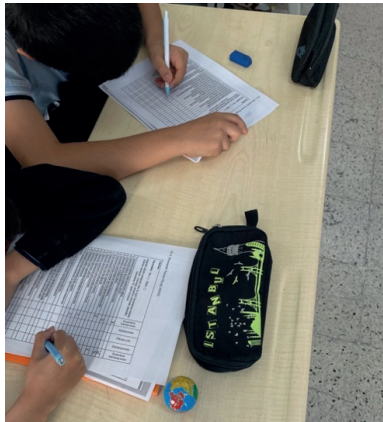
Verilerin Analizi

Araştırma verilerinin istatistiksel çözümü, IBM SPSS 24 paket programı aracılığıyla gerçekleştirilmiştir. Analiz sürecinde, katılımcıların ön test ve son test puanları arasındaki değişimin istatistiksel açıdan anlamlı olup olmadığını test etmek için ilişkili örneklem t-testi (paired samples t-test) kullanılmıştır.

Uygulama Aşamaları

Araştırmanın uygulama süreci, İstanbul il sınırları içerisinde Milli Eğitim Bakanlığı bünyesinde faaliyet gösteren bir devlet ortaokulunda dört hafta süreyle yürütülmüştür.

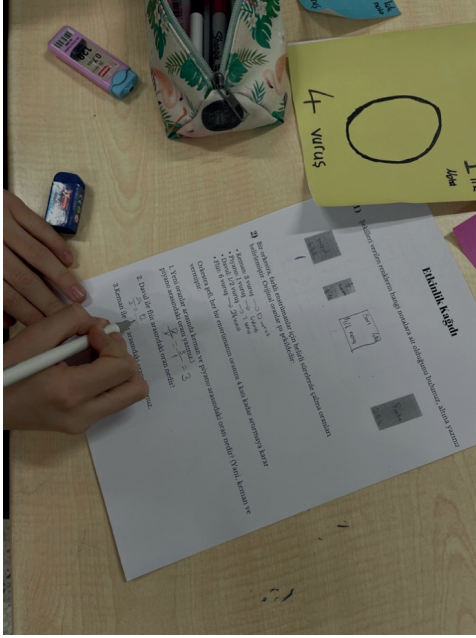
1. Hafta: Öğrencilere, uygulama öncesinde ön testler verilmiştir.



Şekil 1. Ön Test Uygulaması

2. Hafta: Nota ve Oran İlişisini Keşfediyorum Etkinliği

Etkinlik Uygulaması: İlk uygulamada, öğrencilere nota-müzik-matematik nereden geliyor hikayesini anlatılarak, öğrencilerin ilgisi çekilmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerde öncelikle müzik notasyonları ve kavramlarının neler olduğuna ilişkin farkındalık oluşturulduktan sonra oran ve nota ilişkisinden bahsedilmiştir. Müziksel notalardan bahsedilerek notalar öğretilmiştir. Nota ve vuruşları ile ilgili öğrencilere sorular yöneltilmiştir. Öğretmen öğrencilere “ikilik notayı kaç tane onaltılık nota ile oluşturabilirim?” gibi sorular sorarak bu kavramları işlemler yaparak pekiştirmesi sağlanır. Bu ifadeler pekiştikten sonra öğretmenin göstereceği ölçü örneğindeki notaların vuruş değerleri ile ilgili etkinlik formu verilmiştir.



3) Notaları oranlıyalım.(Vuruş değerlerine göre)

Nota 1	Nota 2	Oran (:)
		— : —
		— : —
		— : —
		— : —
		— : —
		— : —
		— : —
		— : —
		— : —

Şekil 2. Nota ve Oran İlişisini Keşfediyorum Etkinlik Kâğıdı Örnekleri

3. Hafta: Bloklarla İstenen Oranı Oluşturma Etkinliği

Etkinlik Uygulaması: Öğrenciler gruplara ayrılmıştır. Herkes grup farklı renklerde lego blokları alarak, kendilerine yöneltilen matematiksel oranları oluşturmaya çalışacaktır. Bunun için, öğrencilere verilen kağıtlarsa, oranlar yazmaktadır (1/5, 2/3 vb.) Çalan müzikle beraber doğaçlama bir şekilde sırasıyla oranları seslendirirler, oranın matematiksel söylemini öğrenirler. Öğretmen müziği durdurduğunda, öğrencilerin en son söylediği oranı lego bloklarla farklı renkleri kullanarak göstermeye çalışırlar. Çıkan oranı oluşturamayan veya doğru cevabı veremeyen grup yanar. Müzik tekrar başlatılır. Sırasıyla bu aşamalar tekrar edilir. Sona kalan kişi ve bu kişinin grubu oyunu kazanır.



Şekil 3. Bloklarla İstenen Oranı Oluşturma Etkinliği

4. Hafta: Süre ile Alkış Etkinliği

Farklı nota değerleriyle birlikte, farklı sürelerde el çırpma hızı da değişmektedir. Bunun için uygun melodiler kullanılmıştır. Öğrenciler, çalan melodi süresince ne kadar alkışladıklarını/el çırttıklarını, kaç saniyede bir çırttıklarını notlar aldılar. Sonrasında, proje yürütücüsü öğrencilere “Bu melodinin hızında, 30 saniye boyunca kaç kez el çırparsın?” sorusunu yöneltmiştir. Öğrenciler, 10 saniyedeki el çırpma sayılarını oranlayarak bulmaya çalışmışlardır. Sonrasında, öğrencilerden bir oran belirlemeleri istenmiştir. Elleriyle alkış şeklinde veya masaya vurarak o oranı oluşturmak için, belirli bir melodi oluşturmaya çalıştılar. Bu noktada ikilik, dörtlük notaların saniyeleri tekrar hatırlatılmış, öğrencilere kendi müziklerini oluşturulmaları için fırsat verilmiştir.

5. Hafta: Öğrencilere, son test uygulaması yapılmıştır ve proje uygulama aşaması sonlandırılmıştır.

Bulgular

Bu bölümde, öğrencilerin ön test ve son testlerinde yapılan tutum ve motivasyon testleri arasındaki ilişki incelenmiştir. Bu ilişkilerin ortaya çıkarılması için bağımlı örneklem t testi yapılacaktır. Analiz sürecinin ilk aşamasında, uygulanacak testin temel varsayımı olan normallik dağılımı incelenmiştir. Takip eden bölümde ise gerçekleştirilen uygulamalara ait bulgular detaylandırılacaktır.

Normallik Testleri

Tablo 1. Ön Test ve Son Test Verilerinin Normallik Testi Anlamlılık Değerleri

	Test Türü	p
Matematik Öğrenmeye Yönelik Motivasyon Ölçeği (Akçakın, 2018)	Ön Test	.512
	Son Test	.563
Matematik Tutum Ölçeği (Gülburnu ve Yıldırım, 2015)	Ön Test	.000
	Son Test	.458

Verilerin dağılım özelliğini belirlemek adına normallik analizlerine başvurulmuştur. Tablo 2'deki bulgular değerlendirilirken, verilerin normal dağıldığını varsayan sıfır hipotezi (H_0) temel alınmıştır. Literatürde belirtildiği üzere, hesaplanan anlamlılık değerinin $p>0.05$ 'ten büyük olması durumunda, puanların normallik varsayımını karşıladığı kabul edilmektedir (Büyüköztürk, 2011). Bu bağlamda "Matematik Tutum Ölçeği" ön test verileri dışında tüm veriler normal dağılmaktadır. Bu bağlamda MÖYMÖ için verilerde ön test ve son test karşılaştırmaları için parametrik testlerden olan bağımlı (ilişkili) örneklem için t testi uygulanmıştır. MTÖ için ise, parametrik olmayan testlerden Wilcoxon işaretli sıralar testi kullanılmıştır.

1. Matematik Öğrenmeye Yönelik Motivasyon Ölçeği Puanlarının Karşılaştırılması

Müzik destekli etkinliklerin, öğrencilerin motivasyon düzeyleri üzerindeki etkisini ve yarattığı farklılaşmayı belirlemek adına ilişkili örneklem t-testi (paired samples t-test) uygulanmıştır. İlgili analize ait bulgular Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. MÖYMÖ Ön Test ve Son Test Puanlarının Karşılaştırılması

	N	$\bar{x}$	ss	sd	t	p
Bağımlı örneklem t testi sonuçları	26	-.16543	.74498	25	-1.132	.268

Tablo 2, motivasyon ölçeğinden elde edilen ön ve son uygulama puanlarına ait betimsel istatistikleri (ortalama ve standart sapma) sunmaktadır. Bu puanlar arasındaki değişimin istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını test etmek amacıyla ilişkili örneklem t-testi uygulanmıştır. Analiz sürecinde, "Ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir farklılık yoktur" şeklindeki sıfır hipotezi (H_0) temel alınmıştır. Hesaplanan anlamlılık değerinin 0.05'ten büyük olması ($p > 0.05$) nedeniyle (H_0) hipotezi kabul edilmiştir. Bu bulgu, kontrol grubunun motivasyon düzeylerinde deney süresince istatistiksel açıdan anlamlı bir farklılaşma meydana gelmediğini göstermektedir.

2. Matematik Tutum Ölçeğinden Elde Edilen Ön Test ve Son Test Puanlarının Karşılaştırılması

Tablo 3. MTÖ Ön test ve Son test Puanlarının Karşılaştırılması

	N	p
Wilcoxon testi sonuçları	26	.439

Matematik Tutum Ölçeği'nden elde edilen puanlar arasındaki fark için Wilcoxon testi kullanılmıştır. Tablo 3, karşılaştırmadan elde edilen verileri içermektedir.

H_0 'a göre, "MTÖ ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir farklılık yoktur". Wilcoxon testi sonucunda, bu hipotez kabul edilmiştir [$p>0.05$]. İstatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunamamıştır.

Sonuç

Bu proje, matematik öğretiminde müziksel etkinliklerin öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumları ve motivasyonları üzerindeki etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Ortaokul 6. sınıf öğrencileriyle yürütülen çalışma kapsamında, matematik ve müzik disiplinlerini bir araya getiren etkinlikler ile öğrencilerin derse karşı tutum ve motivasyonlarında bir değişim olup olmadığı araştırılmıştır. Müzik aracılığıyla matematiği daha eğlenceli hale getirerek öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutumlar geliştirmeleri hedeflenmiştir. Çalışma, yarı deneysel nitelikte olup tek gruplu ön test-son test modeline göre dizayn edilmiştir. Çalışma grubunu, İstanbul ilindeki resmi bir ortaokulda eğitimine devam eden toplam 26 altıncı sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Uygulama toplam 5 hafta sürmüştür: 1. hafta öğrencilere ön testler uygulanmıştır. 2. hafta itibarıyla üç hafta boyunca her ders, müzikle entegre edilmiş matematik etkinlikleri gerçekleştirilmiştir. Örneğin, "Nota ve Oran İlişisini Keşfediyorum" etkinliğinde müzik notaları ve matematiksel oran kavramları birlikte ele alınmış; öğrenciler müzik notalarının süreleri ile kesirler arasındaki ilişkiyi keşfetmiştir. Başka bir etkinlikte öğrenciler, lego blokları kullanarak verilen kesir oranlarını müzik eşliğinde oluşturma oyunu oynamış ve ritim ile oran kavramlarını pekiştirmiştir. 5. ve son hafta ise öğrencilere son testler uygulanarak proje tamamlanmıştır. Bu süreçte öğrencilere matematiksel kavramlar, müziksel öğeler (nota değerleri, ritim, tempo vb.) aracılığıyla aktarılmaya çalışılmıştır. Proje etkinlikleri, öğrencilerin aktif katılımını teşvik eden, eğlence ve öğrenmeyi birleştiren bir öğrenme ortamı sunmayı amaçlamıştır. Öğrenciler grup çalışmaları, oyunlar, hikâyeler ve müzik eşliğinde matematiksel kesirler ve oranlar konularını işlemişlerdir. Araştırma boyunca toplanan veriler, Gülburnu ve Yıldırım (2015) tarafından geliştirilmiş Matematik Tutum Ölçeği (MTÖ) ile Akçakın (2018) tarafından uyarlanmış Matematik Öğrenmeye Yönelik Motivasyon Ölçeği (MÖYMÖ) puanlarına dayanmaktadır.

Elde edilen ön ve son ölçüm puanları; uygulamanın, katılımcıların matematik dersine yönelik tutum ve güdülenme seviyeleri üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir değişim yaratıp yaratmadığını sınamak amacıyla değerlendirilmiştir. Yapılan bağımlı örneklem t-testi sonuçlarına göre, Matematik Öğrenmeye Yönelik Motivasyon ölçeği puanlarının ön ve son test ortalamaları arasında anlamlı bir fark bulunamamıştır ($p = .268 > .05$). Bu sonuç, müziksel etkinliklerle geçen üç haftalık sürecin öğrencilerin matematik öğrenme motivasyonlarında istatistiksel açıdan kayda değer bir artış ya da azalış oluşturmadığını göstermektedir. Benzer şekilde, Matematik Tutum Ölçeği için yapılan Wilcoxon testi analizi de ön test ve son test tutum puanları arasında anlamlı bir fark olmadığını ortaya koymuştur ($p = .439 > .05$). Öğrencilerin matematik dersine yönelik tutumlarının proje sonunda başlangıç düzeyine kıyasla istatistiksel olarak değişmediğini göstermektedir. Kısacası, nicel sonuçlar hem tutum hem motivasyon boyutlarında H_0 hipotezlerini desteklemektedir, yani müziksel matematik etkinliklerine katılım öncesi ve sonrası tutum ve motivasyon puanları arasında anlamlı bir farklılık tespit edilmemiştir. Yine de elde edilen bulgular müzik destekli öğretimin olumsuz bir etkisinin olmadığını; aksine, mevcut tutum ve motivasyon düzeylerini koruyabildiğini göstermektedir. Bu da matematik dersinde müzik kullanımının en azından öğrencileri yabancılaştırmadığı, dersin sıkıcılığını artırmadığı şeklinde yorumlanabilir. Ayrıca, proje yürütücüsünün gözlemleri, öğrencilerin etkinliklerden keyif aldıklarını ve derse katılım sağladıklarını göstermektedir.

Bu projedeki bulgulara benzer şekilde, Işıtan ve Doğan (2020) bir kesirler konusunun müzikle öğretildiği yarı deneysel araştırmalarında, müzik destekli öğretimin öğrencilerin matematik başarısını yükselttiğini ancak öğrencilerin matematik tutumlarında istatistiksel olarak anlamlı bir fark yaratmadığını belirtmişlerdir. Bu projedeki bulgulardan farklı olarak, Yağışan, Köksal ve Karaca (2014), ilkökul düzeyinde müzik destekli matematik öğretiminin öğrencilerin matematik başarı, tutum ve öğrenmenin kalıcılığı üzerinde olumlu etkileri olduğunu bulmuştur. An ve diğerleri (2014), müzik ve matematiğin entegre edildiği derslerle öğrencilere yaklaşmanın, öğrencilerin matematiğe yönelik olumlu tutum ve motivasyonlarını anlamlı biçimde geliştirdiğini göstermiştir. Hamilton ve diğerleri (2018) bir pilot çalışmada müzik kullanılarak işlenen matematik derslerinin öğrenci katılımını ve derse yönelik pozitif duyguları artırdığını rapor etmiştir.

Sonuç olarak, “Müziksel Etkinliklerle Matematiği Eğlencele Öğreniyorum” projesi, altıncı sınıf öğrencileri için matematik öğrenme sürecini zenginleştiren yenilikçi bir deneyim sunmuştur. Bununla birlikte, projenin gözlemlenen faydaları nitel açıdan dikkate değerdir. Öğrencilerin müziksel etkinlikler sırasında daha istekli katılım gösterdikleri, matematik dersine karşı ilgilerinin arttığı ve öğrenmeyi eğlenceli buldukları, uygulama sürecindeki

gözlemlerden çıkarılabilir. Bu tür etkinlikler, özellikle matematikten çekinen veya motivasyonu düşük öğrenciler için derse karşı daha pozitif bir yaklaşım geliştirmeye zemin hazırlayabilir. Dolayısıyla, her ne kadar ölçek sonuçları anlamlı bir tutum değişikliği göstermese de, sınıf içi atmosfer ve öğrencilerin derse katılım biçimleri üzerinde olumlu etkiler yaratıldığı söylenebilir.

Eğitim uygulamaları bağlamında matematik derslerinde disiplinler arası yaklaşımlar; özellikle müzik, ritim ve hareket içeren etkinlikler, öğrencilerin matematiksel kavramları somutlaştırmasına ve derse aktif katılımına yardımcı olabilir. Öğretmenler, konuların yapısına uygun şarkılar, ritmik oyunlar veya enstrüman kullanımı gibi yöntemlerle dersleri zenginleştirerek öğrenmeyi daha etkileşimli hale getirebilirler. Araştırma açısından, ortaokul düzeyinde müzik-matematik ilişkisinin incelendiği çalışma sayısı az bulunmuştur ve literatürde bu boşluğu doldurmak üzere yeni araştırmalara gereksinim olduğu düşünülmüştür. Gelecekteki çalışmalarda, farklı deneysel desenlerin kullanıldığı, daha uzun süreli müdahalelerin etkisini inceleyen çalışmalar yapılması önerilebilir. Özellikle akademik başarı, derse katılım, öz-yeterlik gibi değişkenlerinin yanı sıra yaratıcılık, müziksel farkındalık ve derse yönelik kaygı gibi farklı birçok boyutlarda da etkilerin araştırılması öğrenciler ve öğretmenler için önemli olacaktır. Nitel verilerle desteklenen karma yöntemli çalışmalar, müziksel etkinliklerin öğrenci deneyimleri üzerindeki derinlemesine etkilerini ortaya koyabilir. Benzer projelerin farklı yaş gruplarında, farklı matematik konularında ve farklı müzik türleri/etkinlikleriyle tekrarlanması ile farklı sonuçlar elde edilebilir.

Kaynaklar

- An, S. A., Tillman, D. A., Boren, R., & Wang, J. (2014). Fostering elementary students' mathematics disposition through music-mathematics integrated lessons. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 15(3), 1-19.
- Işıtan, S., & Doğan, M. (2020). Müzik destekli matematik öğretiminin erişimi ve tutuma etkisi. *IBAD Sosyal Bilimler Dergisi*, (Aralık 2020), 404-424.
- Yağışan, N., Köksal, O., & Karaca, H. (2014). İlkokul matematik derslerinde müzik destekli öğretimin başarı, tutum ve kalıcılık üzerindeki etkisi [The effect of teaching math through music on achievement, attitude and retention of students]. *İdil Sanat ve Dil Dergisi*, 3(11), 1-26.
- Aktaş, M. ve Bulut, F. (2022). *Orff Yaklaşımı ile Öğretiminin Öğrenci Tutumuna Etkisi*. 6. Uluslararası Başöğretmen Eğitim Ve Yenilikçi Bilimler Kongresi, Burdur, Türkiye
- Aktaş, M., & KAYA, S. E. (2017). 8. sınıflarda geometrik cisimler öğretiminde Orff Yaklaşımı kullanımının akademik başarıya etkisi. *Van Yüzyüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(1), 47-72.
- Ataman, Ö. G. (2014). Ortaokul öğrencilerinin matematik dersi başarısında Mozart müziği etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(29-2), 81-93.
- Işıtan, S., & Doğan, M. (2020). Matematik müzik ilişkisi: Notalardan kesirlere. *Araştırma Temelli Etkinlik Dergisi*, 10(2), 100-111. <http://www.atad.info.tr/index.php/atad/issue/view/21>
- Büyüköztürk, Ş. (2011). Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı. Pegem Akademi.
- Courey, S. J., Balogh, E., Siker, J. R. ve Paik, J. (2012). Academic music: music instruction to engage third- grade students in learning basic fraction concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 81, 251-278.
- Dinçer, M. (2008). İlköğretim okullarında müziklendirilmiş matematik oyunları ile yapılan öğretimin akademik başarı ve tutuma etkisi. Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- Gouzouasis, P., Guhn, M. ve Kishor, N. (2007). The predictive relationship between achievement and participation in music and achievement in core grade 12 academic subjects. *Music Education Research*, 9(1), 81-92.
- Gülburnu, M., & Yıldırım, K. (2015). İlkokul ve ortaokul öğrencilerine yönelik matematik tutum ölçeği geliştirilmesi ve uygulanması. *VI. Uluslararası Türkiye Eğitim Araştırmaları Kongresi*, 568-581.
- Haley, J.A. (2001). The relationship between instrumental music instruction and academic achievement in fourth grade students. Doktora tezi, Pace University, U.S.
- Hamilton, T. J., Doai, J., Milne, A., Saisanas, V., Calilhanna, A., Hilton, C., ... Cohn R. (2018). Teaching mathematics with music: A pilot study. 2018 IEEE International Conference on Teaching, Assessment and Learning for Engineering (TALE 2018), University of Wollongong, Australia.
- Helmrich, B. H. (2010). Window of opportunity? Adolescence, music and algebra. *Journal of Adolescent Research*, 25(4), 557-577.

- Johnson, C.M. ve Memmott, J.E. (2006). Examination of relationships between participation in school music programs of differing quality and standardized test results. *Journal of Research in Music Education*, 54(4), 293-307.
- Karşal, E. (2004). Okul öncesi dönemdeki çocuklarda müzik yeteneği ve matematik yeteneği ilişkisi ve müzik eğitiminin matematik performansı üzerine etkileri. Doktora tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2009). İlköğretim matematik dersi 1-5.sınıflar öğretim programı. Ankara.
- Müzik ve Matematik İlişkisi (2018). Erişim adresi: https://musiconline.co/tr/blog/muzik-ve-matematik-iliskisi#google_vignette
- Aktaş, M. ve Bulut, F. (2022). *Orff Yaklaşımı ile Öğretiminin Öğrenci Tutumuna Etkisi*. 6. ULUSLARARASI BAŞÖĞRETMEN EĞİTİM VE YENİLİKÇİ BİLİMLER KONGRESİ, Burdur, Türkiye
- Topcu, H., & Bulut, N. (2016). Şarkılarla Yapılan Matematik Öğretiminin 6. Sınıf Öğrencilerinin Başarılarına Etkisi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17(1), 535-553.
- Uçan, A. (1997). Müzik eğitimi. Temel kavramlar- ilkeler- yaklaşımlar. Ankara: Müzik Ansiklopedisi.
- Whitehead, B. J. (2001). The effect of music-intensive intervention on mathematics scores of middle and high school students. Yayımlanmamış doktora tezi, Capella University, U.S.
- Yıldırım, C. (2004). Matematiksel düşünme. Remzi Yayınları



**Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Matematik
Öğretimi Programında Yer Alan 6. Sınıf
“Sayılar Ve Nicelikler (1)” Temasının
İncelenmesi**

“ ”

Çağla ÇAĞLAYAN SÜNNETÇİ¹

Hasan ÜNAL²

1 Uzman Öğretmen, 125. Yıl Ortaokulu, caglacaglayan9920@gmail.com, 0009-0005-7090-6451

2 Prof. Dr., Yıldız Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı, hunal@yildiz.edu.tr, 0000-0002-4661-111X

Giriş

21. İnsanların günlük yaşamlarında karşılaştıkları nesneleri, olayları ve durumları niceliksel olarak ifade etme gereksiniminden doğan sayılar, zaman içerisinde yalnızca sayma aracı olmaktan çıkarak matematiğin temel kavram alanlarından biri hâline gelmiştir. Nicelik kavramından hareketle gelişen sayı anlayışı, farklı özelliklere sahip sayı kümeleri ve bu kümelerde gerçekleştirilen işlemlerin soyutlanması yoluyla giderek daha karmaşık ve yapısal bir biçim kazanmıştır (Akkan ve Öztürk,2019).

Bu gelişim süreciyle birlikte bireylerin sayılara yönelik anlama, ilişkilendirme, tahmin etme ve sayısal akıl yürütme becerileri önem kazanmış; bu beceriler “sayı duygusu (number sense)” kavramı altında ele alınmaya başlanmıştır. Sayı duygusu, bireyin sayılar arasındaki ilişkileri anlamasını, sayıların yapısal özelliklerini fark etmesini ve bu özellikleri problem çözmede etkin biçimde kullanabilmesini sağlayan bir zihinsel yetidir (Reys et al., 1999; Yang, 2003). Bu bağlamda, “Sayılar ve Nicelikler” öğrenme alanı yalnızca işlemsel bilgi kazandırmakla kalmaz; öğrencilerin sayı duygusunu geliştirmeyi, yani sayıları anlamlı biçimde ilişkilendirme, örüntüleri fark etme ve genelleme yapma becerilerini güçlendirmeyi amaçlar. Çarpanlar, katlar, bölünebilme ve asal sayılar gibi kavramlar, öğrencilerin sayılar arasındaki yapısal ilişkileri kavramalarını sağlayarak kesirler, üslü sayılar, köklü sayılar ve cebirsel ifadeler gibi üstbilişsel düzeyde soyut kavramların anlaşılmasına temel oluşturur (Akkan ve Öztürk, 2019). Dolayısıyla bu kavramların öğretimi, sayı duygusunun gelişimini destekleyen ve öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerine derinlik kazandıran bir basamak olarak değerlendirilmektedir. Ayrıca bu kavramlar günlük hayatta da güvenlik sistemlerinde, şifrelemede, banka işlemlerinde, mühendislikte tasarımlarda karşımıza çıkmaktadır (Akkan ve Öztürk, 2019).

Dolayısıyla, bu kavramların öğretimi hem öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişimi hem de sayı duygusunun güçlendirilmesi açısından merkezi bir öneme sahiptir. “Sayılar ve Nicelikler” temasının ders kitaplarında ele alınış biçimi, öğrencilerin sayılar arasındaki ilişkileri keşfetme, genelleme yapma ve bu ilişkileri farklı bağlamlarda kullanabilme becerilerini desteklemesi bakımından dikkatle değerlendirilmelidir.

1. Doküman İnceleme ve Analiz Süreci

2024 eğitim öğretim yılında uygulamaya konan Maarif Modeli Matematik öğretim programı 6. Sınıf ders kitabında yer alan “Sayılar ve Nicelikler (1)” temasının çarpanlar ve katlar, bölünebilme kuralları, asal sayılar ve asal çarpanlar, en küçük ortak kat ve en büyük ortak bölen öğrenme çıktılarının ders kitabındaki yansımalarını incelemek amacıyla konunun temel kavramları ile ilgili olarak uluslararası ve ulusal alan yazındaki belgeler taranmış, 2024 yılı Maarif Modeli matematik öğretim programı ve 2025-2026 eğitim öğretim

yılı 6. Sınıf ders kitabı incelenmiştir. Konu ile ilgili yayınların incelenmesi, bu yayınlardan veri elde edilerek bu yayınlarla ilgili not alma ve değerlendirme yapılması sebebiyle çalışmanın yöntemi nitel araştırma yöntemlerinden doküman analizi olarak seçilmiştir. Doküman analizinde belli bir amaç doğrultusunda kaynaklar incelenir, not alınır, tartışılır ve değerlendirilir (Karasar, 2005 akt: Sak, Sak, Şendil ve Nas, 2021).

2. Ortaokul Öğretim Programlarında Sayılar ve Nicelikler (1) Öğrenme Alanı

Çarpanlar, katlar, bölünebilme kuralları, asal sayılar asal çarpanlar, en küçük ortak kat ve en büyük ortak bölen kavramlarına baktığımızda cumhuriyetin ilanından itibaren uygulanan programlarda 5. Sınıf kazanımlarında hiç yer almazken bu kavramlara ilk girişin 6. Sınıf kazanımlarında olduğu görülmektedir. Yıllar içinde değişen programlarda çarpanlar ve katlar konusu ilk kez 1977 programında verilip günümüze kadar konu çıkarılmadan devam etmiştir. 2,3,4,5,6,9,10 ile bölünebilme kuralları sadece 1931 programında yokken 8,25,125 ile bölünebilme kuralları sürekli değişikliğe uğramış 1977 yılından günümüze olan programlarda ise 6. Sınıf düzeyinden kaldırılmıştır. Asal sayılar, asal çarpanlar, ortak bölen ve ortak katlar ise 1977 yılına kadar değişiklikler göstermekte olup 1977 programından günümüze kadar olan programda ise yer aldığı görülmektedir. Ebob-Ekok ve Ebob-Ekok problemleri ise 2013,2017,2018 programlarında 6. Sınıf kazanımlarında yer almazken 2024 programında da sadece ortak bölen ve ortak kat kavramına yer verildiği, Ebob-Ekok ve Ebob-Ekok problemlerinin yer almadığı görülmektedir (İncikabı ve Korkmaz, 2018)

8. sınıfta ise bu konuların devamı olarak bölünebilme kuralları yer almazken çarpanlar ve katlar, aralarında asal sayılar Ebob-Ekok bulma ve Ebob-Ekok problemleri 2013 programından itibaren Maarif modele kadar yer almakta olup Maarif modelde 8. Sınıf düzeyinde yer almamaktadır (İncikabı ve Korkmaz, 2018; TYMM,2024).

2024 Maarif Modeli matematik öğretim programına baktığımızda ise Çarpanlar, katlar, bölünebilme kuralları, asal sayılar asal çarpanlar, en küçük ortak kat ve en büyük ortak bölen kavramlarının dağılımı ve içerdiği beceriler şu şekilde ifade edilmiştir:

- Çarpanlar, katlar, bölünebilme kuralları, asal sayılar asal çarpanlar, ortak kat ve ortak bölen kavramları sadece 6. Sınıf düzeyinde yer almıştır. Programda bu konu kapsamında öğrencilerden karşılaştığı problem durumlarında bir doğal sayının çarpan ve kat ilişkisine dair muhakemede bulunabilmeleri, bölünebilme kuralları ile ilgili olarak çıkarım ve genellemede bulunabilmeleri, bir asal sayının asal olma veya olmama durumunu analiz edebilmeleri, iki doğal sayının ortak kat ve ortak bölenlerini yorumlayarak problem çözmede kullanabilmeleri ve temel işlemler ve algoritmayla harmanlayabilmeleri beklenmektedir.

Ortak kat ve ortak bölen kavramında Ebob ve Ekok'a değinilmeyeceği önemle belirtilmiştir (TYMM,2024). 8.sınıfta da bu kavramlara değinilmemesi kendinden önceki programlarla arasındaki farklardan biridir.

- Konu ve kavramların ilişkili olduğu becerilere baktığımızda çarpanlar ve katlar kavramlarında muhakeme yapma ve matematiksel doğruluk üzerine düşünme, bölünebilme kurallarında çıkarım yapma, asal sayılar ve asal çarpanlar kavramlarında çözümleme, ortak kat ve ortak bölen kavramlarında ise yorumlama becerisinin ön plana çıktığı görülmektedir (TYMM,2024). Kavramlar ev ilişkili olduğu beceriler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 1. Sayılar ve Nicelikler (1) teması kavramları ve ilişkili becerileri

Alt Başlıklar	İlişkili Beceriler / Üst Düzey Düşünme Alanı
Bir doğal sayının çarpanları ve katları	Muhakeme yapma (çıkarm yapma ve matematiksel doğrulama yapma)
Bölünebilme kriterleri	Çıkarm yapma
Asal sayılar ve asal çarpanlar	Çözümleme
Ortak kat ve ortak bölen	Yorumlama

- 2024 yılı Maarif modeli programında 6. sınıf Sayılar ve Nicelikler (1) teması için ayrılan süreye baktığımızda sadece 6. sınıf düzeyinde 4 temel öğrenme çıktısı içinde 15 ders saati olarak planlandığını görmekteyiz (TYMM,2024). 2018 matematik öğretim programında ise bu süre 6. sınıflarda, 5 kazanımla 20 ders saati; 8. sınıflarda, 3 kazanımla 10 ders saati olarak verilmekteydi (MEB, 2018).

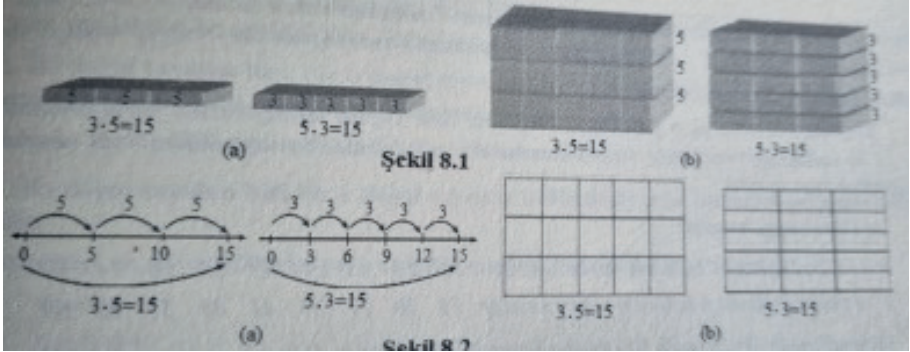
Ortaokul düzeyinde üslü sayılar, köklü sayılar, cebirsel ifadeler gibi üst düzey bilişsel becerileri kapsayan konuların temel taşı olan Sayılar ve Nicelikler (1) teması içeriğinin öğrencilere nasıl sunulması gerektiği biz matematik eğitimcileri için asıl önem kazanan konudur. Bu çalışmada öncelikle Sayılar ve Nicelikler (1) teması kavramları ve literatürdeki yeri 2024 Maarif modeli kapsamında 6. Sınıf ders kitabı Sayılar ve Nicelikler (1) teması içeriği ve işlenişi hakkında konuşacağız.

3.Sayılar ve Nicelikler (1) Teması İçeriği ve Ders Kitabına Yansımaları

1.1 Çarpanlar ve Katlar

Çarpanlar ve katlar için sayı teorisindeki tanımıyla bakarsak bölme algoritmasının tanımından yararlanırız. “ $b > 0$ olmak üzere a ve b tam sayıları için $a = qb + r$ ($0 \leq r < b$) olacak şekilde tek bir q , r çifti vardır ve tam sayıdır.” bölme algoritmasının tanımı olup r bölümden elde edilen kalandır (Akkan

ve Öztürk, 2019, sy. 134). “Herhangi iki a, b tam sayısı için $b \neq 0$ olmak üzere verilen a tam sayıları için $a = qb$ olacak şekilde bir q tam sayısı varsa b, a 'yı böler denir ve $b \mid a$ şeklinde gösterilir.” (Akkan ve Öztürk, 2019, sy. 135). Verilen tanımdan yola çıkarak b ve q 'nın a 'nın çarpanları olduğu söylenebilir. Ayrıca b sıfırdan farklı ve q tam sayı elemanıyken $a = qb$ ise a b 'nin bir katıdır denebilir (Akkan ve Öztürk, 2019). Burada öğrencilere kavramı tanıtırken sayılar teorisindeki gibi sembollerle ifade etmek henüz harfli ifadelerle ve tam sayılarla tanışmamış öğrencilere çok soyut gelecek ve kafa karıştıracaktır. Bu sebeple sayma sayılarından yararlanarak $b \cdot c = a$ ifadesini sayılarla somutlaştırıp b 'nin a 'yı kalansız böldüğü ve a 'nın b 'nin bir katı olduğu daha net ifade edilebilir. Bu durumda b 'nin a 'yı kalansız böldüğü durum gösterilip b 'ye bölen tanıtımı, aynı zamanda da b 'nin başka sayma sayılarıyla çarpılıp a 'yı oluşturmasından dolayı b 'ye çarpan tanıtımını vermek öğrencinin zihninde kavramın daha rahat anlaşılmasını sağlar (Baykul, 2009). Bu tanımda sınıf düzeyi ilerledikçe tanımları tam sayılarla genişletmek daha uygun olacaktır. Çarpan ve bölen tanımını verirken basit bir anlatımla her doğal sayının herhangi iki doğal sayının çarpımı şeklinde yazılabildiği ve bu sayıların her birine çarpan, bir doğal sayıyı tam olarak bölen sayma sayılarına da bölen ismi verildiği belirtilmelidir (Akkan ve Öztürk, 2019). Çarpan ve bölen kavramını verirken sayı çiftleri arasındaki ilişkilerin ifadesi ve fark edilmesi öğrencilerin bu kavramları anlamlandırmasını kolaylaştıracaktır. Bu anlamlandırmayı görsel şekilde destekleyerek yapılandırmayı kolaylaştırabilir. Aşağıdaki şekilde bu konuya yardımcı olan somut materyal örneklerinden doğrusal, dikdörtgensel ve üç boyutlu modeller gösterilmiştir.

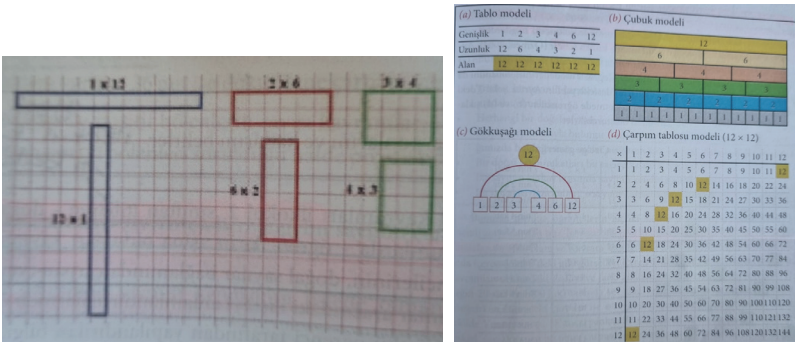


Şekil 1. Çarpanlar ve katlar öğretiminde kullanılacak model örnekleri (Baykul, 2009, sy.159)

Bir sayının çarpanları ve bölenlerini bulurken okul matematiğinde önce kuşak yöntemi ve sayılar arası ilişkilere soyut bir şekilde odaklanılmaktadır. Somut materyalleri kullanmak öğrencilerin bu ilişkileri görmesini daha da kolaylaştıracaktır. Öğretimde somuttan soyuta ilkesi gereğince önce bu materyalleri kullanabiliriz.

Çarpan ve bölen kavramları dışında öğrenilen bir diğer kavram olan kat kavramı, “sıfırdan farklı herhangi bir doğal sayının başka bir doğal sayı ile çarpılması sonucu elde edilen sayıya” denir (Akkan ve Öztürk, 2019, sy. 137). Bu tanım gereği bir doğal sayının kalansız böldüğü tüm sayılar o doğal sayının katı olduğu söylenebilir (Akkan ve Öztürk, 2019). İlkokul düzeyinde çarpım tablosu ile ilişkilendirme ve sayı doğrusunda gösterim öğrencilerin kavramı yapılandırmasına yardımcı olabilir. Sayı doğrusunda anlamlandırılan kat kavramı ortaokulda genelleştirilerek önce doğal sayılarda daha sonra da tam sayı ve rasyonel sayılarda kat kavramının yapılandırılmasına temel oluşturur (Akkan ve Öztürk, 2019).

Çarpanlar ve katların öğretimine baktığımızda kesirlerin genişletilmesi ve sadeleştirilmesi, kesirlerde ve rasyonel sayılarda işlemler, üslü ve köklü sayılar, cebirsel ifadelerin çarpanlara ayrılması gibi konuların temel yapıtaşını oluşturduğu için öğretimi hassas bir şekilde ele alınmalıdır. Çarpan ve kat kavramı 2018 programında ilkökulda çarpma ve bölme temelli olarak, 2024 maarif modeliyle birlikte de 2. sınıfta sadece çarpma ve bölme kavramlarının verilmesiyle oluşan çarpım ve kat kavramının 6. Sınıfta detaylandırıldığını görmekteyiz (Akkan ve Öztürk, 2019; TYMM, 2024). Programın bütüncül yapısı ve yapılandırmacılık felsefesi doğrultusunda öğrencinin ön bilgilerine dayalı olarak, aktif bir şekilde öğrenmelerini yapılandırabileceği bir ortam sunulmalıdır. Bu ortam yaratılırken daha basit olan kat problemlerinden, somut modellerle başlanmalıdır. Öğrencilerin çarpım ve bölüm durumlarını sözel ve sembolik karşılıklarını ifade etmeleri beklenebilir. Örneğin “Her bir kutu içinde 10 yumurta olan 3 kutuda kaç yumurta vardır?” ifadesi sözel ve sembolik durumlarla incelenebilir. Bu incelemede 10×3 durumu önce 3×10 şeklinde sonra $3 \times 2 \times 5$ şeklinde sonra 15×2 ya da 6×5 şeklinde de yazılabileceği incelenilerek sayılar arası çarpım ilişkileri fark ettirilebilir (Akkan ve Öztürk, 2019). Bir doğal sayının çarpanlarının keşfettirilmesi amacıyla çarpan ağacı ve gökkuşağı modeli dışında alanları aynı çevreleri farklı dikdörtgenlerden, tablo modelinden ve çarpım tablosu modelinden yararlanılarak görsel hafıza desteklenebilir. Bu somut modeller aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



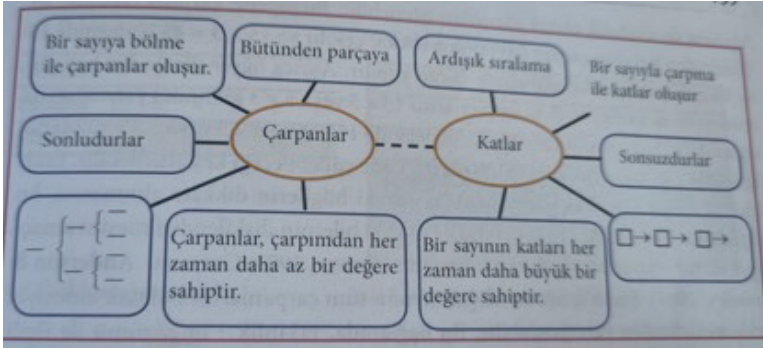
Şekil 2. Sayıların çarpanlarının bulunmasında kullanılabilecek somut modeller (Akkan ve Öztürk, 2019)

Kat kavramının verilmesinde de çarpan kavramında olduğu gibi somut materyaller olan sayının katlarını çarpım halinde gösteren çizelge gösterimi, sayının katlarını yüzlük tabloda veren yüzlük tablo gösterimi, sayı doğrusu modeli ve sayı dizisi gösterimi kullanılabilir. Burada özellikle dikkat edilmesi gereken durum çarpan ve katların benzerlikleri olsa da farklılıkların özellikle belirtilmesidir. Bu kavramların karıştırılması, birbirinin yerine kullanılması öğrencide zorluk ve kavram yanlışlarına yol açmaktadır. Bu yanlışlardan bazıları şunlardır:

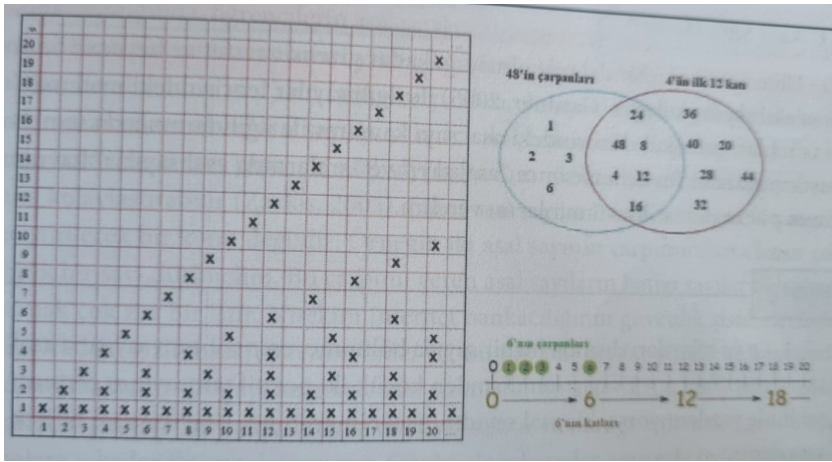
- Dilsel benzerlik, öğretimde net tanımların ve örnek-karşı örnek ayrımının eksikliği sebebiyle çarpan – bölen ve kat kavramlarını birbirinin yerine kullanarak, çarpan ve kat kavramının aynı olduğunu düşünme,
- Sayıların büyüdükçe çarpanlarında artacağı düşüncesiyle belirli örneklerden yola çıkarak istisnaları dikkate almadan kural oluşturmaları sonucu aşırı genelleme yapma,
- Terimler arasındaki nesne- nicelik farkının öğretilmemesi; “bölen” (öge) ile “bölen sayısı” (nicelik) ilişkisinin gösterilmemesi sonucu pozitif bölen ve pozitif bölen sayısı kavramlarını karıştırma,
- En küçük katın kendisi olduğunu anlayamama sebebiyle oluşan mantıksal hata,
- Sıfırla ilgili özel kuralların (bölme tanımsızlığı, pozitiflik tanımı) açıklanmaması; günlük dilde “her sayıyı bölen” yanlış genellemesi sonucu sıfırın pozitif bir bölen olduğunu düşünme

Aşırı genelleme sonucu sıfır hariç tüm doğal sayıların herhangi bir sayının çarpanları olduğunu düşünme olarak yanlışları sınıflandırabiliriz (Akkan ve Öztürk, 2019).

Bu yanlışların, zorlukların ve aşırı genellemelerin temel nedeni kavramların tam ve net bir şekilde açıklanmamasıdır. Çarpan ve kat kavramını verirken kavramlar arası farkların net bir şekilde açıklanması, temel kuralların ifade edilmesi, ezber bozan örnekler verilerek sorgulanması, gerekirse somut materyaller kullanılması bu yanlışları önlemede yardımcı olacaktır. Aşağıdaki şekillerde çarpan ve kat kavramının farklılıkları ile bu farklılıkları belirtmede kullanılabilecek materyaller belirtilmiştir (Akkan ve Öztürk, 2019).



Şekil 3. Çarpan ve kat kavramları farklılıkları (Akkan ve Öztürk, 2019, sy.139)



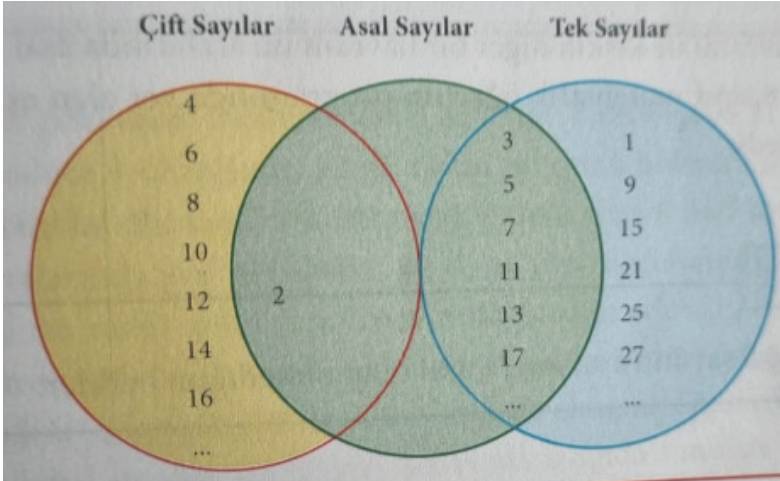
Şekil 4. Çarpan ve kat kavramlarının aynı anda modellenmesi (Akkan ve Öztürk, 2019, sy.143)

1.2 Asal Sayılar, Asal Çarpanlar ve Aralarında Asal Sayılar

Kelime anlamı “asıl, baş, temel” anlamına gelen asal kavramı yalnızca 1’e ve kendisine bölünebilen, yalnızca iki çarpanı/ bölüneni olan sayılar olarak matematikte kendine yer bulmaktadır (TDK, 2024; Akkan ve Öztürk, 2019). Kendinden ve 1’den başka hiçbir sayıya bölünemeyen bu sayılar, başka çarpanlardan oluşan 4,6,8 gibi farklı asal sayıların çarpımı ile oluşan bileşik sayılar için bir yapıtaş görevi görür. Sayıların kendi aralarındaki ilişki ve bu ilişkinin fark edilmesine dikkat edildiğinde asal sayıları anlamlandırmanın çarpan ve kat kavramını anlamlandırmayla yakın bir ilişkide olduğunu; çarpan ve kat kavramının asal sayılar için bir yapı iskelesi oluşturduğunu rahatlıkla görebiliriz (NCTM,2000 akt: Akkan ve Öztürk, 2019). Öğrencilerin asal sayıları anlamlandırması için öğrencilerin 1’den büyük olan herhangi bir sayının asallığını araştırabilmesi için asal sayının tanımını bilmesi, çarpım halinde verilen sayının çarpanlarının sadece 1 ve kendisi olması koşulunda

asal sayı olabildiğini anlamlandırması ve asal sayıların sonsuza uzandığını, asal olmayan sayının sadece 1 tane asal çarpanlarına ayrılmış şekli olduğunu bilmesi gerekir. Bu sebeple öğrencilerim önce asal sayıların özellikleri ve çarpan ilişkisini belirlemesi gereklidir (Akkan ve Öztürk, 2019).

Asal sayıların öğretiminde en yaygın olarak kullanılan yöntem olan “Erathosthenes Kalburu” öğrencilerin 1’den 100’ e kadar olan asal sayıları kat kavramını kullanarak keşfetmesini sağlar. Öğrencilere gökkuşağı yöntemi ve aynı alana sahip farklı dikdörtgenler kullanılarak da öğrencilerin asal sayılar ve bileşik sayılar arasındaki farklılıkları keşfetmesini hem görselleştirir hem de kolaylaştırır. Bir diğer yöntem olarak da öğrencilerin çift, tek ve asal sayılar arasındaki benzerlik ve farklılıkları belirlemesi için venn şeması kullanılabilir. Kullanılacak olan bu materyallerle öğrencilere sorgulama ve keşfetmeye dayalı bir öğretim planlanması öğrencilerin asal sayı kavramını yapılandırmasını destekleyecektir (Akkan ve Öztürk, 2019).



Şekil 5. Tek Çift Ve Asal Sayı Arasındaki İlişkiyi Gösteren Venn Şeması (Akkan ve Öztürk, 2019, sy.149)

Öğretimde dikkat etmemiz gereken diğer önemli bir husus ise asal sayılarla ilgili oluşabilecek kavram yanlışları ve sebebini bilmektir. Öğrencide görülebilecek kavram yanlışları ve sebepleri şunlardır:

- Tanım eksikliğinden kaynaklı olarak 0 ve 1’in asal sayı olduğunu düşünme. Öğrenciler “asal sayı yalnızca 1 ve kendisine bölünür” tanımını ezberleyip, 1’in “kendisine” bölünebildiğini fark ettikleri için asal sayılar arasına dâhil eder. 0 ise genellikle her sayıya bölünebilir zannedildiğinden karıştırılır. Tanımın “iki farklı pozitif böleni olma” koşulunun vurgulanmaması bu yanlışlığa yol açar.
- Öğrenciler “tek sayılar asaldır” genellemesini yapar. Çünkü 2 dışında tüm asal sayılar tektir. Öğrenci bu kısmı kaçırıp aşırı genelleme yapabilir.

- Derslerde genellikle 2, 3, 5, 7, 11 gibi küçük sayılarla çalışıldığından, öğrenciler “asal sayılar hep küçük” gibi yanlış bir izlenim geliştirerek sınırlı örneklemeden kaynaklanan genelleme hatasına düşerler. Öğretimde aykırı örneklerin verilmesi bu sebeple önemlidir.
- “Asal sayıların çoğu tek” ifadesi öğrencide “tüm tek sayılar asaldır” biçiminde aşırı genellemeye dönüşür. 9,15,21 gibi örnekleri vermek ve incelemek önemlidir.
- Öğrenciler “bölünebilme” tanımını yalnızca mutlak değer üzerinden düşünür, negatif sayıların da aynı özelliğe sahip olabileceğini sanır. Bu sebeple tanımda özellikle pozitif sayılar olduğu vurgulanmalıdır. (Bu konuya kadar tam sayılar kümesinin görülmemesi ilk zamanlar sorun yaratmazken ilerleyen zamanlarda kavram yanılgısına yol açabilir.
- Öğrencilere asal sayıların sonsuzluğu hakkında bilgi verilmemesi öğrencilerde bilgi eksikliğinden dolayı asal sayı kümesinin sınırlı sayıda olduğunu düşünmeye itebilir (Akkan ve Öztürk, 2019).

Bu kavram yanılgılarına düşülmemesi için asal sayı kavramının tanım ve özelliklerinin keşfetme etkinliklerinden sonra sebepleriyle birlikte açıklanması gerekir. Özellikle 0 ve 1’in özel durumları açıklanıp (1’in asal sayı olabilmesi için iki farklı çarpana sahip olması gerekirken 1’de sadece tek bir çarpan vardır. 0’ın kendisinden başka tüm sayılara bölünebilmesi yani sonsuz sayıda çarpanı/bölteni vardır.). Asal sayıların sonsuzluğu ile ilgili olarak Öklid’in teoremi basit bir şekilde öğrencilere sunulabilir (Akkan ve Öztürk, 2019).

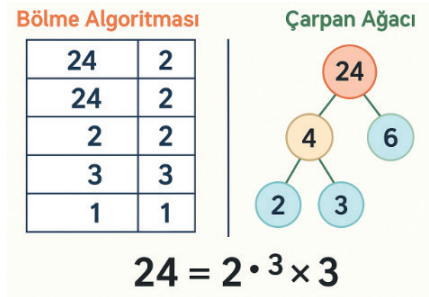
Çarpanlar ve asal sayı kavramlarının üzerine inşa edilen diğer bir kavram ise asal çarpanlar kavramıdır. 2024 maarif programında bu kavram 6.sınıfta bir doğal sayının asal çarpanlarını ve asal çarpanları arasındaki özellikleri belirlemekle sınırlı kalmaktadır. Asal çarpan kavramı 2024 maarif modelinde programdan kaldırılan ebob – ekok kavramlarının anlaşılmasında önkoşul bir kavram olarak dikkat çekmektedir. Sayı çiftlerinin gökkuşağı yöntemiyle çarpanlarına ayrılması ile ortak çarpanları bulunmayan sayıların aralarında asal olduğu keşfettirilebilir. Bu keşif esnasında tek-çift sayılar, ardışık sayılar, ardışık çift sayılar, iki asal sayı gibi sayı çiftleri alınarak aralarında asal sayıların özellikleri fark ettirilip, özelliklerle ilgili öğrencilerden varsayım oluşturmaları istenebilir (Akkan ve Öztürk, 2019). Aralarında asal sayıların asal sayı olması gerektiği 8 ile 9 gibi, farklı asal sayıların daima aralarında asal oldukları, ardışık iki doğal sayının daima aralarında asal oldukları önemle belirtilmelidir (Akkan ve Öztürk, 2019). Aralarında asal sayı ile ilgili oluşabilecek “Asal sayı” ile “aralarında asal” kavramlarının dilsel olarak benzemesinden kaynaklı oluşabilecek yanılgılara, aralarında asal sayıların asal sayı olması gerektiğini düşünmesiyle oluşan aşırı genellemelere, 1’den başka pozitif ortak bölteni olmayan sayıların aralarında asal olmadığını düşünme ile oluşacak mantıksal hatalara dikkat edilmesi gereklidir (Akkan ve Öztürk, 2019). Asal sayılar

ve aralarında asal sayılar kavramı öğretilirken öğrencilere ikiz asal sayılar, Goldbach varsayımı, mükemmel sayı, üçgensel sayı, dikkörtgensel sayı gibi sayı çeşitlerinin de sunulması konuyu ilgi çekici ve merak uyandırıcı hale getirebilir (Altun, 2018).

Asal çarpan kavramına geçtiğimizde aritmetiğin temel teoremi bizi karşılamaktadır. Aritmetiğin temel teoremi, asal olmayan ve 1 'den büyük herhangi bir bileşik sayının kendinden daha küçük olan asal sayıların çarpımı halinde yazılabileceğini; bu bileşik sayı için yalnız bir tane asal çarpan kümesi – dizisi olduğunu ifade eder (Akkan ve Öztürk, 2019). Bu durumda ortaokul düzeyinde asal çarpanların rahat anlaşılması için şöyle bir tanım verebiliriz: “Bir doğal sayının çarpanlarından asal sayı olanlara asal çarpan denir.” (MEB, 2025, s.42). Bileşik bir doğal sayıyı asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazmaya olanak sağlayan çarpanlara ayırmaya “asal çarpanlara ayırma” denir (Baykul,2009). Burada çarpanlara ayırma ve asal çarpanlara ayırma kavramlarına dikkat etmek gerekir. Aşağıda 24'ün çarpanlarına ve asal çarpanlarına ayrılmış halleri Şekil 6 ve Şekil 7'de gösterilmiştir.

Çarpan Çifti	Çarpım
1×24	24
2×12	24
3×8	24
4×6	24
6×4	24
8×3	24
12×2	24
24×1	24

Şekil 6. 24 'ün çarpanlarını bulma – çarpanlara ayırma



Şekil 7. 24 'ün asal çarpanları bölme algoritması ve çarpan ağacıyla bulma

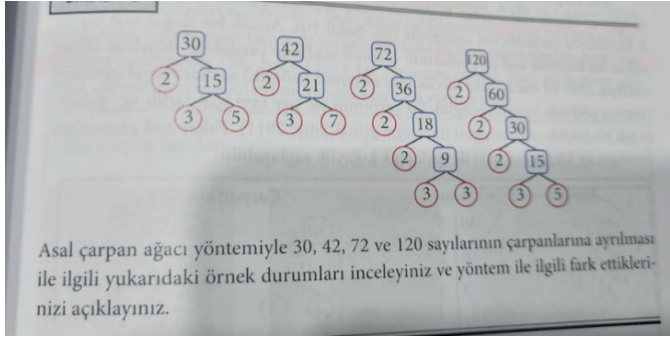
Şekil 6 ve Şekil 7'ye bakıldığında 24'ün çarpanlarını bulmada sayının bütün çarpanları asal sayı, asal sayı değil fark etmeksizin yazılırken amaç sayının hangi çarpanlar sayesinde oluştuğunu görmektir. Aynı zamanda bu çarpım birden fazla şekilde gösterilebilir. Asal çarpanların bulunmasında ise sadece asal sayılar kullanılır ve amaç sayının hangi asal çarpanlardan oluştuğunu görmektir. Çarpanlara ayırmadaki gibi birden fazla gösterim değil tek bir şekilde yazılım vardır. Asal çarpanlara ayırmada öğretimde en çok kullanılan yöntemler asal çarpan ağacı ve bölme algoritmasıdır (Baykul, 2009). Bu durumlar verilirken Şekil 8 ve Şekil 9'daki gibi örneklerle önce öğrencinin durumu ve çalışmanın özelliklerini fark etmesi, varsayımlar oluşturması daha sonra da bu çalışmayı kendisinin uygulaması beklenebilir.

ETKİNLİK 7

30	2	42	2	72	2	120	2
15	3	21	3	36	2	60	2
5	5	7	7	18	2	30	2
1		1		9	3	15	3
				3	3	5	5
				1		1	

Asal çarpanlar algoritması (bölen listesi) yöntemiyle 30, 42, 72 ve 120 sayılarının çarpanlarına ayrılması ile ilgili yukarıdaki örnek durumları inceleyiniz ve yöntem ile ilgili fark ettiklerinizi açıklayınız.

Şekil 8. Bölme algoritması örnek etkinlik (Akkan ve Öztürk, 2019, s.156)



Şekil 9. Çarpan ağacı yöntemi örnek etkinlik (Akkan ve Öztürk, 2019, s.157)

Asal çarpanların öğretiminde öğrencileri sorgulamaya yönlendiren, onların kabul ve genellemelere ulaştığı, işlemsel anlamlandırmadan daha çok kavramsal yapılandırmanın önem kazandığı bir öğretim tercih edilmelidir (Akkan ve Öztürk, 2019). Alan yazında bu öğretilere değineceğiz ancak hazır broşür kullanımı, karo kullanımı, fiziksel bloklar, sanal manipülatiflerinde öğretime katkı sunduğu yapılan birçok araştırmada belirtilmiştir (Szydlık, Szydlık ve Benson, 2003; Kurz ve Garcia, 2010; 2012a; 2012b; Fortz, 2016 akt: Akkan ve Öztürk, 2019). Ayrıca asal çarpanların öğretiminde çarpanların

katlarının da asal olduğunu varsayma, sayıyı asal çarpanlarına değil de çarpanlarına ayırma, asal çarpanların yazılımında sembol ve gösterimleri yanlış kullanma, daha büyük sayının daha fazla çarpanı olacağını düşünme gibi kavram yanlışlarına fırsat verilmemeye çalışılmalıdır (Akkan ve Öztürk, 2019).

1.3 Ortak Bölen ve Ortak Kat Kavramı

Matematiksel olarak $a, b \in \mathbb{Z}$ ve $d \neq 0$ olmak üzere, $d \mid a$ ve $d \mid b$ koşulları sağlandığında, d sayısı a ve b 'nin **ortak böleni** olarak tanımlanır. Sözel ifadeyle, iki veya daha fazla tam sayıyı aynı anda tam olarak bölen sayılar **ortak bölen** olarak adlandırılır. Benzer biçimde, $a, b \in \mathbb{Z}$ ve $k > 0$ olmak üzere, $a \mid k$ ve $b \mid k$ koşullarını sağlayan bir k tam sayısı mevcutsa, yani iki veya daha fazla sayının katları arasında ortak değerler bulunuyorsa, bu ortak değerlere **ortak kat** denir. Ortak kat ve ortak bölen kavramı ebob – ekok kavramlarının yanısıra lineer denklemlerin çözümünün de temelini oluşturmaktadır (Akkan ve Öztürk, 2019). 2024 programında MEB, günlük hayat problemleri bağlamında ortak kat ve ortak bölen kavramlarının sayıların ortak kat ve ortak bölen ilişkisini inceleme ve bu ilişkilerin çizim, tablo ve sayı doğrusu gibi matematiksel temsillerle gösterilmesi ve ilişkilerin öğrencilerin kendi ifadeleriyle tanımlanmasının önemini vurgulamıştır. Ebob ve ekok bağlamına ortaokul düzeyinde girilmemiştir (TYMM,2024). Öğretim esnasında ortak kat ve ortak bölen kavramları genel olarak problem bağlamında verilerek öğrencinin durumları ve ilişkileri fark etmesi beklenmektedir. Öğrencilere problemleri sunmadan önce ya da problemlerin çözümü esnasında durumu görselleştirecek şekilde sayı çubukları, sayı doğrusu, çarpan kuşağı, venn şeması gibi kullanmak kavramların daha rahat anlamlandırılmasını sağlayabilir. Nctm'de öğrenci anlayışını derinleştirmek için çeşitli temsiller (çizim, sayı doğrusu, sembolik gösterim) kullanılmasını önermektedir (NCTM, 2000; Akkan ve Öztürk, 2019). Bu şekilde öğrencilerin bir kavramı farklı yollarla temsil edebilmesi, onların soyut düşünme ve genelleme becerilerinin gelişmesini de kolaylaştırmaktadır. Problemleri verirken ortak bölenlerin sonlu olduğu, ortak katların sonsuz olduğu belirtilmeli, ortak kat ve ortak bölenlerin kullanım alanlarını farklı örnekler üzerinde benzerlik ve farklılıkları vurgulanmalıdır (Akkan ve Öztürk, 2019).

1.4 Bölünebilme Kuralları

Bölünebilme kurallarının temelini bölme işlemi ve bölme işleminin anlamlandırılması oluşturmaktadır. Bölme işleminin belirli bir bütünün her birinde eşit ve belirtilen sayıda olacak şekilde gruplara ayrılmasıyla oluşacak en fazla grup sayısını belirleyen grupta yaklaşımları ve belirli bir sayıdaki nesnenin, belirtilen miktarda gruba en fazla hangi miktarda olacak şekilde paylaşılmasını araştıran paylaşım yaklaşımı ile temeli atılmaktadır (Baykul, 2014 akt: Ulusan, 2019). Bölme işleminin okuldaki öğretimine baktığımızda

2018 öğretim programında 2. Sınıf ders kitabında “ardışık çıkarma işleminin kısa yolu” (Çelebi Akkaya, 2018 akt: Ulusan, 2019ve paylaştırma ve gruplamanın kısa yolu (Atlı, Doğangüzel, Güneş ve Şahin, 2018 akt: Ulusan, 2019) olarak geçerken; 2024 maarif modeli öğretim programında 2. Sınıflarda “İşlemlerden Cebirsel Düşünmeye” teması altında toplama ve çıkarma işlemlerinin ilişkisinin geliştirilmesiyle inşa edildiği görülmektedir (TYMM, 2024).

Ortaokul düzeyinde ise bölme işlemi çıkarma işleminin yanı sıra çarpma işlemi temelli olarak verildiği görülmektedir (Baykul, 2014 akt: Ulusan, 2019).

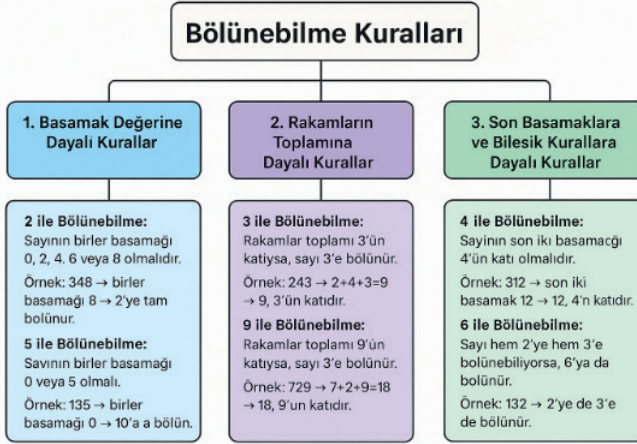
Bölünebilme kuralları ise bir doğal sayının sıfır dışında herhangi bir sayıya kalansız bölünüp bölünemediği bilgisinin bölme işlemi gerçekleştirilmeden kısa yoldan kontrol etmek için kullanılan yöntemlerdir (Ulusan, 2019). Bölünebilme ile ilgili öğretime baktığımızda genellikle bölünebilme kurallarının neden olduğuna değinilmeden kuralların sözel bir şekilde verilip bol alıştırma ile pekiştirildiğini görmekteyiz (Ulusan, 2019). Bu tarz bir öğretim öğrencilerde kavramı anlamsal kavramadan çok işlemsel kavramaya yönlendirir ve kavramın temelini sağlam şekilde atılmasına engel olur. Bölünebilme kurallarının öğretiminde kavramsal yapılandırmanın gerçekleştirilmesi ve öğrencilerin aktif olarak çalışabilmesi için onluk sistem bileşenlerini kullanarak öğrencilerin bölünebilme kurallarını keşfetmesi (Bennett, 2002), bu keşif içinde kapsamlı temel kurallar seti sunarak genellemeler yapabilmesi (Williams, 1963), bölünebilme kavramını daha önceki kavramlar olan çarpanlara ayırma, asal yapı ve çarpma-bölme ilişkilerinin birbirleriyle iç içe geçtiği bir yapı olarak ele alarak öğrencilerin yapı odaklı düşünmesi sağlanmalıdır (Zazkis, 1996).

Kısacası öğrencilerin ön bilgileri olan çarpan, kat, bölme kuralları ile ilişkilendirilerek “bölünebilmenin temel mantığının sayıların bölünebilen parçalara ayrıştırılması” olduğu genele doğru bir öğretim planıyla keşfettirilmelidir (Ulusan, 2019, s.181).

2024 maarif modeli kapsamında 6. Sınıf düzeyinde verilen bölünebilirlik kuralları 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10 ile bölünebilme kurallarıdır. Bu kurallarla ilgili olarak öğrencilerin bir doğal sayının katlarını veya basamak değerlerini dikkate alarak 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10’a tam bölünebilme kriterleri ile ilgili varsayımlarda bulunmaları, 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10’un katlarını ve basamak değerlerini inceleyerek genellemeleri belirlemeleri, elde ettiği genellemelerin, varsayımını karşılayıp karşılamadığını örnekler ile incelemeleri, 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10 ile tam bölünebilmesindeki kriterlere ilişkin önerme sunmaları ve tam bölünebilmesindeki kriterlerin farklı durumlarda kullanışlılığını değerlendirmesi beklenmektedir. Burada öğrencilerin çıkarım yapma becerisi ön planda tutulmaktadır (TYMM, 2024).

Bölünebilme kurallarını öğrencilere sınıflandırarak öğretebiliriz. Bu sınıflandırma öğrencilerin ilişkili kavramlar üzerinden anlamlı öğrenmesini

sağlar. Sınıflandırma başlıkları: basamak değerine dayalı kurallar, rakamların toplamına dayalı kurallar, son basamaklara ve bileşik kurallara dayalı kurallar olarak ayırmamız mümkündür. Öğretim sonucunda bu sınıflandırmaya dayalı olarak öğrencinin etkinliklerde bölünebilmeyi keşfetmesinin sonucu öğrencinin zihninde Şekil 10'da verilen kavram haritasının belirlemesini beklemekteyiz.



Şekil 10. Bölünebilme kurallarının sınıflandırması

• 2 ve 5 ile Bölünebilme, 10 ile Bölünebilme – Basamak değerine bağlı kurallar:

Verilen sayının onluk sistemdeki çözümlemesine baktığımızda onlar basamağı ve diğer yüksek basamaklardaki değerlerinde 10 çarpanı bulunması ve 10'un 2'nin katı olması sebebiyle bu basamaklar 2 ile tam bölünür. Bir sayının 2 ile bölünebilmesi birler basamağındaki rakama bağlı kalır. Birler basamağının 2'nin tam katı olduğu durumlarda sayı 2 ile tam bölünebilirken rakam 2'nin katı değilse sayı 2'ye tam bölünemez. Bunu sembolik olarak ifade edecek olursak ABCDE beş basamaklı bir sayı ve sayının çözümlemesi

$ABCDE = 10000.A + 1000.B + 100.C + 10.D + E$ olsun. 10 ortak parantezine aldığımızda

$ABCDE = 10(1000.A + 100B + 10C + D) + E$ olur 10 ortak çarpanının bulunduğu kısım 10'un 2'nin katı olması sebebiyle tam bölünür. Bölünebilirlik E'ye bağlı kalır (Peker, 2009).

5 ile bölünebilmeye baktığımızda aynı şekilde ister 10 ister 5 ortak çarpan parantezine aldığımızda $ABCDE = 5(2000.A + 200.B + 20.C + 2.D) + E$ olduğu için ortak çarpan parantezindeki kısım 5'in tam katı olur ve 5'e tam bölünür. Bu sebeple bölünebilirlik için birler basamağı olan E rakamına bakılır. E'nin 5'e tam bölünebilmesi için 5'in katı olan 5 ve 0 rakamını alması gerekir. 2 ve 5 ile

bölünebilmede birler basamağındaki sayının bölen sayı ile bölümünden kalan o sayının bölen sayı ile bölümünden kalanını verir (Peker, 2009). Burada özel durum olarak bir sayı 2 ile bölünemiyorsa kalanın her zaman 1 olduğu dikkat çekicidir (Ulus, 2019).

2 ve 5 ile bölünebilme kuralında öğrencinin bölünebilme kuralları üzerine yorum yapabilmesi için öncelikle kuralı keşfetmesi gerekir. Bu kuralı aşağıdaki etkinlikle rahatlıkla keşfettirebiliriz.

ETKİNLİK 3										
Öğrencilerden 2 ya da 5 sayılarının 20'e kadar katlarını ve bu sayıların birler basamağındaki sayılarını aşağıdaki gibi bir tabloya yazmaları istenir. Birler basamağındaki sayılar ile 2 ya da 5 sayıları arasındaki ilişkiye dikkat çekilerek öğrencilerin buradaki örüntüyü ifade etmeleri istenir. Bu örüntüden yararlanarak, öğrencilere 2 ya da 5 ile bölünebilme kuralı sezdirilmeye çalışılır.										
2'nin katları	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Birler basamağındaki rakam	2	4	6	8	0	2	4	6	8	0
5'nin katları	5	10	15	20						
Birler basamağındaki rakam	5	0	5	0						

Şekil 11. 2 ve 5 ile bölünebilme kuralı keşif etkinliği (Ulus, 2019, s.185)

Verilen sayıyı onluk tabanda çözümlediğimizde

$$ABCDE = 10000.A + 1000.B + 100.C + 10.D + E$$

$= 10(1000.A + 100B + 10C + D) + E$ olur. Bu durumda ABCDE'nin 10 ile bölünebilmesi E'ye bağlı kalır. E'nin 0 olması sayının 10'a tam bölünebilmesini sağlar. E, 0 değilse sayının 10 ile bölümünden kalan E'nin kendisi olur (Peker, 2009). Öğrencilere yüzlük tablo verilerek 10'un katı olan sayıların boyanması istenebilir. Boyanan sayıların ortak özellikleri tartışılarak 10'a bölünebilme ile farkındalık yaratma beklenebilir. Öğrencilere farklı basamak sayılarına sahip sayılar verilerek 10 ile bölünüp bölünemediği sorulduktan sonra basamak değeri ile ilişkilendirme yapılır. Bu ilişkilendirme sonrasında n basamaklı sayıların 10'a bölünebilmesi için de bu kuralın geçerli olup olmadığı tartışılarak genellemeye varılabilir (Ulus, 2019).

• 3 ve 9 ile Bölünebilme Kuralları – Rakamların Toplamına Bağlı Kurallar

2 ve 5 ile bölünebilmedeki gibi basamak değerleriyle ilişkilendirdiğimizde

$$ABCDE = (9999+1). A + (999+1). B + (99+1). C + (9+1). D + E$$

$$= 9999. A + 999. B + 99. C + 9. D + A + B + C + D + E$$

$$= 3.(3333. A + 333. B + 33. C + 3. D) + A + B + C + D + E$$

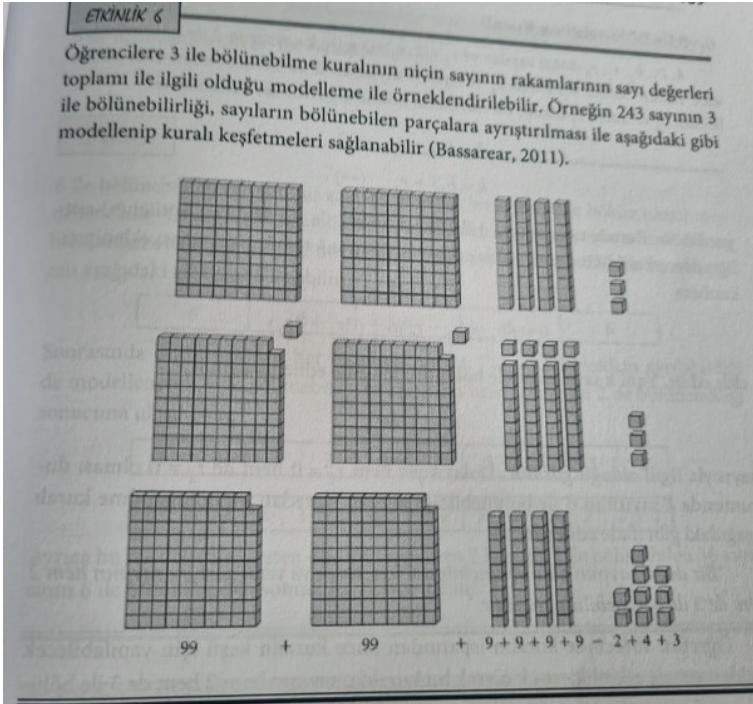
ETKİNLİK 5

Öğrencilerden 9 ya da 3 sayılarının rastgele bazı katlarını ve bu sayıların basamaklarındaki sayılar toplamını aşağıdaki gibi bir tabloya yazmaları istenir. Bu sayıların basamaklarındaki sayılar toplamı ile 9 ya da 3 sayıları arasındaki ilişkiye dikkat çekilerek, öğrencilere 9 ya da 3 ile bölünebilme kuralı sezdirilmeye çalışılır.

9'un katları	9	18	36	72	99	117	63	90	999	9999
Basamaklarındaki sayılar toplamı	9	9	9	9	18	9	9	9	27	36

3'ün katları	3	15	72	99	39	324	24	96	669	3999
Basamaklarındaki sayılar toplamı	3	6	9	18	12	9	6	15	21	30

Burada 3 çarpanının olduğu kısım 3 ile bölünebileceği için bölünebilirlik kısmı A,B,C,D ve E rakamlarının toplamına bağlı kalır. Aynı şekilde 9 ortak çarpan parantezine aldığımızda da rakamların toplamının 3 veya 9'un katı olması 3 veya 9'a bölünebilirliği verir (Peker, 2009). 3 ve 9 ile bölünebilme kurallarının keşfinde basamak değerleri ile ilişkilendirme öğrencinin zihninde anlamlandırma yapacağı gibi bunu modellerle pekiştirmek öğrencinin zihninde kuralın somutlaşmasını sağlar. Aşağıda verilen 2 örnek 3 ve 9'a bölünebilme kuralının keşfi için kullanılabilir.



Şekil 12. 3 ve 9'a bölünmede kullanılabilecek etkinlik örnekleri (Ulusan, 2019, s.188-189)

• Son Basamaklara ve Bileşik Kurallara Dayalı Kurallar

Verilen sayıyı onluk sistemde çözümlediğimizde yüzler ve daha yüksek basamaklarındaki rakamların basamak değerlerinde 100 çarpanı bulunması ve 100 sayısının da 4'ün katı olmasından dolayı 4 ile bölünebilmede sayının son iki basamağındaki rakamların 4'ün katı olması beklenmektedir.

$$ABCDE = 10000.A + 1000.B + 100.C + 10.D + E$$

= 4. (2500.A + 250.B + 25.C) + 10.D + E burada 4 ortak çarpan parantezine alınan kısım 4'ün katı olduğu için 4'e tam bölünür. Bölünebilme için 10. D+ E'ye yani son iki basamağa bakılır (Peker, 2009).

6 ile bölünebilme kuralı için elimizde A, B_1, K_1, B_2, K_2 doğal sayıları olsun ($K_1 < 2$ ve $K_2 < 3$), A sayısının 2 ile bölümünde bölüm B_1 kalan K_1 ; A sayısının 3 ile bölümünde bölen B_2 kalan K_2 olsun.

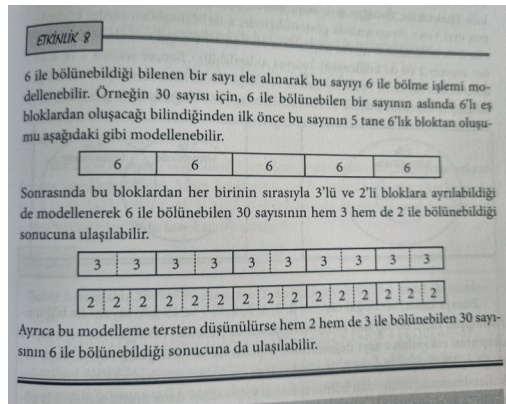
$$A = 2.B_1 + K_1$$

$A = 3.B_2 + K_2$ eşitliği yazılır 1. Eşitlik 3 ile 2. Eşitlik 2 ile çarpılır taraf tarafa çıkarılırsa

$A = 6.(B_1 - B_2) + 3.K_1 - 2K_2$ eşitliği elde edilir. Eşitliğin ikinci tarafına $2.K_2$ değeri çıkarıp eklediğimizde ve 6 ortak çarpan parantezine aldığımızda

$A = 6.(B_1 - B_2 - K_2) + 3K_1 + 4K_2$ elde edilir. 6 ortak çarpan parantezinde olan kısım 6 ile tam bölündüğü için $3K_1 + 4K_2$ 'nin 6 ile tam bölünebilmesi için K_1 ve K_2 'nin sıfır olması gerekmektedir (Peker, 2009).

Bu ispatın uzun ve ortaokul düzeyi için soyut kalacağı görülmektedir. Bu kuralın 2 ve 3 sayılarının aralarında asal ve çarpımlarının 6 olmasından yola çıkılarak 6 ile bölünebilme kuralına ulaşılabilir. Öğrencilerin bu kuralı keşfedebilmesi için yüzlük sayı tablosunda 2'nin ve 3'ün katlarının ayrı ayrı farklı renklere boyanarak ortak boyanan kutulara dikkat çekilebilir. Ayrıca 6 ile bölünebilme kuralı aşağıdaki şekilde verilen örnekteki gibi sayı çubukları ile somutlaştırılabilir (Uluslan, 2019).



Şekil 13. 6 ile bölünebilme kuralının somutlaştırılmasına bir örnek (Uluslan, 2019, s.191)

Bölünebilme kurallarının öğretimi, öğrencilerin sayı sisteminin mantığını keşfetmelerine imkân tanır. Basamak değerleri, rakam toplamaları ve sayıların yapısal ilişkileri üzerinden geliştirilen bu kurallar, öğrencilerin matematikte genelleme yapabilme, örüntü fark etme ve mantıksal çıkarımda bulunma becerilerini destekler. Dolayısıyla bölünebilmek kuralları, sayılar ve işlemler öğrenme alanında kavramsal anlam oluşturma'nın önemli bir bileşeni olarak görülmelidir. Sonuç olarak bölünebilme kuralları, sayıların temel özelliklerini anlamaya yönelik önemli bir öğretim konusudur. Bu kuralların öğrenciler tarafından anlamlı biçimde öğrenilmesi, sayıların yapısına ilişkin kavrayışlarını derinleştirir ve ileri düzey matematik konularının öğretimine temel oluşturur. Literatürde, bölünebilme kurallarının öğretimine yönelik farklı yaklaşımların, öğretim yöntemlerinin ve kavram yanlışlarının ele alındığı çeşitli araştırmalar bulunmaktadır. Bir sonraki bölümde “Sayılar ve Nicelikler (1)” teması ile ilgili olarak çarpan, kat, asal sayılar, asal çarpanlar ve bölünebilme ile ilgili çalışmalara ilişkin bulgulara yer verilmiştir.

1.5 “Sayılar ve Nicelikler (1)” Teması ile İlgili Literatür Çalışmaları

Sayılar ve Nicelikler 1 teması içeriğinde bulunan çarpanlar ve katlar, bölünebilme kuralları, ortak kat, ortak bölen, asal sayılar ile ilgili yapılan çalışmaları incelediğimizde Hurst, Hurrell ve Huntley (2021) çarpanlar ve katlar kavramına ilişkin öğrenci anlayışını ölçmek için yazılı anket ve açıklama soruları kullandığı çalışmalarında öğrencilerin temel bilgileri bildiğini fakat kavramları farklı bağlamlarda ilişkilendirmekte ve açıklamakta zorluk yaşadığını fark etmişlerdir. Zazkis (2004), asal sayıların kavramsallaştırılmasına odaklandığı çalışmada asal sayıların kavramsallaştırılmasında temsil seçiminin kavramsal anlama üzerinde güçlü etkisi olduğunu ve öğretimde birden çok temsilin kullanılmasının daha etkili olduğu sonucuna varmıştır. Benzer şekilde Watson, Rycroft-Smith ve Gould (2022), çarpanlar, katlar ve asal sayılar öğretimiyle ilgili uluslararası kanıtları topladığı çalışmalarında kavramsal bağlantılar, çoklu temsil, yapılandırılmış görevler ve yanlış kavramalara odaklanan öğretim yaklaşımlarının sınıf uygulaması ve tartışma temelli yapılmasını önermektedirler. Peter Potgieter ve Pieter Blignaut'un (2018) çalışması ise diğer araştırmacılar tarafından farklı olarak öğrencilerin bölünebilirlik kurallarını ne ölçüde kavradığını göz izleme (eye-tracking) yöntemiyle analiz ederek geleneksel doğru-yanlış temelli ölçmelerin ötesine geçmektedir. Bulgular, birçok öğrencinin doğru yanıt vermesine rağmen kuralları uygun stratejilerle kullanmadığını, çoğunlukla sayıların belirli basamaklarına odaklanarak tahmin yürüttüğünü göstermektedir. Bu yönüyle çalışma, bölünebilirlik kurallarının öğretiminde kavramsal anlama ve strateji kullanımının değerlendirilmesi gerektiğini vurgulayan önemli bir katkı sunmaktadır. Uluslararası literatürde karşılaşılan diğer farklı ve dikkat çekici çalışma ise Lee (2012) tarafından geliştirilen “L-şekilli algoritma” çalışmasıdır. Bu çalışma çarpanlar ve katların öğretiminde geleneksel yöntemlere alternatif

olarak görsel, adım adım işleyen ve sayıların yapısını ortaya çıkaran bir yaklaşım sunmaktadır. Çalışmada algoritma, özellikle 2, 3, 5 ve 7 gibi temel asal bölenler üzerine kurulmuş olup, öğrencilerin bir sayıyı sistematik bir biçimde asal bölenlerine ayırmasını kolaylaştırmaktadır. Lee, öğrencilerin yalnızca bölme yaparak sonuca ulaşmalarının kavramsal bir temele karşılık gelmediğini; bunun yerine sayıların asal yapısının belirginleştirildiği bir görsel düzenlemenin öğrenmeyi daha derinleştirdiğini vurgulamaktadır. L-şekilli şema, öğrencinin her bir asal kontrol adımını izleyerek “neden bölünebilir” sorusunun cevabını somut biçimde görmesini sağlar ve böylece bölünebilirlik, ortak bölen–ortak kat ilişkileri, çarpan–kat hiyerarşisi ve asal çarpanlara ayırma arasında bütünlüklü bir bağ kurar. Bu yönüyle Lee’nin yaklaşımı, sayı teorisi temellerinin ortaokul düzeyinde kavramsal olarak yapılandırılmasına olanak sağlayan bir çalışma olarak ele alınabilir. Lee’nin çalışmasına benzer olarak ulusal alanda Oral (2021) araştırmasını yaptığı “Asal Çarpan Kartelası” çalışması asal çarpanlara ayırma, çarpan–kat ilişkileri ve sayıların yapısını anlama süreçlerini somut materyallerle desteklemeyi amaçlayan bir öğretim tasarımı odaklanmaktadır. Çalışmada geliştirilen kartela, her bir sayının asal çarpanlarını renk kodları, düzenli kutucuklar ve aşamalı çözüm yolları üzerinden gösteren bir araç olarak tanıtılmaktadır. Öğrenciler sayıları kartela üzerinde manipüle ederek, bir sayının hangi asal çarpanlardan oluştuğunu, bu çarpanların nasıl birleştiğini ve benzer sayıların hangi ortak çarpanları paylaştığını görsel olarak takip edebilmektedir. Bulgular, kartelanın özellikle ortaokul düzeyinde soyut sayı teorisi kavramlarını somutlaştırdığını, hata payını azalttığını ve öğrencilerin kavramsal anlamalarını belirgin biçimde güçlendirdiğini göstermektedir. Ayrıca sayılar hakkında sorgulayarak bir varsayıma ulaştırmasıyla da öğrencilerin bilgilerini yapılandırmasında büyük önem taşıyan bir çalışma olarak karşımıza çıkmaktadır.

Ulusal alan yazında yapılan çalışmalara baktığımızda ise çarpanlar ve katlar kavramını kapsayan çalışmalardan Bayraktar, Aydoğdu ve Tutak’ın (2022) çalışması çarpanlar ve katlar kavramlarının oluşturulmasındaki bilgi kademelerini RBC+C modeli ile incelemektedir. Çalışma sürecinde öğrencilerin sürecin başında kavramları ezbere, kurallara dayalı, işlem odaklı çalıştıkları için kavramları yapılandırmakta zorlandığı ancak uygun yönlendirme ve görevlerle RBC+C sürecinin üst basamaklarına çıktıkça kavramları daha genelleştirilmiş, ilişkilendirilmiş ve yapılandırılmış biçimde anlamlandırdıklarını göstermektedir. Özellikle “tanıma” ve “inşa” kademelerinde öğrencilerin bölme–çarpma ilişkilerini karıştırdığı; “somutlaştırma” aşamasında ise ortak çarpan/ortak kat kavramlarını daha net biçimde organize etmeye başladığı görülmüştür. “Yansıma” aşamasına ulaşan öğrenciler, bir sayının farklı çarpanlarını karşılaştırabilir hâle gelmiş, asal çarpanlara ayırma ile çarpan–kat ilişkilerini bütünlüklü bir yapı içinde açıklayabilmiştir. Bu yönüyle çalışma, çarpan–kat öğretiminde yalnızca işlem yaptırmanın değil, bilişsel kademelere uygun görev tasarımının öğrenmeyi

derinleştirdiğini ortaya koymakta; sayı teorisi kavramlarının gelişimine ilişkin literatürde önemli bir model-temelli katkı sunmaktadır. Çarpanlar ve katlar konusunun öğretiminde 7E öğrenme halkasının akademik başarıya etkisini inceleyen Çetinkaya ve Biber (2017), yürüttükleri yarı deneysel çalışma sonucunda 7E öğrenme halkasının öğrencilerin akademik başarılarına katkı sağlamadığı sonucuna ulaşmışlardır.

Bölünebilirlik ile ilgili yapılan araştırmalara baktığımızda Kaplan ve Açıl (2015) bölünebilme kuralları ve asal sayılar kavramları konusunda işbirlikli öğrenmenin etkisini deneysel yöntemle incelemişlerdir. İşbirlikli öğrenmenin, etkinlik temelli öğrenmeye göre bölünebilme ve asal sayılar konusunda öğrencilerde daha etkili bir öğrenme oluşturduğu sonucuna ulaşmıştır. Bölünebilirlik konusunda kavram karikatürlerinin kullanılmasının başarıya etkisini inceleyen Kaplan ve Öztürk (2015), 6.sınıflarda asal sayılar ve bölünebilme konusunda kavram karikatürlerinin öğrencilerin başarısına anlamlı ve olumlu bir yönde etki ettiğini gözlemlemişlerdir. Başın ve Doğan'ın (2020) çarpanlar ve katlar, bölünebilme kuralları, asal çarpanları oyunla matematik öğretimi kapsamında inceleyen çalışması, oyunla öğretimin hem akademik başarıyı artırdığını hem de öğrenmenin kalıcılığını güçlendirdiğini; ilköğretimde öğrenmeyi daha etkileşimli, kalıcı ve motive edici bir süreç haline getirdiğini göstermektedir. Teke ve Çalışıcı (2025) ise bölünebilirlik kurallarını öğrenmesinde öğrencilerin yalnızca hazır kural ezberlemek yerine kuralların nedenlerini keşfetmelerini, yalnızca kural ezberlemek yerine kuralların mantığını anlamalarını, matematiksel akıl yürütme yapabilmelerini ve sayılarla ilgili yapısal ilişkileri keşfetmelerini sağlamak amacıyla sorgulamaya dayalı öğrenme yaklaşımını kullandığı çalışmada 8. sınıf öğrencilerin bölünebilme kurallarını ezberlemek yerine sorgulamaya dayalı öğrenmeyi tercih ettiklerini, sorgulamaya dayalı öğrenmenin öğrencilerin bölünebilme kurallarında kavramsal anlamayı, akıl yürütmeyi ve genelleme becerisini güçlendirdiği, öğrencilerin matematiğe yönelik tutumunu olumlu etkilediği ve uzun süreli öğrenmeyi desteklediği görülmüştür.

Bu çalışmalardan farklı olarak ise Kaşıkçı ve Narlı'nın (2022) asallık ve asal sayıları dil ve düşünce ilişkisinde incelediği çalışmada matematiksel terimlerin kavramların özelliklerine ilişkin ipuçları barındırabileceğini, bu ipuçlarının matematiksel terimin nereden geldiğine neden bu adı aldığına dair düşüncelere zemin hazırlaması terimin anlaşılmasının önünün açıldığını vurgulamakta. Asallık ve asal sayılar üzerinden gidilen çalışmada matematiksel kelimeler ile kavramlar arasındaki ilişkinin sınıf ortamında etkili biçimde kullanılabileceğini ve öğretmenlerin derslerini zenginleştirmek için sözlük, kökenbilim ve biçimsel çözümleme gibi dilsel kaynaklardan yararlanabileceğini vurgulanmakta ve bu tür ilişkilerin kurulmasının hem düşünme becerilerini desteklediği hem de kavramsal gelişimi olumlu etkileyebileceği belirtilmektedir. Örneğin “asal sayı” kavramının yalnızca

bölünebilme üzerinden değil, sayıların temel yapı taşları olduğu fikrinden hareketle tümevarım yoluyla öğretilmesinin daha yararlı olabileceği ifade edilmektedir.

Sonuç olarak, ulusal ve uluslararası literatürde Sayılar ve Nicelikler 1 teması kapsamında yürütülen çalışmaların büyük bölümü, öğrencilerin çarpanlar ve katlar, bölünebilme kuralları ve asal sayılar gibi temel sayı teorisi kavramlarını ezbere dayalı, işlemsel düzeyde öğrendiklerinde bu kavramları farklı temsil, bağlam ve stratejilerle ilişkilendirmekte güçlük yaşadıklarını göstermektedir. Çoklu temsil kullanımı, kavramsal bağlantıların kurulması, sorgulamaya dayalı öğrenme, materyal destekli öğretim ve dilsel-kavramsal farkındalık gibi yaklaşımların ise öğrencilerin kavramları yapılandırmasını, akıl yürütme becerilerini geliştirmesini ve öğrenmenin kalıcı hâle gelmesini desteklediği dikkat çekmektedir. Bu açıdan literatürde öne çıkan çalışmalar birlikte değerlendirildiğinde, sayı teorisi öğretiminin yalnızca doğru sonuca ulaşmayı değil, öğrencilerin neden-sonuç ilişkisi kurduğu, sayıların yapısını keşfettiği ve kavramların dilsel-kavramsal yönlerini de anlamlandırdığı bir öğretim süreci gerektirdiği görülmektedir. Dolayısıyla bu çalışma, 2024 Maarif Modeli temelinde 2025–2026 eğitim öğretim yılında 6. sınıflarda kullanılan matematik ders kitabını inceleyerek kitabın güçlü yönlerini, geliştirilmesi gereken yönlerini ve öğrenmenin nasıl daha etkili etkinliklerle desteklenebileceğini ortaya koymayı amaçlamaktadır.

1.6 2025-2026 Eğitim Öğretim Yılı 6. Sınıf Matematik Ders Kitabı “Sayılar ve Nicelikler (1)” Teması İçerikleri ve Analizi

Sayfa 14 ve 15’te yeni konuya girmeden önce ön bilgileri hatırlatmak için Şekil 14’te gösterilen ön hazırlık soruları verilmiştir.

HAZIR MIYIZ?

1) Aşağıdaki çarpma işlemleri için istenen bilgileri tablolara yazınız.

$7 \times 9 = 63$	$12 \times 10 = 120$
1. Çarpan	1. Çarpan
2. Çarpan	2. Çarpan
Çarpım	Çarpım

Bu tablolardaki çarpan ile çarpım arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

2) Aşağıda ilk 4 adımı verilen sayı örüntülerini 10. adima kadar devam ettiriniz.

5, 10, 15, 20,
7, 14, 21, 28,

Her bir örüntünün ilk adımıdaki sayılar ile sonraki adımlarında bulunan sayılar arasındaki ilişkiyi açıklayınız.

BAŞLAYALIM

1) Çiftçi Selim Bey, dikdörtgen şeklindeki iki bahçesinden alanı 10 m^2 olanına domates, 11 m^2 olanına ise salatalık ekecektir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Domates ekilecek bahçenin alanını ifade eden 10 doğal sayısını farklı doğal sayıların çarpımı şeklinde yazarak bahçenin kenar uzunluklarının alabileceği değerleri belirleyiniz.

b) Salatalık ekilecek bahçenin alanını ifade eden 11 doğal sayısını farklı doğal sayıların çarpımı şeklinde yazarak bahçenin kenar uzunluklarının alabileceği değerleri belirleyiniz.

2) Necla Hanım'ın bir adımının uzunluğu 60 cm 'dir.

Necla Hanım'ın attığı adım sayısı ile yürüdüğü toplam mesafeyi gösteren aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Adım Sayısı	1	2	3	4	5	6	7
Yürüdüğü Toplam Mesafe (cm)	60	120					

Necla Hanım'ın adım sayısı ile yürüdüğü toplam mesafe arasındaki ilişkiyi ifade ediniz.

Şekil 14. Ders Kitabı sy. 14-15 ön hazırlık soruları (MEB,2025)

İlk soruda öğrencilere çarpan algoritmasını hatırlatmak ve çarpan ve çarpım arasındaki ilişkiyi fark ettirmek amacıyla iki çarpma işlemi verilmiş. Burada öğrencinin ilişkiyi sorgulaması konuya giriş için anlamlı görünmekte. Bu sorgulamayı geliştirici olarak şu şekilde sorular eklenebilirdi:

- Keşfetmeye yönelik olarak, “7 ile 9’u çarptığınızda 63 elde ediyorsunuz. 63 sayısını 7’ye bölerseniz hangi sayıyı buluyorsunuz? Peki 9’a bölerseniz?” “12 ile 10’u çarptığınızda 120 elde ediyorsunuz. 120’yi 12’ye bölerseniz ne bulursunuz? 10’a bölerseniz?” bu sorularla öğrenci çarpımı çarpana böldüğünde diğer çarpımı bulma ilişkisini fark eder. Ayrıca çarpan – bölen kavramlarının aynı kavramı ifade ettiğine yönelik bir hazırlık olmuş olur.
- “63 sayısının 7 ve 9 ile nasıl ilişkili olduğunu kendi cümlemlerle açıklayabilir misin?” “120 sayısının 12 ve 10 ile ilişkisinde hangi ortak özellikleri görüyorsunuz?” “Çarpanlar ile çarpım arasında her zaman geçerli olan bir kural olduğunu düşünüyor musun? Bu kural ne olabilir?” gibi sorularla bağlantı ilişkisini kendi cümleleriyle yapılandırması sağlanabilir.
- Aynı zamanda çarpanlar konusuna giriş hazırlık olarak “Çarpanlardan biri artarsa çarpımda nasıl bir değişiklik oluyor? Bir örnek ver.” şeklinde örüntü fark ettirici sorgulayıcı sorular sorulabilir.

Bu sayede öğrencilerin çarpanlar ve katlar konusuna girmeden önce ön bilgileri ile “Çarpım, çarpanların çarpılmasıyla bulunur.”

“Çarpımın içindeki çarpanlardan birini bulmak için çarpımı diğer çarpana böleriz.”

“Çarpanlardan biri artarsa çarpım da artar.” genellemelerine ulaşmaları sağlanabilir, kavramların yapı iskelesinin oluşturulmasına yardımcı olunabilir.

İkinci soruda örüntüden yola çıkarak kat kavramına ön hazırlık yapılmak istenmiş. Buradaki ilişkileri bulmayı kolaylaştırmak ve öğrencinin zihnindeki ilişkileri netleştirmek için

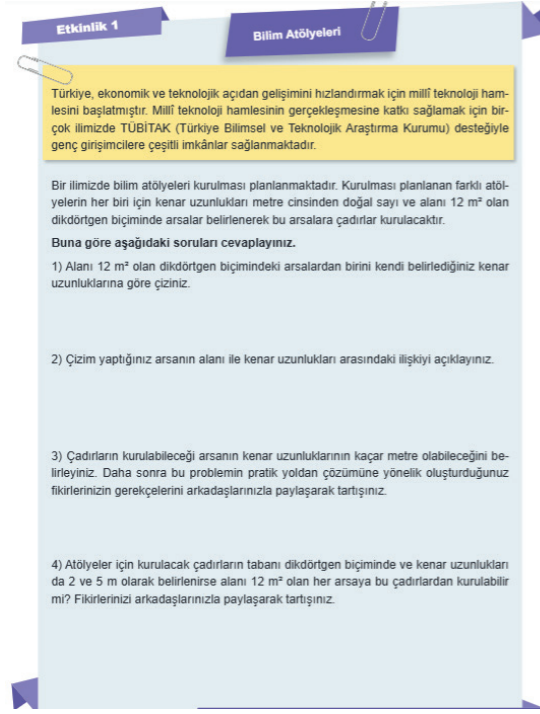
- “5’in katları hangi sayılardır? Nasıl buluyorduk?”
- “10’un katı diyebilmek için sayı ile arasında nasıl bir ilişki olmalı?”
- “Bir sayının katlarını bulmak için ne yapıyorduk?”
- “7 ile 14 arasında nasıl bir ilişki var? 14 ile 21 arasında?”
- “Bir sayının 2 katı, 3 katı, 4 katı ne demektir?” gibi sorular eklenerek örüntünün katlar dizisi olduğu ve katlarda çarpım ilişkisi olduğu sezdirilebilir. Aynı şekilde konu ilerledikçe sorulabilecek sorular olan
- “Bu sayıları bulurken nasıl bir yol izledin? Adım adım açıklayabilir misin?”

- “Örüntünün kuralını bulmak sana nasıl bir ipucu verdi?”
- “Bir terimden diğerine geçmeyi ne kolaylaştırdı?”
- “Bu örüntüyü oluştururken seni en çok hangi düşünce yönlendirdi?”
- “Aynı örüntüyü başka bir yolla da bulabilir miydin? O yol ne olurdu?”
- “Bu örüntüler farklı gibi görünüyor ama ortak yönleri neler?”
- “Her iki örüntünün de birinci terimi ile diğer terimler arasında nasıl bir çarpma ilişkisi var?” gibi sorularla da öğrencilerin düşüncelerini daha ilk adımdan fark etmesini, derinleştirmesini, ön bilgilerini ilişkilendirme için daha kolay kullanabilmesini sağlayabiliriz. Aynı zamanda ilişkileri ifade ederken öğrencinin matematiksel dili ve iletişim becerisini güçlendirmeyi de hedefleriz.

Sayfa 15’teki 1.soru alt sorularıyla beraber alan ve kenar temelli olarak bir sayının çarpanlarını fark ettirme ve asal sayıları fark ettirmeye yönelik bir başlangıç sorusu olarak tasarlanmış. Bu soruların benzerlerini öğrenciler 5. sınıf “Geometrik Nicelikler” temasında çalışmışlardı. Bu konu bakıldığında 5. Sınıf öğrencilerinin zorlandığı bir konuydu. Bu soruyu görsel olarak zenginleştirmek öğrencilerin ön bilgilerini kullanmasına ve konuya giriş yaparken konunun zihinlerinde soyut ve anlaşılması zor bir konu olarak kalmasını engellemeye yardımcı olacaktır. İkinci soru ise yine örüntü kavramından yola çıkılarak kat kavramını fark ettirmeye yönelik tasarlanmış. Öğrenciler bu konuda ifadede güçlük çekebilirler burada öğretmenin destekleyici ipuçları vermesi gerekir. Burada genellemeye yönelik sorular çarpım tablosu ile ilişkilendirilebilir. Bu soruların da ders kitabında verilmesi düşünceleri geliştirmesi yönüyle daha iyi olabilirdi.

Ayrıca öğrencilerin çarpan- bölen kavramına girmeden önce ön bilgilerini açığa çıkarıcı sözel çarpım durumları ifadeleri eklenebilirdi. Bu sözel ifadelerin hem açıklaması hem de sembolik durumu istenerek çarpan kavramına somut olarak dikkat çekilebilirdi (Akkan ve Öztürk, 2019). Aşağıda bu duruma örnek bir problem durumu etkinliği verilmiştir.

Sayfa 16’da MAT.6.1.1. Karşılaştığı problem durumlarında bir doğal sayının çarpan ve katlarına yönelik muhakeme yapabilme (TYMM, 2024) öğrenme çıktısına bağlı olarak çarpan kavramını tanıtmak için alan ve kenar uzunlukları ile ilgili bir etkinlik tasarlandığı görülmektedir. Bu etkinliğin günlük hayat ilişkisi TÜBİTAK bilim atölyeleri ile kurulmuştur.



Şekil 15. Bilim Atölyeleri Etkinliği (MEB, 2025).

Etkinliğin amacı bir doğal sayının çarpanlarını buldurmaya yönelik olarak öğrencilerin varsayımda bulunması ve çarpan kavramına ilişkin genellemelere ulaşmasıdır. Elde ettiği genellemeleri örnekler üzerinde modellerle sorgulaması beklenmektedir (TYMM, 2024). Etkinliğe bakıldığında öğrencilerin 5. Sınıftaki ön bilgilerinden yola çıkarak alan ve kenar uzunluğu ilişkisiyle yapılandırmasının uygun olduğu söylenebilir. Aynı zamanda etkinliğin somut olarak görselleştirmesine izin vermesi, dikdörtgensel modeli kullanması, öğrencilerin bu modellerden yararlanarak 12'nin çarpanlarına ulaşması, bölen ve çarpan kavramının fark ettirilmeye çalışılması, fikirlerin grup tartışmasıyla geliştirilmesi öğretimsel açıdan literatüre uygundur (Akkan ve Öztürk, 2019). Burada 1. Sorudan sonra verilen boşluk kareli bir zemin olarak daha geniş bir şekilde verilseydi öğrencilerin çizimine ve somutlaştırmasına daha çok hizmet ederdi. Sorularda ilişkiyi açıklayınız ifadesi yerine ilişkiyi keşfetmesini sağlayacak düşündürücü ve geliştirici şu sorular sorulabilirdi:

- Modeli kurması ve karar vermesi üzerine ;
 - ▶ “ 12 m^2 ’lık bir arsa için çizdiğiniz model dışında başka bir yerleşim düzeni oluşturabilir misin? Neden?”
 - ▶ “Arsanın kenar uzunlukları değiştiğinde çadırın yerleşimini nasıl yeniden düşünmen gerekiyor?”

- Alan ve çarpan ilişkisi üzerinden ilişkiyi keşfetmesi için:
 - ▶ “Bulduğun her dikdörtgen modelinde kenar uzunlukları ile alan arasındaki ilişki hep aynı kalıyor mu? Bu ilişkiyi nasıl genelleyebilirsin?”
 - ▶ “Sence neden sadece belirli tam sayı kenar uzunlukları 12 m^2 'yi verebiliyor? Bu gözlemin sana çarpanlar hakkında ne düşündürüyor?”
- Matematiksel olarak gerekçelendirmesi ve varsayımlara ulaşabilmesi için :
 - ▶ “Bir dikdörtgenin kenar uzunluklarının çarpımı alanı verdiğine göre, çizdiğin her modelin 12 m^2 olduğundan nasıl emin olabilirsin? Bunu kanıtlayabilir misin?”
 - ▶ “Sence hangi kenar çiftleri mümkün değildir? Neden?”
- 12 metrekairelik alandan çarpan kavramı genellemelerine ulaşabilmesi için:
 - ▶ “Alan 20 m^2 olsaydı kaç farklı dikdörtgen arsa çizebilirdin? Bu sayıyı bulmak için nasıl bir yöntem geliştirdin?”
 - ▶ “Sence alanın çarpan sayısı ile ilişkisi nasıl? Bu etkinlikteki gözlemlerini kullanarak açıklayabilir misin?”
- Kendi düşünme sürecini izlemesi ve günlük hayata kavramları uyarlayabilmesi için:
 - ▶ “ 12 m^2 'lik arsayı çizerken önce hangi bilgiyi kullandın? Bu bilgiyi neden önce düşündün?”
 - ▶ “Başka biri 3×4 yerine 2×6 'yı seçse, bu iki düzenlemeyi karşılaştırırken nasıl bir muhakeme yürüttü?”
 - ▶ “Atölye sayısı artsaydı ve farklı büyüklüklerde arsalar gerekseydi, 12 m^2 'lik modeller hangi durumlarda daha avantajlı olurdu?”
 - ▶ “Bir bilim atölyesi kurmak için sadece alan yeterli midir? Kenar uzunluklarının çadırın kullanımına etkisi ne olabilir?”

Sorularının kullanılması öğrencinin ilişkiyi yapılandırması, ilişki için cümlelerini öğrenme sürecinde açıklaması ve gerçek hayatla bağlantı kurarak üstbilişsel düşünme seviyelerine çıkması açısından daha uygun olacaktır. Bu sorular grup çalışmalarıyla desteklenerek sunum halinde bir çalışmaya dönüştürülerek öğrencilerin çalışmayı daha etkin ve aktif bir şekilde yapmasına olanak sağlar. Bu etkinlikten sonra bilgi kutusu içeriğinde çarpan kavramının tanımı verilmiş. Çarpan kavramının sayı teorisine girilmeden sözel bir şekilde ifadesi öğrencilerin zihninin karışmasına olanak vermemesi açısından uygun olmuş (Akkan ve Öztürk, 2019).

Etkinlik 2'ye geçmeden önce etkinliğin devamı olarak 12'nin ya da istenilen başka sayıların tablo modeli, çubuk modeli, gökkuşağı modeli ve çarpım tablosu modeli üzerinde farklı görsellerde sunulması öğrencilerin çarpan kavramını zihninde somutlaştırmasına yardımcı olurdu (bu örnekler için Şekil 2'ye bakınız) (Akkan ve Öztürk, 2019). Aynı zamanda Etkinlik 2'de verilecek çarpanların ilişkisi, en küçük çarpan, en büyük çarpan genellemesi için de kullanılabilecek somut bir model olurdu.

Etkinlik 2'de 27,46 ve 80 sayılarının çarpanlarının incelenerek grup tartışmasıyla birlikte genellemelere ulaşılması beklenmekte. Verilen sayıların çarpanlarının incelenerek en büyük çarpan, en küçük çarpan ve bu çarpanlarla ilgili genellemelerin yapılması beklenmektedir. Bu genellemeyi yaparken öğrencilere direkt olarak genelleme yapınız olarak değil de yukarıdaki etkinlikte de verildiği üzere keşfedici sorularla birlikte yönlendirme yapılması öğrencilerin hem kavramı yapılandırması hem de bu etkinlikte de dikkat edilmesi gereken çarpanlar listesinde kendisinin listede olmaması gerektiğini düşünme, sıfırın bir çarpan olduğu düşünme gibi kavram yanlışlarının oluşmasının önüne geçilmesi için faydalı olacaktır (Akkan ve Öztürk, 2019). Öğrencilere bu etkinlikte kullanılmak üzere şu sorular yöneltilebilir:

- “Bir doğal sayının en küçük çarpanını neye bakarak belirliyorsun? Her zaman böyle midir?”
- “Tüm doğal sayılar için en küçük çarpanın 1 olduğunu söyleyebilir miyiz? Neden?”
- “Bir doğal sayının kendisi neden her zaman bir çarpandır? Bu durumu genelleştirebilir misin?”
- “Bir sayının küçük olması onun en küçük çarpanına dair bir ipucu veriyor mu? Açıkla.”
- “Bu üç sayının çarpanlarını yazdığında, en küçük çarpanların hepsinin neden aynı çıktığını düşünüyorsun?”
- “27, 46 ve 80'in en büyük çarpanlarını karşılaştır. Bu değerleri belirlerken fark ettiğin ortak özellik nedir?”
- “Bir sayının en büyük çarpanının o sayının kendisi olmasını nasıl açıklarsın?”

Ayrıca grup tartışmalarını derinleştirecek ve yeni fikirler oluşturabilecek şu sorularla grup tartışmaları desteklenebilir:

- “Grubunuzun genellemesi her sayı için geçerli mi? Karşı bir örnek verebilir misiniz?”
- “Diğer grubun açıklamasında seni düşündüren bir nokta var mı? Sence onlar neyi farklı yorumlamış olabilir?”

- “Bir genellemenin doğru olduğuna nasıl karar verilebilir? Hangi kanıtları sunarsınız?”
- “Aynı sayıya ait farklı dikdörtgenler bulmanız uzunluk–genişlik ilişkisi hakkında ne düşündürdü?”

Etkinlikte dikdörtgen çiziminde ise verilen alanın dar olması, yeterli bir alan olmaması, kareli bir zeminde öğrencilerin çalışmasının daha rahat olacağı dikkate alınmalıdır. Ayrıca etkinlikte “Dikdörtgenleri çizerken ‘artık yeni bir dikdörtgen oluşturmıyorum’ dediğin an neydi? Bu durum sana çarpan sayısı ile ilgili ne düşündürdü?”, “Bir sayının dikdörtgensel model sayısının neden sınırlı olduğunu kendi sözlerinle açıklar mısın?”, “Sence bazı sayıların daha fazla dikdörtgenle modellenebilmesinin sebebi nedir? Çarpan yapılarındaki hangi özellik bunu etkiliyor?” gibi sorular da çarpan sayısının sınırlılığını ve sayılar değiştikçe çarpan sayısının farklılaşabildiği keşfetmeyi ve genelleme yapmaya ulaşmasını sağlayabilir. Ayrıca burada farklı çarpanlar da verilerek sayı büyüdükçe çarpan sayısının her zaman artmayacağı da fark ettirilerek sayılar büyüdükçe çarpan sayısı büyür şeklindeki bir kavram yanılgısının oluşmasını engelleyebilir (Akkan ve Öztürk, 2019).

Sayfa 18’de verilen etkinlik 3’te öncelikle 50’nin çarpanlarının sonra da 50’nin bölenlerinin sorularla tablo üzerinde çarpan ve bölen kavramının fark edilmesi beklenmiş. Çarpan ve bölen ilişkisinin açıklanmasından sonra bu ilişkiyi destekleyen örnek ve genelleme beklenmiş. Sorularla direkt ilişkiyi açıklamak öğrencilere zor gelebilir, bunu ifade edecek matematiksel dili kullanmakta zorlanabilir bu kısımda çarpan ve bölen ilişkisini keşfettirmek için “Birinci adımda bulduğunuz sayı çiftleri ile ikinci adımda bulduğunuz bölenler listesini yan yana koyun. Bu iki liste arasında nasıl benzerlikler görüyorsunuz?” “Bir çarpım çifti (a, b) varsa, bu sayıların 50’yi böldüğünü söyleyebilir misiniz? Neden?” “Bölenler listesindeki her sayının, çarpım çiftlerindeki hangi sayı ile bağlantısı var?” şeklinde sorularla önce bireysel olarak düşündürüp daha sonra da “Çarpan ve bölen kavramlarının aslında aynı durumu iki farklı bakış açısıyla açıklayıp açıklamadığını grup olarak tartışın ve gerekçelerinizi sunun.” şeklinde yönlendirici sorularla önce bireysel tartışma sonra beyin fırtınası uygulanabilir. Ayrıca bu ilişkileri fark etme sorularından sonra grup tartışmasına devam edilerek “Çarpanların hepsinin aynı zamanda bölen olup olmadığını test edin. Terside doğru mu?”, “Her doğal sayı için aynı ilişki geçerli midir? Karşı bir örnek bulabilir misiniz?” “Çarpım çiftleri ile bölenleri bulma süreçlerinizde ortak adımlar nelerdi?” “Yeni bir sayı verildiğinde, çarpanlarını bulmakla bölenlerini bulmak arasında ne tür bir benzerlik görüyorsunuz?” sorularıyla öğrencilerin genellemelere grupça ulaşması sağlanabilir ve en son bu genellemeleri öğrencilerin kendi cümleleriyle ifade etmeleri beklenebilir.

Etkinlik 2 ve etkinlik 3’ten sonra yine bir bilgi kutusu eklenerek genellemeler ve varsayımlar ifade edilmiş. Ve 3 örnek 1 problemle çarpanlar ve

bölenler konusu pekiştirilmek istenmiş. Verilen örnekler sayıların bölenlerini buldurmaya yönelik olarak bilişsel düzeyde kavrama düzeyinde örnek olarak kaldığını görmekteyiz. Şekil 16'da verilen problem 1 örneğine baktığımızda ise ayırma- parçalama kavramının bölen kavramının temeli olduğunun ve bölen ilişkisinin temel kurallarının hatırlanmasının bilişsel düzeyde hatırlama düzeyinde olduğunu; eşit uzunluk istediğinin farkına vararak, farklı bölen şekillerini bulacağını fark etmek kavrama düzeyinde ve bu sayıların bölenlerini bulmanın uygulama düzeyinde bir bilişsel çalışma olduğunu görmekteyiz.

Problem 1

Üç çocuğun her birinde bulunan, kalınlıkları eşit çubukların uzunlukları santimetre cinsinden aşağıda verilmiştir.

Ebrar	Emir	Ebru
28 cm	35 cm	60 cm

Bu çocukların her biri çubuğunu birbirlerinden bağımsız olarak eşit uzunluktaki parçalara ayıracaktır. Çubuklar, parçalarının uzunlukları santimetre cinsinden doğal sayı olacak şekilde dikey olarak kesilecektir.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız. Daha sonra bu problemin pratik yoldan çözümüne yönelik oluşturduğunuz fikirlerinizin gerekçelerini arkadaşlarınızla paylaşarak tartışınız.

a) Ebrar, kendi çubuğunu kaç farklı şekilde parçalara ayırabilir?

b) Emir, kendi çubuğunu kaç farklı şekilde parçalara ayırabilir?

c) Ebru, kendi çubuğunu kaç farklı şekilde parçalara ayırabilir?

ç) Hangi çocuğun elde edebileceği farklı uzunluktaki parça sayısı en az olur?

d) Hangi çocuğun elde edebileceği farklı uzunluktaki parça sayısı en fazla olur?

Şekil 16. Problem 1 (MEB, 2025, s.20)

Hangi sayının böleninin az veya fazla olduğunu karşılaştırması ise bu çalışmayı analiz düzeyine çıkarmaktadır. Öğrencilere ilk etkinliklerde genelleme ve varsayımlarla üstbilişsel düşünmeyi destekledikten sonra daha basit düzeydeki etkinlikler verilmesi kolaydan zora, basitten karmaşığa ilkesine aykırı görünebilir. Bu etkinlikler yerine çarpan ve bölen kavramını içeren günlük yaşam problemleri modelleme etkinlikleri uygulanabilir, performans değerlendirme yapılabilir. Kavrama ve uygulama düzeyinde olan bu etkinlikler daha öne çekilebilir. Ancak burada dikkat edilmesi gereken en önemli nokta çarpan ve bölen kavramında somut modelin sadece tablo ve alan modeliyle kullanılmış ve yetersiz olmasıdır. Çarpanlar ve katlar konusundaki zorlukların temelinde çarpan ve kat kavramının iyi yapılandırılmamış olması ana sebeptir (Akkan ve Öztürk, 2019). Bu kavramlar öğretilirken ve kavram yanılgılarının giderilmesinde özellikle çoklu temsiller kullanma büyük önem taşımaktadır (Akkan ve Öztürk, 2019). Ders kitabının varsayımlar, genellemeler, etkinlikler

ve grup tartışmaları üzerinden konuyu keşfettirmesi dikkate değerdir ancak bu etkinlikler keşfedici sorularla ve çoklu temsillerle desteklenmelidir.

Sayfa 21 ile MAT.6.1.1. Karşılaştığı problem durumlarında bir doğal sayının çarpan ve katlarına yönelik muhakeme yapabilme kazanımının devamı olan katlar konusuna geçiş yapılmıştır. Katlar konusuna girişte günlük hayatla ilişkili olarak birikim yapma bağlamı kullanılmış. Hafta sayısı ve kumbarada biriken para ile ilgili öğrencilerin dolduracağı bir tablo oluşturulmuştur. Bu tabloyla birlikte öğrencilerin ilişkiyi ifade etmesi ve genelleme yaparak 36 hafta sonunda kumbarada biriken parayı bulması istenmiştir.

Etkinlik 1



Birikim Yapmanın Önemi

Birikim yapmak, harcamalarınızdan arta kalan parayı gelecekte kullanmak üzere biriktirmektir. Mesela her hafta veya her ay aldığınız harçlığın bir kısmını kumbaranıza atarsanız zamanla paranız birikir. Biriktirdiğiniz bu parayla istediğiniz bir oyuncaya veya bir kitaba sahip olabilirsiniz. Küçük birikimler, büyük hayalleri gerçekleştirmenin ilk adımı olabilir.

Ahmet, babasından aldığı harçlığın 5 TL'sini her hafta kumbarasına atıyor. 36 hafta boyunca harçlığını biriktirmeye devam ediyor.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1) Geçen haftaların sayısına göre Ahmet'in kumbarasında biriken para miktarını belirleyerek aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Tablo: Geçen Haftaların Sayısına Göre Kumbarada Biriken Para Miktarı

Geçen Haftaların Sayısı	Kumbarada Biriken Para Miktarı (TL)
1	5
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

2) Geçen haftaların sayısı ile kumbarada biriken para miktarı arasındaki ilişkiyi ifade ediniz.

3) 36 hafta sonunda Ahmet'in kumbarasında kaç TL birikmiştir?

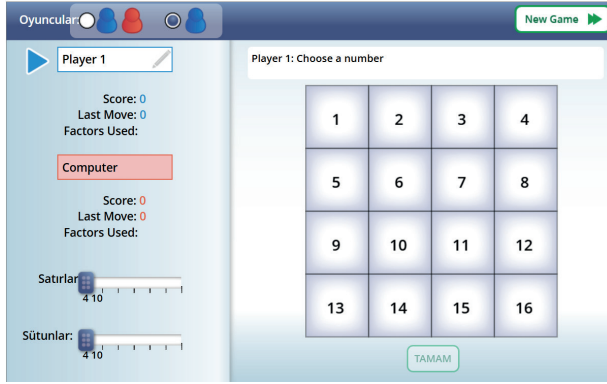
Şekil 17. Etkinlik 1: Birikim Yapmanın Önemi (MEB, 2025, s.21)

Öğrencilerin 5. sınıfta, 'İşlemlerle Cebirsel Düşünme' teması altında yer alan MAT.5.2.3. 'Sayı ve şekil örüntülerinin kuralına ilişkin muhakeme yapabilme' öğrenme çıktısı kapsamında bu tür örüntü ve genellemeleri öğrenmeleri, örüntülerdeki kat ilişkisini görebilmeleri açısından önemli bir ön bilgi oluşturmaktadır (TYMM, 2024). Kat kavramının öğretiminde kullanılan örüntü örnekleri öğrencilerin kat ilişkisini görmesini kolaylaştıracaktır aynı verilen örneklerdeki gibi de tablo ile destekleme öğrencinin örüntü kavramını zihninde somutlaştırmasını sağlayacak ve ilişkiyi fark etmesine olanak sunacaktır. Ancak burada öğrencilerin ilişkiyi daha rahat görmelerini sağlamak için öğrencilere daha önceki etkinliklerde de olduğu gibi keşfedici sorular yönlendirmeli, ilişkiyi bulmalarına destek olunmalıdır. Öncelikle örüntüyü keşfettirmek ve ön bilgilerini harekete geçirmek amacıyla "Tablodaki sayılar arasında nasıl bir değişim görüyorsun? Bir haftadan sonraki hafta ne oluyor?

Artış düzenli mi? 2. haftadaki birikimle 1. haftadaki birikim arasındaki ilişki nedir? 3. ve 4. haftayı karşılaştırdığında artış miktarı hep aynı mı? gibi sorularla örüntü kavramı hatırlatılır. Daha sonra “Her hafta biriken miktar aynıysa bu durumu “kaç tane 5 TL” olarak nasıl ifade edebilirsin, 6. hafta için birikimi nasıl hesaplıyorsun? Bunu bir işlem şeklinde yazabilir misin? Hafta sayısı ile biriken toplam para arasında nasıl bir ilişki kurarsın? Hafta sayısı $\times$ 5” ifadesi ne anlama geliyor? Bunu tabloya uyguladığında doğru sonuç veriyor mu? Hafta sayısını iki katına çıkarırsak, biriken para da nasıl değişir? Neden?” gibi sorularla kat ilişkisi fark ettirilebilir. Bu esnada öğrencilerin üstbilisini ortaya çıkaracak yani kendi öğrenmesi üzerine düşündürecek şekilde sorular yöneltilmeli ve öğrencinin öğrenme süreci üzerine düşünmesi sağlanmalıdır. Ayrıca öğrenciye öğrenme çıktılarında özellikle vurgulanan becerilerden test ettiği varsayım ve genellemelerin doğruluğu sorgulanmalıdır.

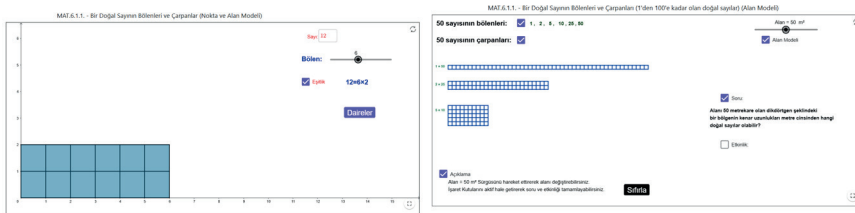
Bu etkinlikten sonra verilen katları buluyorum etkinliği ile ardışık sayı örüntüleri ve çarpım ilişkisinden kat kavramına ulaşılmaya çalışıldığı görülmektedir. Verilen sorularla ilişkiler grup tartışması ile buldurulmaya yöneltilmiş. Akran tartışması öğrencilerin öğrenmesini ve farklı görüşlerle bilgiyi genişletmesini sağlar. Bu kısım gayet uygun görünmekte ancak aynı çarpanlar kavramında olduğu gibi çoklu temsil yönüyle eksik kaldığı görülmektedir. Öğrencilerin bu konuda zorlanmalarının ve yanılgıya üşmelerinin sebeplerinden biri çarpan, bölen ve kat kavramlarının bilinçli veya bilinçsiz bir şekilde birbirlerinin yerine kullanılmasıdır (Akkan ve Öztürk, 2019). Bu sebeple çarpan- bölen- kat kavramlarının tanımları, benzerlikleri ve farklılıkları öğrencilere net bir şekilde ifade edilmeli ve olabildiğince bu kısım çoklu temsillerle somutlaştırılmalıdır. Kat kavramında sadece tablo ile çarpım-kat kavramının fark ettirilmesi yeterli gelmemektedir. Farklı etkinliklerle yüzölçüm tablo modelleriyle, sayı doğrusu modeliyle, sayı dizisi gösterimiyle öğrencilerin zihinlerinde yeni ilişkilendirmeler oluşturulmalıdır. Aynı zamanda çarpan ve kat kavramlarını aynı anda gösteren görseller kullanılabilir. Öğrencilere Venn şeması yardımıyla sayıların katları ve çarpanlarının özellikleri yorumlatılarak çıkarımlar yaptırılabilir. Çarpan ve kat kavramlarına ilişkin zihin haritalarıyla benzerlikler ve farklılıklar tam kavratılarak kavram yanılgılarının oluşması önenebilir (Akkan ve Öztürk, 2019).

Ayrıca bu etkinlik ve çoklu temsillerin yanında teknolojiyi kullanarak öğrencilere oyun destekli olarak bu kavramları öğretebiliriz. Örneğin Şekil 18’de NCTM’in sitesinden alınan oyunda öğrencilerin bilgisayara ya da arkadaşlarına karşı sayıların çarpanlarını bulmasıyla ilgili bir oyun bulunmaktadır.

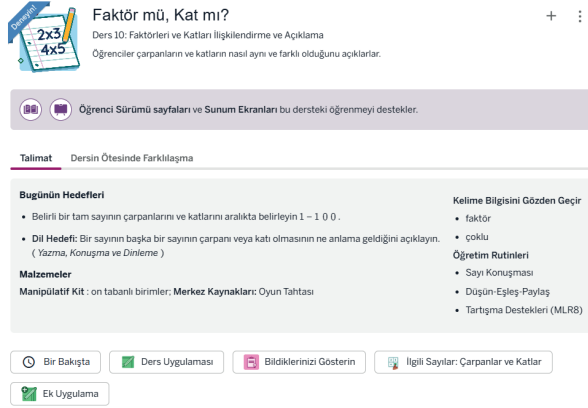


Şekil 18. NCTM Factor Games oyunu (<https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Factor-Game/>)

Benzer şekilde Geogebra yazılımında bulunan çarpanlar ve katlar kavramına yönelik dinamik gösterimler kullanılarak öğrencilerin düşünceleri geliştirilebilir. Wordwall uygulamasıyla konular oyunlarla pekiştirilerek kalıcılığı sağlanabilir. Polypad uygulamasında ders etkinlikleri ve ders planları bulunmaktadır. Bu çalışmaların çoğu etkinlikleri desteklemek için iyi birer kaynak olarak kullanılabilir. Aynı zamanda ders değerlendirmesinde ek bir değerlendirme kaynağı olarak kullanılabilir.



Şekil 19. Geogebra yazılımında bulunan çarpanlar ve katlar konusunda kullanılacak örnekler (<https://www.geogebra.org/m/sjbcwcdg>, <https://www.geogebra.org/m/hbuvcqjk>)



Faktör mü, Kat mı?
Ders 10: Faktörleri ve Katları İlgilendirme ve Açıklama
Öğrenciler çarpanların ve katların nasıl aynı ve farklı olduğunu açıklarlar.

Öğrenci Sürümü sayfaları ve Sunum Ekranları bu dersteği öğrenmeyi destekler.

Talimat Dersin Ötesinde Farklılaşma

Bugünün Hedefleri

- Belirli bir tam sayının çarpanlarını ve katlarını aralıkta belirleyin $1 - 100$.
- **Dil Hedefi:** Bir sayının başka bir sayının çarpanı veya katı olmasının ne anlama geldiğini açıklayın. (Yazma, Konuşma ve Dinleme)

Malzemeler
Manipülasyon Kit : on tabanlı birimler; **Merkez Kaynakları:** Oyun Tahtası

Kelime Bilgisini Gözden Geçir

- faktör
- çoklu

Öğretim Rutinleri

- Sayı Konuşması
- Düşün-Eşleş-Paylaş
- Tartışma Destekleri (MLR8)

Bir Bakışta Ders Uygulaması Bildiklerinizi Gösterin İlgili Sayılar: Çarpanlar ve Katlar Ek Uygulama

Şekil 20. Polypad uygulamasında çarpanlar ve katlar konusuyla ilgili örnek ders planı ve uygulama örnekleri (<https://classroom.amplify.com/activity/6802d249907aef8d981bccb8?collections=6802a773907aef8d98d13ec7%2C6802d248907aef8d981bc0e8>)

Sayfa 23'te en küçük ortak katı bulma etkinliği oluşturulmuş. Burada öğrenciden beklenen öğrenme çıktıları doğal sayıların katlarının sayıların çarpanları gibi bir sonu bulunmadığını yani sınırlı olmadığını fark etmesi ve bu genellemeye ulaşabilmesi; bir doğal sayının çarpanlarından en büyüğünün ve katlarından en küçüğünün sayıya eşit olduğunun keşfedilmesi beklenmektedir (MEB, 2025). Bu keşfetme için öncelikle 100'lük tablo kullanılmış. İki farklı sayı kullanılarak en küçük kat genellemesi yapılması beklenmiş. Tablonun kullanılması kavramın somutlaştırılması açısından uygun ancak bu etkinliği şu şekilde desteklemek etkinliğin amacına daha uygun olabilir:

- Tabloyu sadece işaretleyici olarak değil örüntü fark ettirici olarak kullanabiliriz. Bu tablo sana neyi hatırlatıyor? (Sayı doğrusu, çarpım tablosu, diziliş?), Katlar tabloda farklı şekilde dizilişleriyle bir örüntü oluşturabilir mi? soruları tablo modelinin öğrencinin zihninde anlam kazanmasını sağlar.
- 8'in katları arasında nasıl bir aralık var? Bu aralığı tabloda nasıl takip edebilirsin? 8'e her seferinde kaç ekleniyor? Bu eklemeyi tabloda nasıl fark edersin? İlk katı bulduğunda sonraki katlar için nasıl bir yöntem kullanabilirsin? Soruları katları fark ettirerek çözüm stratejisine yönlendirir.
- 8'in ve 13'ün en küçük katlarına dikkat ettin mi? Bunu diğer sayılar içinde örneklersek durum nasıl değişir? Buna uymayan örnekler olabilir mi? Birkaç örnek daha vererek genel bir açıklama nasıl yapabiliriz? Sorularıyla en küçük katın sayının kendisi olduğunu keşfetmeye yönlendirirken peki bu katlar yüzlük tablo büyüdükçe artar mı? Ya da katlar en son nereye kadar uzanır sorularıyla katların sınırsız olduğu keşfine yönlendirilebilir.

Örnek 1’de ise sayının çarpanları verilerek önce sayıya ulaşması ve bu sayının 200’den küçük katlarını bulması beklenmekte. Burada öğrenci çarpanlardan sayıya ulaşabilir ancak bu çarpanları görsel olarak daha öncesinde çarpan kuşağı halinde göstermek öğrencinin zihnindeki görsel imajı hatırlamasını kolaylaştırarak sayıyı daha hızlı ve anlamlı buldurabilirdi. Sayıyı bulan öğrenci katları belirlerken farklı yöntemler kullanabilir bunun için desteklenebilir. Sayfada çok az yer bırakılmış bunun için bu sebeple öğrencinin ezbere gitmesi için bir yönlendirme olabilir. Sayfa 24’te bu konuya pekiştirme olarak verilen örnek ilk iki alt sorusunda hatırlama düzeyinde kalırken c ve ç şıkkında yeni katları analiz edip uygulaması beklenmekte bu sebeple uygun bir örnek olduğu söylenebilir. Sayfa 25’te günlük hayat bağlamında çarpan ve kat kavramının diyalogla kullanıldığı iki alana örnek verilmiş. Bu diyalog günlük hayat bağlamı için sığ kaldığı görülmekte. Bu etkinlik yerine öğrencilere daha yapılandırmacı ve kendi diyaloglarını oluşturacak şu örnekleri sunabiliriz:

- Bruner (1961) ve Fosnot (1996)’un soru yöneltme yöntemi ile “Günlük yaşamda grup oluşturduğunuz veya bir şeyleri eşit paylaştığınız durumlar oluyor mu? Bu durumlarda hangi matematiksel düşünceleri kullanıyorsunuz? Bunlardan hangileri çarpan kavramına, hangileri kat kavramına girmektedir?” sorularıyla öğrenciler grup tartışmaları da uygulanarak kendi deneyimlerindeki çarpan- bölen ve kat kavramlarını fark eder.
- Vygotsky’nin (1978) sosyo-kültürel etkileşimle öğrenmesinden yararlanarak drama- rol paylaşımı yapılabilir. Bir grup öğrenci “karakterleri” canlandırır. Diğerleri izler ve sorular sorar. Öğretmen rol oynamayı durdurup öğrencilerden şu sorularla düşünmelerini ister: “Bu çocuklar hangi matematiksel ilişkiyi fark etmeye çalışıyor? Sizce bu durumda ‘çarpan’ mı daha uygun, ‘kat’ mı?” Bu sayede öğrenci kavramı yakınsak gelişim alanı içinde bir bağlamda fark eder ve dikkatini çeker.
- Piaget’in bilişsel dengesizlik, bilişsel çelişki oluşturma yöntemi ile öğrencinin önce dengesizliğe uğrayarak dengeyi oluşturmak için düşünmesini sağlayacak mini problemler verilerek hangi tür ilişki olduğu düşündürülebilir. Sınıf mevcudu 27. Her grupta eşit kişi olsun istiyoruz. 4 kişilik gruplar kurabilir miyiz? Neden? Sınıf nöbeti 3 günde bir olsaydı, sıralama nasıl olurdu?”
- Ya da daha yapılandırıcı bir şekilde Freudenthal’in (1991) gerçekçi matematik eğitimi düşüncesiyle “Sınıfınızdaki bir günlük rutini seçin ve bu rutinde çarpan/kat ilişkisi olup olmadığını modelleyin. Çarpan veya kat ilişkisi içeren bir durum uydurun ve sınıfa sunun. Günlük yaşamdan 3 örnek bulun: biri çarpan, biri kat, biri hem çarpan hem kat ilişkisi içeren.” Yapılandırıcı görevler verilebilir. Öğrenci hem düşünür, hem araştırı hem de tasarlar.

Yukarıdaki bahsettiklerimizden yararlanarak düzenlenmiş ders kitabı sayfası aşağıda verilmiştir.

Günlük Yaşamda Çarpan ve Katı Keşfediyorum

1. Görsellerdeki öğrencileri inceleyiniz. Aşağıdaki soruları tartışınız:



- Bu durumlarda hangi matematiksel ilişkiler olabilir?
 - Bir şeyleri eşit paylaşma ya da düzenli aralıklarla tekrar eden olaylar sizce hangi kavramlarla açıklanabilir?
2. Aşağıdaki görevlerden birini seçiniz ve modelleyiniz:

- Sınıfınızı eşit gruplara ayırma senaryosu oluşturun.
 - Günlük yaşamdan tekrar eden bir düzeni (nöbet, otobüs saatleri, spor antrenmanı vb.) modelleyin.
 - Çarpan veya kat içeren kendi probleminizi yazın.


3. Modelinizi arkadaşlarınıza sunun. Aşağıdaki sorularla tartışmayı yönlendirin:



- Bu durum bir çarpan ilişkisi mi? Kat ilişkisi mi?
 - Grup sayısı veya tekrar sayısı değişirse ne olur?
 - Modeliniz hayatımızdaki düzenleri anlamaya nasıl yardımcı oldu?

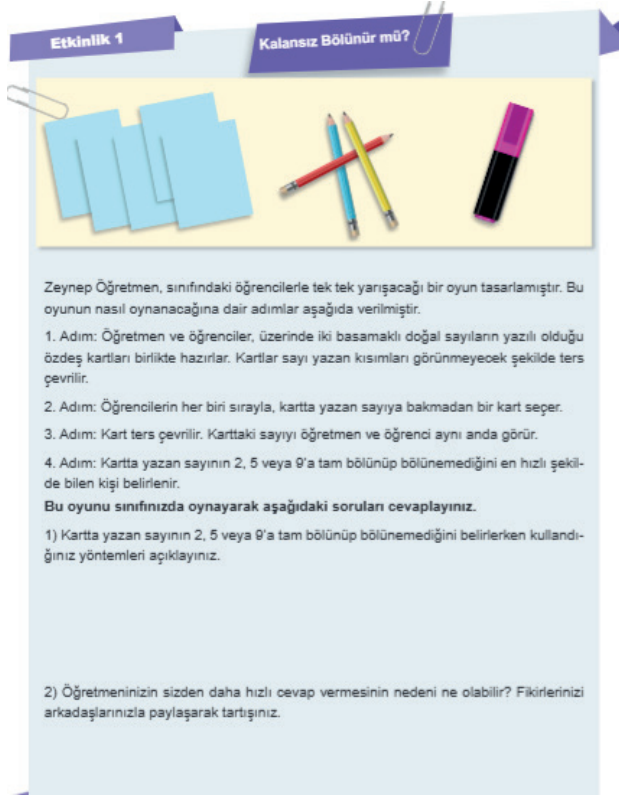
Şekil 21. Sayfa 25'in yapılandırıcı bir yaklaşımla düzenlenmiş örneği

Sayfa 26'da izleme testi başlığı altında çarpan ve kat kavramına ilişkin ilk 3 soruda en fazla uygulama düzeyine çıkan pekiştirme alışmaları verilmiş. 4. soru uygulama düzeyinde kalırken 5. Soru en az fazla kavramıyla biraz daha analize yönlendirecek bir çalışma olmuş. Bu çalışmalardan sonra öğrencilerin çarpan ve kat kavramını izleyecek ve performanslarını değerlendirecek farklı çalışma örnekleri sunulabilirdi örneğin zihin haritası çizimi, Venn şemasında çarpanlar ve katların özellikleri ya da gerçekçi bir bağlamda matematiksel modelleme etkinlikleri. Bu etkinlikler öğrencilerin hem becerilerini değerlendirirdi hem de varsayım ve genellemeleri başka bağlamlarda geliştirici bir analiz ve değerlendirme seçeneği sunan çalışmalarda test ederek kavramı tam anlamıyla yapılandırılırdı.

Ders kitabının çarpanlar ve katlar kısmı bölümünün incelemesini özetlersek çarpan ve kat konusuna yönelik yapılan analizde, kitabın temel tanımlar ve alıştırmalarla öğrencilere başlangıç düzeyinde bir kavrayış sunduğu, ancak kavramların derinlemesine yapılandırılması için gerekli pedagojik unsurların eksik kaldığı görülmüştür. Literatürde öğrencilerin çarpan-kat ilişkisini anlamada,

özellikle bir sayının çarpanı mı katı mı olduğunu ayırt etmede zorlandığı, bunun da çoğunlukla önceki öğrenmelerdeki eksikliklerden kaynaklandığı belirtilmiştir (Akkan ve Öztürk, 2019). Bu noktada kitabın somut modelleri, görsel temsilleri ve gerçek yaşam durumlarını sınırlı kullanması önemli bir eksiklik olarak öne çıkmaktadır. Literatür incelendiğinde, Vygotsky'nin (1978) sosyal etkileşim ve diyalog temelli öğrenme yaklaşımı; Bruner'in (1961) keşfetmeye dayalı görevlerin önemini vurgulaması; Piaget'nin (1970) bilişsel çelişki yoluyla kavramsal dönüşüm anlayışı; Freudenthal'in (1991) gerçek yaşam bağlamlarıyla matematik öğretimini savunan RME yaklaşımı; Flavell'in (1979) üstbilişsel düşünme stratejilerinin kalıcı öğrenmeye katkısı ve Fosnot'un (1996) yapılandırmacı öğrenme ortamlarının gerekliliğini ortaya koyan görüşleri bu eksikliklerin giderilebilmesi için güçlü kuramsal dayanaklar sunmaktadır. Ayrıca bu konuda Bayraktar, Aydoğdu ve Tutak'ın (2022) çalışmalarında RBC+C teorisinin çarpan ve kat kavramını yapılandırmasında öğrencileri bilişsel olarak desteklediği ve geliştirdiği görülmüştür. Dolayısıyla, bu temada çarpan ve kat kavramlarının incelenmesi sonucu çarpan kat kavramlarının daha etkili öğretimi için gerçek yaşam problemlerinin artırılması, öğrencinin keşfetme fırsatlarının genişletilmesi, bilişsel çelişki içeren görevlerin eklenmesi, grup tartışmalarına yer verilmesi, görsel modellerin daha çok kullanılması ve öğrencilere kendi düşünme süreçlerini izleme fırsatı veren üstbilişsel soruların sistematik biçimde entegre edilmesi önerilmektedir. Ayrıca çarpan-kat kavramlarının, programın bütüncül yapısı gereği 6. sınıfta kesirlerin genişletilmesi/sadeleştirilmesi, üslü ifadeler, rasyonel sayılar ve cebirsel ifadeler gibi ileri konulara temel oluşturduğu düşünüldüğünde, öğretimin titizlikle yapılandırılması zorunludur. Bu nedenle çarpan ve kat kavramlarının öğretiminde önce somut bağlamlardan (gruplama, paketleme, düzenli tekrar eden olaylar) başlanması; öğrencilerin sözel-sembolik ifadeler arasında ilişki kurmasının sağlanması; sayıların farklı çarpım temsillerinin tartışılması; görsel modellerle desteklenen keşfedici görevlerin kullanılması; kavram yanlışlarını açığa çıkaran bilişsel çelişki sorularına yer verilmesi; grup tartışmaları ve üstbilişsel sorgulama adımlarının sistematik biçimde eklenmesi hem programın yapılandırmacı yaklaşımıyla uyumlu olacak hem de öğrencilerin kavramı derinlemesine anlamlandırmasını sağlayacaktır. Bu tür zenginleştirmeler, kavramın hem daha anlamlı hem daha kalıcı bir şekilde öğrenilmesine katkı sağlayacaktır.

Çarpanlar ve katlardan sonra sayfa 27 ile kalansız bölünebilme ve bölünebilirlik kurallarına geçiş yapılmış. Verilen etkinlikte kartlar ve kartlarda yazan iki basamaklı sayılar verilerek öğrencilerin bu sayıları 2,5 veya 9'a tam bölünüp bölünemediği hızlı bir şekilde belirlemeleri ve yöntemlerini açıklamaları istenmiş.



Şekil 22. *Kalansız Bölünür mü? Etkinliği (MEB, 2025, s.27)*

Etkinlikte öğrencilerin bölünebilmeyi hızlı yapmaları için bir strateji düşünmeleri istenmiş. Ancak burada öğrencilerin yöneleceği ilk şey sayıları direkt verilen sayılara bölme olacaktır. Çünkü öğrenciler strateji düşünmeden önce bildiğini uygulamaya ve ezbere gitmeye yönelirler. Bunun için de bölme algoritmasını kullanırlar. Bu yüzden öğrencilere böyle bir stratejiyi düşündürmeden önce ön bilgilerinden yararlanmak adına ve bölünebilme kurallarının teorik temelini bilmesi gerekliliğinden dolayı öğrencilere bölme işleminden bahsedilmelidir (Uluslan, 2019). Bölme işleminde de bölme işleminin bütünü eş parçalara ayırarak gruplama ve bütünü eş parçalara dağıtarak paylaşırma anlamlarına değinilmesi bölünebilme kurallarının anlamlandırılmasında etkili olacaktır (Baykul, 2014). Gruplama ve paylaşırma yaklaşımı bölme işlemi, kalan ve bölünebilme kavramlarının temelini oluşturması yönüyle bölünebilme konusuna başlamadan bu kavramların tekrar edilmesi ve hatırlatılması gereklidir. Bölme tanımı verilirken tekrarlı çıkarma, çarpma işleminin sağlaması, gruplama ve paylaşırma yaklaşımı bölme algoritmasının kavramsal ve işlemsel yapısının anlaşılmasını kolaylaştırır (Uluslan, 2019). Bu yüzden sayfa 27’de verilen bu etkinlik yerine bölme tanımını verdikten sonra strateji geliştirmeye yönelik sorular oluşturabiliriz. Aşağıda buna yönelik oluşturduğumuz bir etkinlik modeli verilmiştir.

Etkinlik : “Uzay İstasyonunda Görev Paylaşımı”

Bağlam:

Zeynep Öğretmen sınıfını bu hafta “Uzay Fenleri” temasına taşımıştır. Öğrenciler, hayali bir **Uzay Görev Ekibinin mühendisleri** olarak çalışmaktadır. Her mühendis, istasyona gelen robotik araçlardan bazı görev “enerji kapsüllerini” eşit şekilde dağıtmakla sorumludur.

Bu senaryo, eşit gruplara ayırma (gruplama) ve eşit dağıtma (paylaştırma) anlamlarını doğal biçimde kullanmayı sağlar.

Bölüm A:

Ön Bilgiyi Etkinleştirme — “Enerji Kapsüllerini Paylaştır”

Amaç: Bölme, kalan, gruplama ve paylaştırma kavramlarını hatırlatmak.

Görev 1: Gruplama

Uzay istasyonuna 27 enerji kapsülü gelmiştir. Her robot 9 kapsül taşıyabilir. Bu kapsülleri robotlara eşit gruplar hâlinde yerleştirmeye çalışın.

- Kaç robot tamamen dolar?
- Artan kapsül olur mu? Varsa kaç tane?

Öğrencilerden beklenti:

$$27 = 3 \times 9 \rightarrow 3 \text{ robot, kalan yok.}$$

Gruplama, bölmenin “bütünü eş gruplara ayırma” anlamı fark edilir.

Görev 2: Paylaştırma

Uzay istasyonunda 32 veri çipi, 5 araştırmacıya eşit dağıtılacaktır.

- Her araştırmacıya kaç çip düşer?
- Kaç çip artar?

Öğrencilerden beklenti:

$$32 = 6 \times 5 + 2 \rightarrow \text{kişi başına 6 çip, kalan 2.}$$

- Kalan kavramı sezdirilir.
- “Tam bölünmeme = artan çip” ilişkisi kurulur.

Bölüm B: Keşfetme — “Kalanı Nasıl Önceden Tahmin Ederiz?”

Öğretmen:

“Her seferinde bölme işlemi yapmadan kalan olup olmayacağını hızlıca söylemenin bir yolu olmalı. Sizce hangi ipuçlarını kullanabiliriz?”

Mini görevler (buldurma amaçlı):

1. **Sonu 0 olan sayılar** 5 araştırmacıya dağıtıldığında hiç artan olur mu?
2. **Birler basamağı çift olan sayılar** 2 robota paylaştırıldığında artan olabilir mi?
3. 27 ve 45 sayılarında, kapsüller **9'arlı gruplara** ayrılırken neden artan olmuyor?

Öğrenciler burada sezgisel kurallar üretir:

- “5’e bölerken sonunun 0 veya 5 olması iyi.”
- “2’ye bölünüyorsa sonu çift.”
- “9’a tam bölünenlerde rakamlar toplamı sanki bir şey söylüyor.”

Bu bölümde amaç **öğrencilerin strateji ihtiyacının farkına varmasıdır**, henüz kural verilmez.

Bölüm C: Yapılandırma — “Uzay Kartları Yarışı” (Oyun)

Bu bölüm doğrudan ders kitabındaki oyunla ilişkilidir ancak strateji üretmeye ön hazırlık yapılmıştır.

Oyun Hazırlığı

Öğrenciler ve öğretmen, üzerinde **iki basamaklı sayılar** yazan kartlar hazırlar. Kartlar kapalı durur.

Oyun

- Öğrenci ve öğretmen aynı anda bir kart açar.
- Hızlı olan, karttaki sayının **2, 5 veya 9’a bölünüp bölünmediğini** söyler.

Keşfedici Görev (Strateji Geliştirme)

Öğretmen sorar:

“Uzay İstasyonu çok hızlı karar vermenizi istiyor. Her sayıyı tek tek bölerek zaman kaybetmeden bu kararları nasıl verebiliriz? Bir strateji geliştirebilir misiniz?”

Öğrencilerin geliştirmesi beklenen stratejiler:

- **2 için:** birler basamağına bakmak
- **5 için:** birler basamağının 0 veya 5 olması
- **9 için:** rakamları toplamını kontrol etmek

Fakat öğretmen doğrudan söylemez; öğrencilerin bulması sağlanır.

Keşfetme Soruları

- “Neden bazı sayıları 2’ye bölerken **hiç artan kalmadı?**”
- “5 araştırmacıya dağıtırken neden **sonu 0 olanlarda artan çıkmıyor?**”
- “Rakamları toplamı 9 olan sayılar neden 9’arlı gruplara tam ayrılıyor?”
- “Bazı sayıların rakamlarını toplayınca hep 9 çıkıyor, bu bize ne söyleyebilir?”

Bu sorular öğrencilerin **bölme modeli** → **kalan** → **strateji** köprüsünü kurmasını sağlar.

Bölüm D: Derinleştirme Etkinliği — “Uzay Mühendisi Tasarım Görevi”

Öğrencilere bir tasarım görevi verilir:

“Uzay istasyonunda görevli yeni gelen mühendisler için, 2, 5 ve 9’a bölünebilme durumlarını hızlı bulmayı anlatan bir ‘hızlı kontrol rehberi’ tasarlayın.”

Rehberde şu olmalıdır:

- Bir örnek
- Görsel açıklama (gruplama veya paylaşdırma modeli)
- Kısa bir strateji cümlesi

Bu, üstbilişsel farkındalığı artırır çünkü öğrenci kendi stratejisini **dille ifade eder, görselleştirir ve gerekçelendirir.**

Sonuç olarak bu etkinlik seti:

- Bölme ve kalan kavramlarını **kavramsal temelleriyle** hatırlatır.
- Gruplama/paylaşdırma modeli üzerinden bölünebilmeyi anlamlandırır.
- Stratejiyi öğrencinin **kendisi keşfetmesini** sağlar.
- Oyunlaştırılmış bağlamla motivasyonu artırır.
- Ders kitabı mantığıyla sade, uygulanabilir ve yapılandırıcıdır.

Bölünebilme kurallarına geçiş sayfa 27,28 ve 29’da 2,5 ve 10 ile bölünebilme ile başlatılmış. Girişte de günlük hayat bağlamı ile ilgili olarak Türkiye’nin fındık üretimi verilmiş ve buna bağlı olarak fındıkların tamamının her biri ayrı 100’lük tabloda 2,5 ve 10 kg’lık paketlere paylaşıldığında alabileceği değerlerin işaretlenmesi istenmiş. Daha sonra bu bölünebilme işlemi yapılırken öğrencilerin kullandığı yöntemi açıklamaları ve bir genelleme oluşturmaları beklenmiş. Farklı sayılar kullanarak genellemelerin doğruluğunun test edilmesi istenmiştir. Etkinlik bakıldığında maarif modelinin 6. Sınıf öğrenme çıktılarından MAT.6.1.2. Bir doğal sayının 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10 ile tam bölünebilme kriterlerine ilişkin çıkarım yapabilme ile uyumlu görünmektedir.

Literatüre bakıldığında da 10 ile bölünebilmede Ulusan'ın (2019) verdiği yüzölçek tablo etkinlikleri olduğu görülmektedir. Bu tablolarda bölünebilmede uygun bulunan değerlerin incelenerek ortak özelliklerinin ne olduğunun sorulması genelleme yapmaya daha çok imkân tanıyabilir. Öncelikle öğrenciye bu yüzölçek tabloda değerlerin ayrı ayrı ortak özellikleri sorulmalı ve buradan genelleme ulaşılmaya çalışılmalıdır. Bu şekilde bir yönelim öğrencinin keşfetmesine daha çok olanak tanır. Ayrıca bu yüzölçek tablolardan sonra 2'nin katları ve birler basamağındaki rakam ve 5'in katları, birler basamağındaki rakam tablosu oluşturularak öğrencilerin birler basamağı ve sayıların 2 ve 5 ile ilişkisindeki örüntü fark ettirilerek 2, 5 ve 10 ile bölünebilme kurallarının pekiştirilmesi sağlanabilir (Ulusan, 2019).

Verilen etkinlik sonrasında genellemeler bir bilgi kutusunda verilmiş ve üç örnek soruyla keşfedilen bilgiler hatırlama düzeyinde pekiştirildikten sonra yeni bölünebilme kuralına geçilmiş.

c) Topladığı fondik miktarını atlatılabileceği bu değerleri inceleyerek 2 ile kalansız bölünebilmeyle ilgili bir genelleme yapabilir misiniz? Yapılıncı genellemeyi yazınız ve arkadaşlarınızca paylaşınız.

g) Faklı sayılar kullanarak yapıldığıncı genellemelerin yöntemini karşılay karşılamadığıncı kontrol ediniz.

d) Bir sayının 5 ile kalansız bölünebilmesi için sağlanması gereken kriterler nelerdir?

2)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

a) Çiftçimin, topladığı fondik miktarını tamamını 5 kg'lık paketlenen tam doldurabilmesi için topladığı fondik miktarını atlatılabileceği değerleri yüzölçek tablosunda işaretleyiniz.

b) Çiftçimin, topladığı fondik miktarını tamamını 5 kg'lık paketlenen tam doldurabilmesi için topladığı fondik miktarını atlatılabileceği değerleri belirlenerek kullandığınız yöntemi açıklayınız.

c) Topladığı fondik miktarını atlatılabileceği bu değerleri inceleyerek 5 ile kalansız bölünebilmeyle ilgili bir genelleme yapabilir misiniz? Yapılıncı genellemeyi yazınız ve arkadaşlarınızca paylaşınız.

c) Faklı sayılar kullanarak yapıldığıncı genellemelerin yöntemini karşılay karşılamadığıncı kontrol ediniz.

d) Bir sayının 5 ile kalansız bölünebilmesi için sağlanması gereken kriterler nelerdir?

3)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

a) Çiftçimin, topladığı fondik miktarını tamamını 10 kg'lık paketlenen tam doldurabilmesi için topladığı fondik miktarını atlatılabileceği değerleri yüzölçek tablosunda işaretleyiniz.

b) Çiftçimin, topladığı fondik miktarını tamamını 10 kg'lık paketlenen tam doldurabilmesi için topladığı fondik miktarını atlatılabileceği değerleri belirlenerek kullandığınız yöntemi açıklayınız.

c) Topladığı fondik miktarını atlatılabileceği bu değerleri inceleyerek 10 ile kalansız bölünebilmeyle ilgili bir genelleme yapabilir misiniz? Yapılıncı genellemeyi yazınız ve arkadaşlarınızca paylaşınız.

g) Faklı sayılar kullanarak yapıldığıncı genellemelerin yöntemini karşılay karşılamadığıncı kontrol ediniz.

d) Bir sayının 10 ile kalansız bölünebilmesi için sağlanması gereken kriterler nelerdir?

Etkinlik 3 2, 5 ve 10 ile Kalansız Bölünebilme

Öğrenciler, dünya fondik üretiminin büyük bir bölümünü karşılayan önemli bir fondik üreticisidir. En fazla fondik üretimin yapıldığı İtalyan Ortası ve Güneybatı Fransa, ekonomik açıdan büyük bir öneme sahip olup bilinen diğer önemli kaynaklardır. Lezzetli bir ağızdamak olan fondik, hem çok iyi bir enerji kaynağı hem de kalp sağlığı açısından çok faydalı bir besindir.

(Genel ağdaşın örneği)

Güneybatı Fransa fondik üretiminin bir parçası, bahçesinden en fazla 100 kg fondik toplamaktadır. Topladığı fondik miktarını 2,5 veya 10 kg'lık paketlenen tam doldurmak ister.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

a) Çiftçimin, topladığı fondik miktarını tamamını 2 kg'lık paketlenen tam doldurabilmesi için topladığı fondik miktarını atlatılabileceği değerleri yüzölçek tablosunda işaretleyiniz.

b) Çiftçimin, topladığı fondik miktarını tamamını 2 kg'lık paketlenen tam doldurabilmesi için topladığı fondik miktarını atlatılabileceği değerleri belirlenerek kullandığınız yöntemi açıklayınız.

Şekil 23. 2,5 ve 10 ile Kalansız Bölünebilme Etkinliği (MEB, 2025, s.27-28-29)

Sayfa 32'de 3 ve 9 ile bölünebilme kurallarına geçiş yapılmış. Verilen etkinlikte 3 ve 9'un katları ve katlarının rakamları toplamının belirlenmesi istenmiş. Verilen örnek Ulusan'ın (2019) az önce verdiğimiz örneği ile uyum sağlamaktadır. Sayılar toplamı ve kat arasındaki ilişkinin fark edilmesine olanak sağlayan bir etkinlik olduğu, genellemeye ve varsayım yapmaya yönlendiren bir etkinlik olduğu görülmektedir.

Etkinlik 3

3 ve 9 ile Kalansız Bölünebilme

Yukarıdaki tabloda 3'ün katı olan doğal sayıları ve 9'un katı olan doğal sayıları farklı renkde kalemle işaretleyiniz. Daha sonra 3'ün iki basamaklı katlarından ve 9'un iki basamaklı katlarından dörder tane seçerek aşağıdaki tabloları örnekteki gibi doldurunuz.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

Tablo-1

3'ün Katları	3'ün Katının Rakamları Toplamı
12	1 + 2 = 3

Tablo-2

9'un Katları	9'un Katının Rakamları Toplamı
18	1 + 8 = 9

- 1) Tablo-1'i inceleyerek 3'e kalansız bölünebilme ile ilgili bir genelleme yapabilir misiniz? Yapığınız genellemeyi yazınız ve arkadaşlarınızla paylaşınız.
- 2) Tablo-2'yi inceleyerek 9'a kalansız bölünebilme ile ilgili bir genelleme yapabilir misiniz? Yapığınız genellemeyi yazınız ve arkadaşlarınızla paylaşınız.
- 3) Farklı sayılar kullanarak yaptığınız genellemelerin yönteminizi karşılayıp karşılamadığını kontrol ediniz.
- 4) Bir sayının 3 ile kalansız bölünebilmesi için sağlaması gereken kriterler nelerdir?
- 5) Bir sayının 9 ile kalansız bölünebilmesi için sağlaması gereken kriterler nelerdir?

Şekil 24. 3 ve 9 ile Kalansız Bölünebilme Etkinliği (MEB, 2025, s.32).

Verilen etkinlikten sonra 3 ile 9'a bölünebilmenin öğrencilerin zihninde somutlaştırılması için sayı blokları kullanılabilir. Örnek olarak şekil 25'i inceleyelim.

Etkinlik 6

Öğrencilere 3 ile bölünebilme kuralının niçin sayının rakamlarının sayı değerleri toplamı ile ilgili olduğu modelleme ile örneklendirilebilir. Örneğin 243 sayısının 3 ile bölünebilirliği, sayıların bölünebilen parçalara ayrıştırılması ile aşağıdaki gibi modellenip kuralı keşfetmeleri sağlanabilir (Bassarear, 2011).

$99 + 99 + 9 + 9 + 9 + 9 = 2 + 4 + 3$

Şekil 25. Sayı Blokları ile 3 ve 9'a Bölünebilme (Ulusan, 2025, s.189).

Öğrenci bu etkinliği kullandığında sayıyı somut bloklarla ifade ederken basamakları fark eder. Örneğin 243 sayısı: 2 yüzlük, 4 onluk, 3 birlik olarak çıldığında, öğrencinin bölünebilme açısından dikkati şunoktalara çekilir: 3 ve 9'a bölünebilme → tüm blokların toplam parça sayısı (rakamların toplamının modellenmiş hâli). Somut model kullanımı ise öğrencileri şu düşünceye iter: “Onluk ve birlikler sayının hangi parçalarını oluşturuyor? Bunlar bölünebilmeyi etkiliyor mu?” Öğrenciler genellemeleri sınamak için önce blok blok ayırır, artan kalıp kalmadığına bakar ve varsayımını test eder. Öğrenci bloklarla uğraştıktan sonra kuralı kendi cümleleriyle şu şekilde ifade eder : “3 ve 9 için tüm blokların toplamı önemlidir. Bu toplam 3'ün veya 9'un katı ise sayı tam bölünür.” Aynı zamanda daha önceki bölünebilme kurallarını da işe koşarak farklı durumlardaki kullanışlılığı şu şekilde dile getirebilir:

- **100'lük bloklar** 2, 4, 5, 10 gibi bölünebilme durumlarını zaten destekler. (Çünkü 100 bu sayıların hepsine bölünür.) Bu nedenle bu sayılar için sadece **son basamaklar** önemlidir.
- **3 ve 9'un bölünebilme durumunda** yüzlük blokların sayısının da etkisi vardır. Bu nedenle **tüm basamakların toplamı** önemlidir.

Bu gözlem öğrencinin “hangi durumda hangi kural daha kullanışlı?” sorusuna yanıt üretmesini sağlar.

Örnek öğrenci açıklamaları:

- “2, 5, 10 için sadece birlik bloğuna bakmak yeterli, çünkü yüzlük ve onluklar zaten uygun.”
- “9'da sadece son basamağa bakmak işe yaramaz, çünkü rakamların toplamı önemli.”

Bu tür karar verme süreçleri kriterin duruma göre seçilmesi öğrenme çıktısını karşılar. Verilen bu etkinliğin kullanımı öğrencilerin bölünebilme kurallarını zihninde somutlaştırması ve basamak değerleri ile ilişkilendirmesini sağlarken aynı zamanda MAT.6.1.2 öğrenme çıktısında şu durumlara karşılık gelir:

Kazanım	Etkinlikteki Karşılığı
(a) Varsayım oluşturma	Blok modellerle basamak değerini fark etme
(b) Genelleme belirleme	Farklı sayıları bölüp kalanı gözlemleme
(c) Varsayımı sınama	Her bölünebilme tahminini somut modellerle deneme
(ç) Önerme sunma	Öğrencinin kuralı kendi cümlesiyle ifade etmesi
(d) Kullanışlılığı değerlendirme	Hangi durumda hangi kuralın işe yarayacağını tartışma

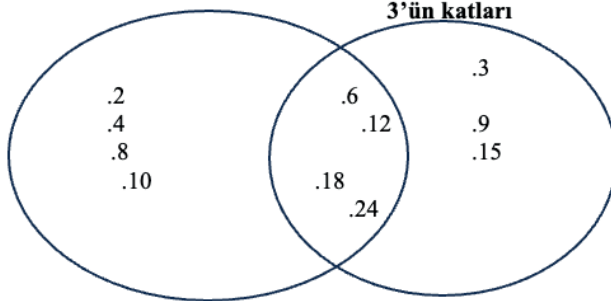
Sayfa 32’de verilen etkinlikten sonra aynı 2,5 ve 10 ile bölünebilmede olduğu gibi örnek 4 ve örnek 5’te hatırlama seviyesinde pekiştirme soruları verilmiş. Örnek 6’da ise öğrenciden 3 ve 9 ile bölünebilme kurallarını bilmesi, bu kuralları üç basamaklı sayılara uygulaması, birden fazla olası değeri matematiksel koşullara göre sınırlaması ve sonuçlar arasında en büyük toplamı bulması bekleniyor. Bu soru diğer örneklerle göre Bloom taksonomisine göre incelendiğinde daha üst düzey olan uygulama, analiz ve değerlendirme düzeyine çıkarıyor öğrenciyi. Öğrenci bu soruda rakamlar ve bölünebilme arasındaki ilişkiyi fark eder, çok adımlı bir düşünme süreci yürütür, değişkenleri kullanmayı öğrenir ve karar verme sürecine girer.

Sayfa 34 ve sayfa 35’te aynı diğer bölünebilme kurallarında olduğu gibi yüzölçüm tablo üzerinde 6 ve 4’e bölünebilme kuralı keşfettirilmeye çalışılmış. Bakıldığında daha önceki kurallarla verilen yöntem takip edilmiş ve benzer sorularla pekiştirilmeye çalışılmış. Bu şekilde bir çalışma evet keşfetmeye olanak sağlar ancak öğrenciler artık etkinliği tek düze görmeye başlayabilirler. Bunun için keşfettirici olarak şu etkinlikler kullanılabilir:

- 2 ile bölünen sayıları, 2’nin katlarını bir küme halinde; 3 ile bölünen sayıları, 3’ün katlarını ayrı bir küme halinde hem 2 hem de 3’ün katlarını ortak bir kesişim kümesi halinde Şekil 26’daki gibi göstererek hem 2 hem de 3’ün katı olan sayıların aynı zamanda 6’nın da katı olacağı için 6’ya bölünebileceğini fark ettirilebilirdi. Daha sonra asalılık ve aralarında asal kavramı öğrenildikten sonra bu kavramla, şemayla ilişkilendirilerek aralarında asal sayıların özellikleri ile ilgili bilgilere ulaşılması sağlanabilirdi. Ayrıca 6 ile bölünebilmede neden çift olduğu 2 ile bölünebilme kuralının zorunluluğu ile açıklattırılabilirdi.

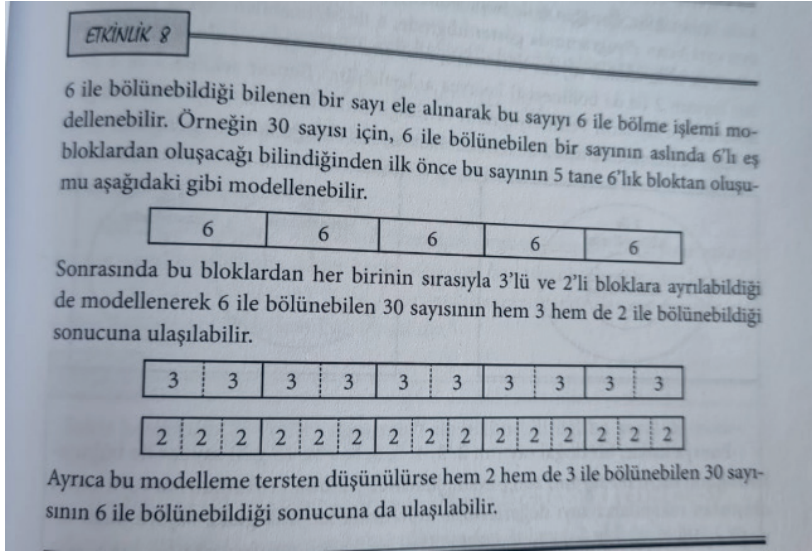
•

2’nin katları



Şekil 26. 6 ile bölünebilme kuralının Venn şeması ise keşfi

- İkinci bir öneri olarak ise şekil 28’deki gibi sayı çubuklarını farklı şekilde 2,3 ve 6 cm uzunluğunda parçalara bölerek bölünebilmeyi keşfettirebiliriz.



Şekil 27. Sayı çubukları ile Etkinlik (Uluslan, 2019, s.191)

Sayfa 36'da verilen problem öğrencileri biraz daha düşünmeye iten ve bölünebilme kurallarını tekrar edip, uygulatan, değerlendiren ve düşündürten bir problem olarak verilmiş. Bu yönden problemin çok yerinde ve uygun bir şekilde kullanıldığını söyleyebiliriz. Sayfa 37'deki izleme testi ise yine aynı şekilde genelde en fazla uygulama düzeyine çıkan alıştırma ve pekiştirme sorularından oluşturulmuş ve bölünebilme kuralları konusu bu şekilde tamamlanmış.

Genel olarak bakıldığında bölünebilme kuralları içerisinde ders kitabında bölünebilme kurallarının öğretiminde, etkinliklerin büyük ölçüde yüzölçüm tablo boyama, örnek sayıların doğrudan incelenmesi ve hazır kuralların uygulanması gibi yüzeysel süreçlere dayandığı görülmektedir. Ancak bu yaklaşım, literatürde vurgulanan kavramsal öğrenmenin temel bileşenlerini yeterince karşılamamaktadır. Özellikle Peker'in (2009) ve Uluslan'ın (2019) belirttiği gibi bölünebilme kurallarının temelinde basamak değeri, onluk sistem çözümlemesi ve bölme işleminin anlamlandırılması yer alırken, ders kitabında bu yapıları keşfettirecek derinlikte yönlendirici sorular bulunmamaktadır. Etkinliklerde çoğunlukla "kurala uygun mu?" şeklindeki doğrulama soruları yer almakta, fakat öğrenciyi kurala götürecek tümevarımsal akıl yürütme, örüntü keşfetme ya da basamak çözümlemesi yapma fırsatları sınırlı kalmaktadır. Bu durum, bölünebilme kurallarının işlemsel düzeyde ezberlenmesine, kavramsal bağlantıların kurulmadan geçirilmesine yol açmaktadır.

Literatür, bölünebilme kurallarının öğretiminde öğrencinin aktif keşif yapmasının ve kuralların nedenlerini anlamasının öğrenmeyi daha derinleştirdiğini göstermektedir. Bennett (2002) ve Williams'ın (1963) belirttiği gibi, öğrencinin önce örüntüler ve sayı kümeleri üzerinde çalışarak genellemelere

ulaşması gerekir. Ancak ders kitabındaki etkinlikler, öğrencilere bu tür sistemli bir genelleme yapma fırsatı sunmamaktadır. Örneğin 3 ve 9 ile bölünebilme kurallarında rakamlar toplamına dayalı yapıyı ortaya çıkaracak basamak değeri çözümlemeleri kullanılmamış, sayıların 10'luk sistemdeki yapısal özelliklerine dikkat çekilmemiştir. Aynı şekilde 6 ile bölünebilmede 2 ve 3'ün aralarında asal olması ve çarpımlarının kuralı oluşturması gibi temel ilişkilerin keşfine yönelik bir etkinlik veya Venn şeması gibi ilişkilendirici modeller yer almamaktadır. Dolayısıyla kitapta verilen görevler, Zazkis'in (1996) vurguladığı "sayıların yapısal ilişkilerini fark ettirme" amacını karşılamamakta, öğrenciyi daha çok kural uygulayıcısı konumuna itmektedir.

Özetle, ders kitabı bölünebilme kurallarını öğretirken yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının gerektirdiği keşfetmeye dayalı, sorgulayıcı, ilişkisel öğrenme ortamını yeterince sağlayamamaktadır. Öğrencilerin ön bilgileri olan çarpan-kat ilişkisi, basamak değeri, bölme anlamları ve sayı yapıları üzerine kurulu bir ilerleme yerine, hazır kural-alıştırma döngüsü ağırlıkta kalmıştır. Bu bağlamda ders kitabı, TYMM (2024) kazanımlarında vurgulanan çıkarım yapma, genelleme geliştirme, matematiksel önerme sunma ve kuralı farklı durumlarda değerlendirme becerilerinin gelişimini tam olarak desteklememektedir. Literatür ışığında, ders kitabının bölünebilme kurallarına ilişkin etkinliklerinin daha fazla somut model, onluk sistem çözümleme, keşfedici soru, örüntü analizi, akıl yürütme fırsatları ve tümevarımsal düşünme içerecek biçimde zenginleştirilmesi gerekmektedir.

Bu değerlendirmeye uygun olarak şu etkinliklerin kullanılmasını literatüre bağlı olarak önerebiliriz. Bölünebilme kurallarının nedenini anlamaya yönelik keşif etkinlikleri, yapılandırmacı yaklaşımın temelini oluşturur. Williams (1963) ve Bennett'in (2002) vurguladığı gibi öğrencilerin sayılar üzerinde örüntü kurarak kuralları kendilerinin çıkarması öğrenmeyi derinleştirir. Buna uygun olarak ders kitabında, 3 ile bölünebilme kuralına yönelik "Basamak Değeri Çözümleme Atölyesi" adlı bir etkinlik kullanılabilir. Bu etkinlikte öğrencilere 147, 258, 333 gibi sayılar verilir; bu sayıları "100'lükler + 10'luklar + 1'likler" biçiminde ifade etmeleri istenir. Ardından her bir basamağın 3 ile bölünebilme durumunun sayıların tamamını nasıl etkilediği üzerinde tartışma yapılır. Öğrenciler, yüzlük ve onlukların zaten 3'ün katı olması nedeniyle yalnızca birler basamağının toplamının belirleyici olduğunu fark ederek rakamlar toplamı kuralını kendileri geneller. Bu süreç Peker (2009) ve Ulusan'ın (2019) vurguladığı "kuralın gerekçesini sezdirme" yaklaşımıyla uyumludur.

Bir başka örnek olarak, 6 ile bölünebilme kuralının 2 ve 3 ilişkisi üzerinden yapılandırılması önerilebilir. Zazkis'in (1996) sayıların yapısal ilişkilerine dayalı öğretim yaklaşımı doğrultusunda, ders kitabında öğrencilerin bir Venn şeması üzerinde 2'ye bölünebilen ve 3'e bölünebilen sayıları gruplandırırları bir etkinlik yer alabilir. Öğrenciler kesişim bölgesinde yalnızca 6'nın katlarının

oluşturduğunu gözlemleyerek, “Bir sayı hem 2’ye hem 3’e bölünebiliyorsa 6’ya da bölünür.” genellemesine kendileri ulaşırlar. Bu tür bütünlleştirici modeller, literatürde önerilen “ilişkilendirme temelli matematik öğretimi” anlayışının (Bennett, 2002) somut bir uygulamasıdır ve TYMM’de vurgulanan ilişki kurma becerisini destekler.

Ayrıca, Bruner’in eylemsel–ikonik–sembolik temsiller kuramına uygun şekilde çoklu temsile dayalı bir etkinlik ders kitabına eklenebilir. Örneğin öğrenciler önce 4 ile bölünebilen sayıları *çubuklarla gruplayarak* (eylemsel), ardından *tablo ve şekillerle göstererek* (ikonik), son aşamada *son iki basamağa dayalı kuralı genelleyerek* (sembolik) öğrenebilirler. Bu yaklaşım, bölünebilme kurallarının yalnızca sembolik düzeyde ezberlenmesini değil, her temsil düzeyinde anlamlandırılmasını sağlar. Literatür (Bennett, 2002; Öğreten, 2016) çoklu temsillerin özellikle tam sayılar ve bölme becerilerinde kavramsal öğrenmeyi güçlendirdiğini belirtmektedir. Bu nedenle ders kitabının soyut kural anlatımı yerine çoklu temsil içeren görevlerle zenginleştirilmesi önerilebilir.

Son olarak, Freudenthal’ın gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımına uygun şekilde günlük yaşam bağlamı bir bölünebilme problemi eklenebilir. Örneğin öğretmen, “Okul gezisine katılan 96 öğrenci 4’erli gruplara ayrılacak. Kafiler sorumlusu grupların tam sayılı olup olmayacağını nasıl kontrol edebilir?” gibi bir problem sunabilir. Öğrenciler, bölünebilme kuralını gerçek bir durum üzerinden kullanarak “daha az bilişsel yük” çıktıya ulaşırlar. Bu tür bağlam temelli görevler, bölünebilme kurallarının “salt kural ezberi” olmaktan çıkıp matematiksel modelleme sürecine dönüşmesini sağlar.

Sayfa 38’de başlayan sayı sisteminin temelini ve çarpımsal ilişkilerin gizli dünyasını oluşturan asal sayılar, öğrencilerin sayı ilişkilerini ile çarpan–bölen kavramlarını anlamlandırmasında öğretmenlere rehberlik eden matematiğin en temel ve en gizemli konularından biridir. Sayfa 38’de depremle ilgili olarak bir dikkat çekme metni verilerek bu metne dayalı olarak problem durumu oluşturulmuş. Alan modelleriyle farklı sayıların, farklı çarpan durumları ve alabileceği durumların keşfedilmesi istenmiş. Bu çarpan çiftlerini yazınca asal sayıların tek bir durum olduğunun öğrenci tarafından fark edilmesi beklenmekte. Durum somutlaştırılarak keşfe daha uygun hale getirilmiş. Bu sayede öğrenci asal sayılar ve bileşik sayılar arasındaki farkı keşfeder (Akkan ve Öztürk, 2019). Bu keşif sonrası matematik tarihinden ilham alınarak Eratosthenes kalburunun tanıtılması uygun olacaktır ki sayfa 39’da etkinlik 2’de bu şekilde bir etkinlik verildiği görülmektedir (Akkan ve Öztürk, 2019).

Etkinlik 1

Bilgi Hayat Kurtarı

ÇÖK KAPAN TUTUN

Türkiye, deprem riski yüksek olan bir ülkedir. Depremden zarar görmemek veya en az zararla kurtulmak için binalarımızın sağlam yapılması, ailemiz ile birlikte bir afet planı yapmamız ve deprem anında sakin kalmamız önemlidir. Deprem öncesinde devrime ihtimali olan eşyaları sabitleyip deprem anında da sağlam bir eşyanın yanında "çök-kapan-tutun" pozisyonuna geçmeliyiz. (Genel ajdân alınmıştır.)

Depreme dayanıklı binalar tasarlayan Mahmut Bey, tasarladığı binalardaki dairelerin içine farklı büyüklükte sekiz bölüme yerleştirirdi. Bu bölümlerin zeminlerini düdüğürtün çeklinde ve alanlarını 2 m², 3 m², 4 m², 5 m², 6 m², 7 m², 8 m² ve 9 m² olacak şekilde yapmayı planlamaktadır.

Buna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1) 2, 3, 5 ve 7 sayılarının çarpımları ile ilgili neler söyleyebilirsiniz?

2) 1 m²'yi temsil eden kareler kullanarak bu bölümlerin zeminlerini olası şekillerini önekeki gibi modelleyiniz.

3) Bazı zeminleri modellerden kareleri tek sıra halinde dizmekten başka bir seçeneğinizin olmadığını fark ettiniz mi? Bu zeminleri modellerden tek seçeneğinizin olmasının nedenini arkadaşlarınızla tartışınız.

Etkinlik 2

Erathosthenes Kalburu

Milattan önce yaşamış olan ünlü matematikçi Erathosthenes (Eratosthenes), Erathosthenes Kalburu adını verdiği yöntem ile 100'e kadar olan asal sayıları belirlemek için yüzük tablosu kullanmıştır. Bu yöntemi kullanarak 100'e kadar olan asal sayıları belirlemek için aşağıdaki beş adımı yüzük tablosunda sırayla uygulayınız.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1. Adım: En küçük asal sayı 2 olduğundan 2'yi işaretleyiniz. Daha sonra 2'nin katlarının üzerine çiziniz.

2. Adım: 3 asal sayı olduğu için 3'ü işaretleyiniz. Daha sonra 3'ün katlarının üzerine çiziniz.

3. Adım: 5 asal sayı olduğu için 5'i işaretleyiniz. Daha sonra 5'in katlarının üzerine çiziniz.

4. Adım: 7 asal sayı olduğu için 7'yi işaretleyiniz. Daha sonra 7'nin katlarının üzerine çiziniz.

5. Adım: 1 dışında üzeri çizilmemiş sayıları işaretleyiniz.

Tabloda işaretlediğiniz asal sayıları yazınız.

Sınıfınızda gruplar oluşturup aşağıdaki soruları cevaplayınız. Fikirlerinizi diğer gruplarla paylaşarak tartışınız.

1) 1, neden asal sayı değildir?

2) 2'den başka çift asal sayı var mıdır?

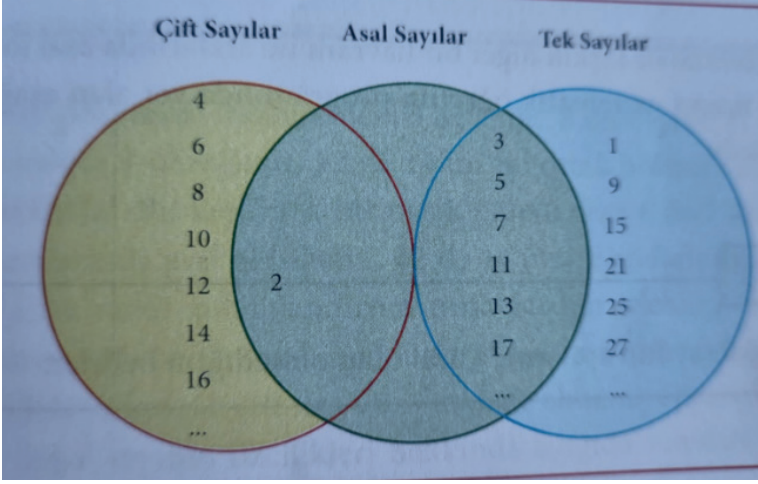
3) Sizce asal sayıların sonu var mıdır?

Şekil 28. Sayfa 38 ve 39'da asal sayılarla ilgili verilen etkinlikler (MEB, 2025, s.38-39)

Eratosthenes kalburu ile öğrenciler kat kavramını pekiştirirken 100'e kadar olan asal sayılar ve bu sayıların özellikleri ile ilgili bilgi edinme deneyimine sahip olurlar. Burada boyalı sayıların bileşik sayı olduğunun vurgulanması da keşfetmedeki özellik bilgilerini pekiştirici olabilir (Akkan ve Öztürk, 2019). Kalbur sorusundan sonra dikkat çeken kısım olarak ise grup tartışması yardımıyla 1'in asal sayı olup olmadığını, 2'den başka çift asal sayının olup olmadığını, asal sayıların sonsuzluğunu keşfettirici olan kısımdır. Bu kısımda öğrencilerin grup tartışmasıyla beyin fırtınası yapması sorgulama, iletişim becerilerini güçlendirir. Bu kısmı desteklemek için şu şekilde keşfedici örnekler verildikten sonra tartışma yaptırılabilir:

- Bölme Tablosu Etkinliği ile öğrencilerden 1, 2, 3, 4, 5, ... gibi sayıları bir tabloya yazıp "Kaç bölünebilir?" sorusunu incelemeleri istenir. 1'in sadece tek bölünebilir olduğunu kendileri fark eder. Öğrenci aktif keşif yaparak bilgilerini yapılandırır.
- (Gersten & Whitin, 1995) – Hikâyeleştirme yöntemiyle arkadaş arayan iki sayı metaforu kullanılarak 1'in sadece tek arkadaşı olduğu için asal olamayacağı hissedilerek anlaşılır.
- Oyunlaştırma yoluyla "Bölme Makinesi" İstasyonu (Hands-on) kullanılabilir. Bu oyunda Öğrenciler sayıları bölme kartlarına yerleştirir. Hangi sayıların tam iki bölme çıkışı verdiğini tespit ederler. 1'in makineden iki çıkış üretmediğini gözlemleyerek keşfederler.
- Öğrencilere 2'den 30'a kadar olan çift sayıların incelenmesi istenerek bu çift sayıların bölen sayılarına bakılması istenir. 2'nin dışındaki tüm çiftlerin 2'ye bölündüğünü görerek kendileri çıkarım yapar.

- Şekil 29'daki gibi venn diyagramı yöntemi kullanılabilir.



Şekil 29. Venn diyagramı yöntemiyle tek, çift ve asal sayılar arasındaki ilişkiyi fark etme (Akkan ve Öztürk, 2019, s.149)

Asal sayıların sonsuzluğu ile ilgili keşfe baktığımızda Hanna ve Jahnke'nin (2009) öğrenciyi keşfe hazırlayan kanıt etkinliği ile yaş düzeyine uygun şöyle bir etkinlik oluşturulabilir. Öğrencilere birkaç asal sayı verilir: 2, 3, 5, 7, 11 gibi. “Bu sayıların hepsini çarpalım ve 1 ekleyelim.” Ortaya çıkan sayının bu listede yer alan asal sayılara bölünmediği fark ettirilir. Yeni bir asal sayı elde edilebileceği keşfedilir. Bu etkinlik literatürde *düşünme zinciri kurma ve kanıt farkındalığı oluşturma* amacıyla kullanılır (Devlin, 2003; Hanna & Jahnke, 1996). Ya da öğrencilere Öğrenciler 1–200 arasındaki asal sayıları bulmaları için bir tablo verilir. Sayı aralıkları büyüdükçe her aralıkta bazı asal sayıların hep var olduğu fark edilir. Bu yaklaşım örüntü farkındalığı olarak geçer. Bu şekilde öğrencinin örüntüden yola çıkarak örüntüler üzerinden “kural / ilişki – genelleme” anlayışını geliştirerek cebirsel düşünmeye geçebileceği savunuluyor (Mulligan ve Mitchelmore, 2009; Tanışlı ve Kabaal, 2010). Yani bu şekilde keşfettirici etkinliklerle beraber grup tartışması verilmesinin öğrencilerin keşfedici ve yapılandırıcı öğrenmesini destekleyeceği düşüncesindeyiz.

En önemlisi de bu tarz etkinliklerin öğrencilerin keşfi ve aktif bilgi yapılandırmasıyla beraber öğrencilerde çok fazla oluşan 0 ve 1 sayılarını asal sayı olarak düşünme, 2'nin çift olması sebebiyle asal sayı olamayacağını düşünme, asal sayıların sonlu olduğunu düşünme gibi kavram yanlışlarının da önüne geçebileceği düşünülmektedir (Akkan ve Öztürk, 2019).

Sayfa 40'da verilen etkinlik 3, öğrencilerin çarpanlar, katlar ve tam bölünebilme özellikleri üzerine düşünmelerini sağlayan, yapılandırmacı yaklaşımla uyumlu bir öğrenme ortamı sunmaktadır. Oyunun doğası gereği öğrenciler, verilen sayının kartlarındaki sayılarla olan ilişkisini analiz ederek “çarpan olma” veya “bölünebilme” durumlarına yönelik varsayımlar üretmekte

ve bu varsayımları akranlarının kart seçimleriyle sınama fırsatı bulmaktadır. Böylece öğrenciler, çarpan–kat ilişkilerine dair sezgisel muhakeme geliştirirken; elde ettikleri çıkarımları örnek durumlar aracılığıyla doğrulama, genelleme ve matematiksel önerme oluşturma süreçlerine aktif biçimde katılırlar. Etkinlik, öğrencilerin sundukları yanıtların doğruluğunu akran etkileşimi içinde tartışmalarını sağladığı için üst düzey düşünme süreçlerini desteklemekte ve yapılandırmacı yaklaşımın temel ilkesi olan “bilginin aktif olarak inşa edilmesi”ni gerçekleştirmektedir. Bu yönüyle etkinlik, MAT.6.1.1 kazanımında belirtilen bir doğal sayının çarpan ve katlarına yönelik varsayım oluşturma, ilişkileri inceleme, genelleme yapma, modellerle doğrulama ve ulaşılan sonucu matematiksel ifadeyle sunma adımlarını doğal biçimde içermektedir. Aynı zamanda öğrencilerin kartlardaki sayıları dikkate alarak “hangi sayı hangi sayıya bölünür?” sorusuna yanıt aramaları, MAT.6.1.2 kazanımında yer alan tam bölünebilme kriterlerine yönelik çıkarım yapma, genelleme ve kriterin farklı durumlarda kullanımını değerlendirme becerisini desteklemektedir. Etkinlik kapsamında bazı öğrencilere yalnızca “EVET” ya da “HAYIR” cevabının düşmesi, onların sayıların asal olup olmadığına ve çarpan çeşitliliğine ilişkin düşünmelerine imkân verdiğinden, MAT.6.1.3 kazanımındaki asal sayıların özelliklerini belirleme ve doğal sayıların asal çarpanlarını çözümleme sürecine de katkı sağlar. Sonuç olarak bu oyun, öğrencilerin sayılar arasındaki gizli yapıları keşfetmelerini, mantıklı gerekçeler sunmalarını ve matematiksel düşünme süreçlerini aktif biçimde yapılandırmalarını destekleyen güçlü bir öğrenme etkinliğidir.

Bu etkinlik, yapılandırmacı yaklaşımın temel ilkeleriyle uyum göstermektedir; öğrencilerin bilgiyi aktif olarak inşa etmesi ve sosyal etkileşim yoluyla öğrenmesi gerektiğini vurgulayan Von Glasersfeld (1995) ve sınıf içi matematiksel tartışmaların öğrencilerin muhakeme becerisini geliştirdiğini belirten Cobb, Yackel ve Wood (1992) tarafından desteklenmektedir. Etkinlik aynı zamanda sayı ilişkilerini keşfetmeye dayalı akıl yürütme süreçleri sunarak, öğrencilerin çarpan–kat ve tam bölünebilme kavramlarını anlamasını kolaylaştırır; bu bağlamda Tanışlı ve Köse (2011), sayıların özelliklerini keşfetme temelli etkinliklerin bu öğrenme sürecini güçlendirdiğini göstermiştir. Akkan ve Gürel (2015) ise bölünebilme kurallarının yapılandırmacı etkinliklerle öğretildiğinde kalıcı öğrenmeyi desteklediğini belirtmektedir. Öğrencilerin “neden EVET/HAYIR?” sorularına yanıt verirken akıl yürütme ve genelleme yapımları, matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmektedir; Stylianides (2009) matematiksel akıl yürütme etkinliklerinin tartışma ve gerekçelendirme süreçlerini desteklediğini ifade ederken, Mason, Graham ve Johnston-Wilder (2005) genellenenin küçük örneklerden yola çıkarak yapı oluşturma süreci olduğunu vurgulamaktadır. Etkinliğin örüntü ve yapı farkındalığı sağlaması da öğrencilerin sayılar arasındaki ilişkileri algılamasını destekler; Mulligan ve Mitchelmore (2009) AMPS çerçevesinde örüntü ve yapı farkındalığının erken ve ortaokul matematiğinde temel olduğunu, Papic, Mulligan ve Mitchelmore (2011) ise bu farkındalığın ileri düzey cebirsel düşünmenin temelini

oluşturduğunu belirtmektedir. Son olarak, etkinliğin oyun tabanlı yapısı, öğrencilerin motivasyonunu ve aktif katılımını artırmakta; Bragg (2012) oyun temelli etkinliklerin matematiğe yönelik tutumu olumlu etkilediğini, Squire (2011) ise oyunların karar verme, akıl yürütme ve problem çözme süreçlerini geliştirdiğini göstermektedir.

Asal sayıların keşfedilmesinden sonra kitabın sayfa 42'deki örnek 2 ile beraber sayıların çarpanlarına ve bu çarpanlardan asal sayı olanlarına yani "asal çarpan" kavramına odaklandığını görmekteyiz. Yapılan çalışmalarda öğrencilerin de öğretmen adaylarının da bu konuda zorluk yaşadıkları belirtilmiştir. Bu sebeple asal çarpanlara ayırma konusunun öğretimi oldukça hassas bir konudur (Akkan ve Öztürk, 2019). Asal çarpanlara giriş yapılan örnek 2 ile çarpan ve asal çarpan ilişkisi fark ettirilmeye çalışılmıştır. Burada sorulacak asıl soru ve fark edilmesi beklenen durum çarpanlar ve asal çarpanlar arasında nasıl bir benzerlik ve farklılık var? Asal çarpanları diğer çarpanlardan ayıran durum nedir? Durumu ve sorusudur. Örnek 2 bu yönden iyi bir giriş olduğunu belirtebiliriz. Sayfa 43 ve 44'te asal çarpan kavramının verilmesinden sonra asal çarpanların bulunmasına giriş yapıldığını görmekteyiz. Diyaloglarla asal çarpan bulma yöntemlerinden çarpan ağacı yöntemi ve asal çarpan algoritması anlatılmış. Ve birer örnek gösterilerek farklı sayılarda hem çarpan ağacı yöntemi hem de bölme algoritması çalıştırıldıktan sonra sayıların asal çarpanlarının çarpımı halinde yazılması istenmiştir.

Etkinlik 4

Asal Çarpan Belirleme Yöntemleri

Doğal sayıların asal çarpanlarını belirlemeye çalışan iki öğrencinin aralarında geçen diyalog aşağıda verilmiştir.

Bir doğal sayının asal çarpanlarını belirlemek için çarpanlarını belirlemeye gerek olmadığını biliyor muydun?

Evet Yükt, bir yöntem biliyorum. Acaba aynı yöntemi mi kullanıyorsunuz?

Ada, benim kullandığım yöntem çarpan ağacı yöntemi deniliyor. Sana adım adım anlatayım:

- Doğal sayıyı yazıp bu sayının altına iki tane ok çizersiniz.
- Okların ucuna en az biri asal sayı olan iki çarpan yazıyorsunuz. Asal sayı olan çarpanı işaretleyorsünüz.
- Daha sonra asal sayı olmayan çarpandan iki ok çıkarak aynı işlemi devam ettiriyorsünüz.
- Asal sayı olan çarpanlar kalınca işlemi bitiriyorsünüz.

Yükt, yöntemi çok güzelmiş. Benim kullandığım yöntem de asal çarpan algoritması deniliyor. Ben de bu yöntemi sana adım adım anlatayım:

- Doğal sayıyı yazıp bunun sağına dikey bir bölme çizgisi çizersiniz.
- Bu doğal sayıyı kalansız bölerek bir asal sayı belirleyerek bölme işlemi yapıyorsunuz. Bölme işlemi yaptığınız asal sayıyı işaretleyorsünüz.
- Bölmeyi, sonucunu inceledığınız doğal sayının altına yazıyorsunuz ve tekrar kalansız bölme yapabileceğiniz bir asal sayı belirliyorsunuz.
- Bölüm 1 olunca işlemi bitiriyorsünüz.

İki yöntemde de belirlenen asal sayılar başta verilen doğal sayının asal çarpanları olduğuna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1) Aşağıdaki çarpan ağacı yöntemi ile ilgili örneği inceleyiniz. Verilen doğal sayıların asal çarpanlarını belirleyiniz ve altlarındaki boşluklara yazınız.

Örnek

28
14
2
7
1

28'nin asal çarpanları: 2 ve 7

45

45'in asal çarpanları:

52

52'nin asal çarpanları:

72

72'nin asal çarpanları:

2) Aşağıdaki asal çarpan algoritması yöntemi ile ilgili örneği inceleyiniz. Verilen doğal sayıların asal çarpanlarını belirleyiniz ve altlarındaki boşluklara yazınız.

Örnek

28
14
2
7
1

28'nin asal çarpanları: 2 ve 7

48

48'in asal çarpanları:

66

66'nın asal çarpanları:

84

84'un asal çarpanları:

3) Aşağıdaki çarpan ağacı yöntemi ile ilgili örneği inceleyiniz. Verilen doğal sayıların asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazınız.

Örnek

20
2
10
2
5
1

20 = 2 x 2 x 5

36

36 =

70

70 =

90

90 =

4) Aşağıdaki asal çarpan algoritması yöntemi ile ilgili örneği inceleyiniz. Verilen doğal sayıların asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazınız.

Örnek

20
2
10
2
5
1

20 = 2 x 2 x 5

56

56 =

98

98 =

150

150 =

5) 1'den büyük doğal sayılardan hangileri asal sayıların çarpımı şeklinde yazılabilir? Düşüncelerinizi arkadaşlarınızla paylaşarak tartışınız.

Şekil 30. Asal Çarpan Belirleme Yöntemleri Etkinliği (MEB, 2025, s.43-44)

Literatüre bakarak etkinliği değerlendirdiğimizde öğrencilerin asal çarpanlara ayırma ile ilgili kavramsal gelişiminin zaman almasından dolayı işlemsel bilgidен çok kavramsal bilgiye odaklanılması gerektiğini, keşfedici zengin öğrenme ortamlarıyla öğrenme alanlarının oluşturulması gerektiğini

görmekteyiz (Liljedach, Sinclair ve Zazkis, 2006; NCTM, 2000; Zazkis ve Campbell, 1966b akt: Akkan ve Öztürk, 2019). Bakıldığında etkinlikte verilen asal çarpan bulma yöntemlerinin kavramsal odaklanmadan çok işlemsel yapılandırmaya yönelik olduğunu görmekteyiz. Kurz ve Garcia'nın da(2012a;2012b akt: Akkan ve Öztürk, 2019) çalışmalarında bahsettiği gibi kavramaya çok az bir etkisinin olduğunu görmekteyiz. Ancak aynı zamanda bu etkinlik farklı temsil biçimlerinin hem de öğrencilerin geliştirdiği sezgisel yöntemlerin önemini vurgular; bu yaklaşımlar, öğrencilerin yapılandırmacı öğrenme süreçleri içinde sayısal ilişkileri keşfetmelerine olanak tanır. Mesela bunun yerine hem algoritmanın kullanılışlığını düşündürecek hem de kavramı açıklayacak şu şekilde bir ders planı tasarlanabilir:

Konu: Asal Çarpanlara Ayırma

Düzyey: 6. Sınıf

Süre: 45–50 dakika

Öğrenme Çıktısı

MAT.6.1.3. Bir doğal sayının asal olma durumunu ve asal çarpanlarını çözümleyebilme

- a) Bir doğal sayının asal olup olmadığını ve asal çarpanlarını belirler.
- b) Asal sayıların özelliklerini ve bir doğal sayı ile asal çarpanları arasındaki ilişkileri belirler.

Beklenen beceriler:

Alan Becerileri

MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma, MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma)

Kavramsal Beceriler

KB2.4. Çözümleme, KB2.10. Çıkarım yapma, KB2.14. Yorumlama

Eğilimler

E1.1. Merak, E2.5. Oyunseverlik, E3.3. Yaratıcılık, E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. Sistematiik Olma, E3.9. Şüphe Duyma

Kullanılan Yaklaşım: Yapılandırmacı Öğrenme – Keşfetme → Yorumlama → Genelleme → Doğrulama

Temel Kaynak Yapı: Zazkis, Liljedahl, NCTM, Sfard (kavramsal yapı ve çarpan ilişkileri üzerine literatür).

Giriş (5 dakika)

Amaç: Ön bilgiyi aktif hale getirmek, tahmin ve gerekçelendirme başlatmak.

Öğretmen sorar:

“45 sayısı hangi küçük doğal sayıların çarpımı olabilir?
En az iki farklı çarpım yazın ve neden öyle düşündüğünüzü açıklayın.”

Öğrenci örnekleri:

- 9×5
- 3×15
- 1×45

Öğretmen yönlendirmesi:

- “Bu çarpımlar arasında nasıl ilişkiler var?”
- “Bunlardan bazıları daha ‘temel’ olabilir mi?”

Keşfetme (10 dakika)

Amaç: Öğrencilerin yöntemi kendilerinin bulmasını sağlamak.

Etkinlik 1: Eksik Çarpan Ağacı Tamamlama

Dağıtılan kâğıtta:

60

/ \

6 10

/ \ ?

3 ? ?

Görev:

“Ağacı tamamlayın. Hangi sayıları neden seçtiğinizi açıklayın.”

Etkinlik 2: Eksik Bölme Algoritması Tamamlama

72 | 2

36 | ?

18 | 3

? | 3

1

Görev:

“Eksik bölmeleri doldurun.

Hangi sayıya neden böldüğünüzü açıklayın.”

Yorumlama ve Karşılaştırma (10 dakika)

Amaç: Öğrencilerin kullandıkları iki yöntemi karşılaştırması → Kavramsal bağ kurma.

Sınıf tartışması:

Öğretmen sorar:

1. “Ağaç yöntemiyle 60 sayısının ulaştığınız sonuç ne?”
2. “Bölme algoritmasıyla ulaştığınız sonuç aynı mı?”
3. “Neden iki yöntem farklı adımlar içerse de aynı asal çarpanlara ulaşıyor olabilir?”

Beklenen çıkarım:

“Çünkü her sayı asal çarpanlara ayrıldığında sonuç tektir.”

Bu, aritmetiğin temel teoremini sezgisel olarak fark ettiren **kavramsal genelleme aşamasıdır**. Öğrenci “yöntem değil, sayıların yapısı” üzerine düşünmeye başlar.

Derinleştirme (10 dakika)

Amaç: Kavramsal genelleme, ilişki kurma, kendi kuralını oluşturma.

Görev: Kural Oluşturma

Öğrencilere sorulur:

“Asal çarpanlara ayırma işlemiyle ilgili kendi kuralınızı yazın. Kuralınızın doğruluğunu 2 örnekle açıklayın.”

Öğrenci örnek kuralı:

- “Bir sayı asal olmayan çarpanlara ayrılabilir; ama işlem tekrarlandığında sonunda sadece asal sayılar kalır.”
- “Hangi yolu seçersem seçeyim aynı asal çarpanlara ulaşırım.”

Doğrulama Görevi:

“90 sayısını iki farklı yöntemle ayırın. Sonuçları karşılaştırın.”

Bu aşama MEB kazanımında belirtilen “önerme sunma–genelleme–modelleme” bileşenlerini karşılar.

Değerlendirme (5–10 dakika)

Amaç: Kavramsal anlama değerlendirmesi (işlemsel değil).

Açık Uçlu Değerlendirme Soruları:

1. “Her sayı asal çarpanlara ayrılabilir mi? Neden?”
2. “İki farklı öğrencinin farklı çarpanlarla başlamasına rağmen aynı sonuca ulaşması neyi gösterir?”
3. “48 sayısının asal çarpanları ile 96 sayısının asal çarpanlarını karşılaştırın. Aralarında nasıl bir ilişki var?”

Bu sorular:

- ilişkileri fark etme
- kavramsal bağlantı kurma
- genelleme yapma

becerilerini ölçer.

Bu şekilde bir ders planıyla öğrenci kavramsal anlamayla birlikte işlemsel algoritmaların geçerliliği ve kullanılabilirliğini sorgular ve hangisini kullanacağına duruma göre karar vererek değerlendirir. Bu etkinlik yerine önce asal çarpan bulma algoritması ve çarpan ağacı örnekleri verilerek yöntemlerle ve durumlarla ilgili özelliklerle ilgili çıkarımlar yapıldıktan sonra algoritma ve yöntemin açıklanması daha uygun olacaktır (Akkan ve Öztürk, 2019). Asal çarpanların bulunmasının karekök, ebob ekok gibi kavramların temelini oluşturduğundan dolayı kavramsal anlamaya gerekli önemin verilmesi gerektiği bu durumları sanal manipülatiflerle desteklenmesinin gerektiği asal çarpan ve asal çarpanlarla ilgili kritik bilgilerin keşfedilerek verilmesi ve öğrenci zihninde yapılandırılmasının önemli olduğu unutulmamalıdır (Akkan ve Öztürk, 2019).

Sayfa 45'te asal çarpanlarla ilgili en fazla uygulama düzeyine çıkan pekiştirme alıştırmalarının olduğu görülmektedir. Sayfa 46'da ise yine asal sayı ve asal çarpanlarla ilgili uygulama – analiz ve değerlendirme üst düzeylerine çıkan bir etkinlik verildiğini görmekteyiz. Etkinliğin öğrenilenleri üst düzey düşünmeye çıkarması açısından uygun olduğu ancak sentez becerisini geliştirmede olduğu görülmektedir. Sayfa 46'da öğrencilere performans ödevi olarak Eratosthenes Kalburu tasarımı verildiği görülmektedir. Bu tasarımda öne çıkan beceriler güvenilir bilgiye ulaşma yollarını araştırma ve yaratıcılık becerileridir. Eratosthenes Kalburu ile ilgili performans görevinin, konunun başında yapılan uygulamaya ek olarak verilmesi pedagojik açıdan anlamlıdır; çünkü bu görev öğrencinin yalnızca yöntemi kullanmasını değil, yöntemin arka planını araştırarak bilgiyi yeniden yapılandırmasını sağlar. Ders içi etkinlik, öğrencinin kalburu deneyimleyerek prosedürü anlamasına katkı sunarken; performans görevi, öğrenciyi kavramsal düzeye taşıyarak tarihsel bağlamı inceleme, güvenilir bilgi seçme, araştırma yapma, bilgiyi düzenleme ve sunulabilir bir ürüne dönüştürme gibi üst düzey becerileri geliştirme fırsatı yaratır. Öğrencinin kendi tasarımını oluşturması yaratıcılığı desteklerken; yöntemin mantığını açıklaması eleştirel düşünme ve matematiksel muhakemeyi güçlendirir. Bu görev aynı zamanda bilgi okuryazarlığı, iletişim, teknoloji kullanımı ve estetik düzenleme gibi 21. yüzyıl becerilerini harekete geçirir. Böylece öğretmen, yalnızca işlemsel bilgiyi değil; kavramsal anlama, genelleme yapabilme, model kurma, dilsel ifade ve tasarım becerilerini de değerlendirme imkânı bulur. Dolayısıyla bu performans görevi, konunun tekrarından ziyade öğrencinin bilgiyi derinlemesine işlemesini, anlamlandırmasını ve özgün ürünler üreterek matematiği çok boyutlu bir şekilde kavramasını sağlayan,

yapılandırmacı öğrenme anlayışıyla uyumlu bir değerlendirme aracı niteliği taşır. Ancak bu etkinlik yerine performans görevi olarak Lee'nin (2012) geliştirdiği "L-şekilli algoritma" ya da Oral'ın (2021) tanıttığı "Asal Çarpan Kartelası" çalışmasının uygulanması durumunda, performans ödevinin niteliği daha doğrudan çarpan-kat ilişkileri, sayıların asal yapısı ve bölünebilirlik ilkeleri üzerinden tabi ki öğretmenin kendine göre düzenlemesiyle birlikte asal sayı ve asal çarpanlarını da eklemesiyle üzerine öğrenilen tüm kavramlara odaklanan ilişkilendirici bir öğrenme ortamı sunardı. Lee'nin algoritması, yalnızca işlem yapmaya dayalı geleneksel bölme yöntemlerinden farklı olarak, sayıların asal çarpanlara ayırma sürecini adım adım izlenebilir hâle getiren, görsel hiyerarşiye dayalı bir düzenleme sağladığından; öğrencilerin bölünebilirlik gerekçelerini kavramsal olarak açıklamalarına büyük katkı sunar. Bu nedenle L-şekilli algoritma temelli bir performans ödevi, öğrencinin her adımda "neden bu sayıya böldüğünü" gerekçelendirdiği, sayıların yapısını ortaya koyan ve ortak çarpan-ortak kat ilişkilerini daha bütünlüklü biçimde anlamasını sağlayan bir öğrenme ürünü doğururdu. Benzer biçimde, Oral'ın (2021) "Asal Çarpan Kartelası" çalışması performans görevi olarak verildiğinde, öğrenciler çarpanları ve asal yapıyı renk kodları, düzenli kutular ve manipülatif materyaller üzerinden modelleyerek; sayılar arasındaki yapısal benzerlikleri, ortak çarpanları ve çarpanların birleşim ilişkilerini somutlaştırma fırsatı elde ederdi. Böyle bir performans görevi, öğrenciyi yalnızca bir yöntemi uygulayan konumdan çıkarıp, yöntemi tasarlayan, açıklayan, görselleştiren ve gerekçelendiren konuma taşır; bu yönüyle sayı teorisi temellerini ortaokul düzeyinde kavramsal olarak yapılandırmaya daha yüksek düzeyde katkı sağlardı. Ayrıca öğrenciyi zorlayarak gerçek bir performans göstermelerine olanak tanırdı.

Asal çarpan ve asal çarpanlarla ilgili olarak ders kitabındaki etkinliklere baktığımızda ders kitabında asal sayıların öğretimi, genel olarak keşfetmeye dayalı bir yaklaşımla sunulmuş olsa da, bazı bölümlerin literatürde önerilen pedagojik ilkelerle daha güçlü ilişkilendirilebileceği görülmektedir. Kitapta sayfa 38'de verilen dikkat çekme metni ve alan modelleriyle çarpan çiftlerinin incelenmesi, öğrencilerin asal ve bileşik sayılar arasındaki farkı yapılandırmacı biçimde keşfetmelerine olanak sağlayan olumlu bir tasarımıdır. Bu yaklaşım, Akkan ve Öztürk'ün (2019) çarpanların somut modellerle yapılandırılmasının öğrenmeyi kolaylaştırdığına ilişkin bulgularıyla uyumludur. Ayrıca bu keşfin ardından Eratosthenes kalburunun tanıtılıyor olması, literatürde önerildiği gibi (Akkan ve Öztürk, 2019; NCTM, 2000) öğrencilerin hem kat kavramını hem de asal sayıların sistematik belirlenişini anlamlandırmasını destekler. Ancak kitabın bu bölümünde, Eratosthenes kalburunun yalnızca uygulama düzeyinde verilmesi; bu etkinliğin neden etkili olduğuna, tarihsel bağlamına veya öğrencilerin kavramsal farkındalıklarını nasıl artırdığına ilişkin öğretimsel tartışmaların eksik kalmasına yol açmaktadır.

Kitapta grup tartışmalarına yer verilerek 1'in asal sayı olup olmadığı, çift asal sayıların varlığı ve asal sayıların sonsuzluğu gibi konuların öğrenciler

tarafından sorgulanması olumlu bir düzenleme olsa da, bu tartışmalara rehberlik edecek keşif temelli kanıt etkinliklerinin yeterince yapılandırılmadığı görülmektedir. Literatürde özellikle Hanna ve Jahnke (1996, 2009) ile Devlin (2003), öğrencilerin kanıta yönelik farkındalığını artıran keşif etkinliklerinin, asal sayıların sonsuzluğu gibi soyut kavramlarda kritik olduğunu vurgular. Oysa kitapta verilen sorular bu kavramlara temas etse de, bu düşünme süreçlerini derinleştirecek matematiksel gerekçelendirme fırsatları sınırlı kalmaktadır. Benzer şekilde Mulligan & Mitchelmore (2009) ile Tanışlı & Kabael'in (2010) örüntü farkındalığı temelli öğretim önerilerinde görüldüğü gibi, sayı aralıklarında asal örüntülerinin keşfi öğrencinin genelleme becerisini güçlendirir; ancak kitapta bu tür örüntüsel keşiflere sistematik biçimde yer verilmemektedir.

Bunlara ek olarak, kitapta öğrencilerde sıkça rastlanan kavram yanlışlarını önleyici açıklamaların yüzeysel kaldığı görülmektedir. Örneğin 0 ve 1'in neden asal olmadığı, yalnızca sonuç verilerek açıklanmakta; oysa literatür, bu kavram yanlışlarının tanımın “iki farklı pozitif bölen” koşulunun vurgulanmamasından kaynaklandığını belirtmekte ve bu nedenle keşfetme sürecinin ardından açık ve gerekçeli tanım yapılmasının öğretim açısından kritik olduğunu ifade etmektedir (Akkan ve Öztürk, 2019). Aynı şekilde, “tüm tek sayılar asaldır” ya da “asal sayılar küçüktür” gibi aşırı genellemelerin önlenmesi için aykırı örnek kullanımının önemi vurgulanmış olsa da, kitapta bu aykırı örnekler yeterince çeşitlendirilmemiştir.

Asal çarpanlar bölümünde de benzer biçimde, kitap temel kavramları doğru biçimde sunsa da, aritmetiğin temel teoremini yalnızca işlem pratiğiyle ilişkilendirmesi; kavramın yapısal önemini ve asal çarpanlara ayırmanın matematikteki yerini yeterince vurgulamamasına neden olmaktadır. Oysa literatürde hem Akkan ve Öztürk (2019) hem de Szydlik, Szydlik & Benson (2003) ve Kurz & Garcia (2010, 2012) gibi çalışmalar, öğrencilerin asal çarpan kavramını daha derin anlamlandırabilmesi için görsel temsiller, somut materyaller ve sorgulayıcı etkinliklerin kritik olduğunu göstermektedir. Ayrıca Kaşıkçı ve Narlı'nın (2022) çalışması, matematiksel terimlerin dilsel kökenlerine dikkat çekmenin kavramsal gelişimi olumlu etkilediğini belirtmesine rağmen, kitapta “asal” kavramının etimolojik anlamına ya da sayıların “yapıtaşı” oluşuna dair düşünsel bir çerçeve sunulmamıştır.

Bu değerlendirmeler ışığında, ders kitabının genel olarak yapılandırmacı bir yaklaşımı benimsediği, fakat literatürde önerilen derinlemesine keşif, gerekçelendirme, aykırı örnek kullanımı, kanıt farkındalığı ve kavram yanlışlarını gidermeye yönelik pedagojik bileşenlerin bazı bölümlerde yeterince işlenmediği görülmektedir. Öğretim sürecinin daha güçlü bir kavramsal temele oturtulması için bu unsurların etkinliklere daha bütüncül biçimde entegre edilmesi gerektiği söylenebilir.

Asal sayılar ve asal çarpanlar konusundan sonra sayfa 49 ile ortak kat ve ortak bölen kavramına geçiş yapılmış. Öncelikle ortak kat kavramını

biçimde öğrencilerin bilişsel süreçlerini alt basamaklardan üst basamaklara doğru ilerletecek niteliktedir. Bloom'un yenilenmiş taksonomisinde vurgulanan hatırlama, anlama ve uygulama düzeyleri daha çok işlemsel bilgi gerektiren görevlerle ilişkilendirilirken; analiz, değerlendirme ve yaratma düzeyleri öğrencinin bilgiyi dönüştürme, ilişkilendirme ve yeni durumlara uyarlama becerileriyle ilişkilidir (Anderson & Krathwohl, 2001). Bu bağlamda Örnek 1, öğrencinin kat kavramını hatırlamasını, aralık içinde uygun değerleri belirleyerek uygulama yapmasını gerektirdiği için Bloom'un alt-orta düzeylerine karşılık gelmektedir. Buna karşın Problem 1, gerçek yaşam bağlamı içinde iki farklı fiyat birimini ilişkilendirerek ortak ödeme miktarını bulmayı gerektirmekte; öğrenci hem sayıların katlarını analiz etmekte hem de uygun çözümü seçerek değerlendirme yapmaktadır. Ayrıca öğrencinin aldığı ürün miktarını modelleyebilmesi "sentez- yaratıcılık" düzeyine karşılık gelen bir çözüm kurmasını gerektirir. Problem 2 ise periyodik olayların (nöbet döngüleri) analizi üzerinden EKOK kavramını uygulamayı ve takvim üzerinde mantıksal çıkarım yaparak uygun günü belirlemeyi içerdiğinden Bloom'un uygulama-analiz-değerlendirme düzeylerini harekete geçirir. Literatürde matematiksel problemlerin özellikle EKOK-OBEB gibi kavramlarda üst düzey düşünmeyi destekleyecek biçimde bağlamlaştırılmasının öğrenmeyi derinleştirdiği (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001; Stein et al., 2009) belirtilmektedir. Bu açıdan incelendiğinde, problemlerin tamamı öğrenciyi yalnızca işlem yapmaya değil, bilgiyi anlamlandırmaya, ilişkilendirmeye ve yeni bir duruma transfer etmeye yönelterek Bloom'un üst düzey bilişsel süreçlerini desteklemektedir.

Sayfa 52'de sokak hayvanları ile ilgili duyarlılık çerçevesinde bir bağlam oluşturularak mamaların önce ayrı ayrı daha sonra da birbirine karıştırılmadan eş şekilde dağıtılması için akıl yürütme soruları sorulmuştur. Öğrenci önce burada 24 ve 18'in bölenlerini ayrı ayrı inceleyecek sonra da eşit şekilde karıştırılmaması için 24 ve 18'in ortak bölenlerini sorgulayarak kavramı fark edecektir. Bu etkinlikten sonra kavramın pekiştirilmesi için iki örnek iki problem durumu verilmiştir. Verilen problem durumları günlük hayatla bağlantılı olarak verilmiştir. Bu kısımda problemleri somutlaştıracak şekilde modellemeye izin verilebilirdi.

Sayfa 53'te ortak bölen kavramından yola çıkılarak aralarında asal kavramına geçiş yapıldığı görülmektedir. Aralarında asallık kavramının ortak bölen yardımıyla verilmesi ilişkilendirme anlamlı görülmektedir.

Ortak kat, ortak bölen ve aralarında asallık kavramının ders kitabına yansımalarını incelediğimizde öğretim materyalinde ortak kat ve ortak bölen kavramlarının günlük yaşam bağlamları, çoklu temsiller ve üst düzey bilişsel süreçleri destekleyen problem türleriyle yapılandırmacı bir çizgide işlendiği görülmektedir. Bununla birlikte, ortak katların sonsuzluğu ve ortak bölenlerin sınırlılığı gibi kavramın özüne ilişkin kritik bir bilginin açık biçimde

sunulmadığı, bu nedenle öğrencilerin sayı kümelerinin yapısal özelliklerini derinlemesine fark etmelerinin zorlaşabileceği söylenebilir. Literatürde ortak bölenlerin her zaman sonlu, ortak katların ise sonsuz olduğu özellikle vurgulanan temel bir matematiksel özellik olup (Burton, 2011; Çetinkaya & Erbaş, 2011), kavramın tam olarak içselleştirilebilmesi için öğrencilerin bu durumu örnekler üzerinden fark etmelerinin önemli olduğu belirtilmektedir. Öğrencilerin bu farkındalığı kazanabilmesi için “12 ve 18’in ortak bölenlerini bulunuz” ile “12 ve 18’in ortak katlarını bulunuz” gibi yüzeysel bir alıştırmanın ötesine geçilerek, katların sayı doğrusu, tablo veya çarpım kuşağı üzerinde ilerledikçe sürekli arttığını gözlemleyebilecekleri, buna karşılık bölenlerin giderek tükendiğini fark edecekleri keşfedici etkinliklere yer verilmesi önerilmektedir (NCTM, 2000; Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2013). Bu bağlamda ders kitabında kullanılan günlük hayat senaryoları, değerler eğitimi vurguları ve çoklu temsil kullanımı olumlu bulunmakla birlikte, özellikle ortak katların sonsuzluğu ve ortak bölenlerin sınırlılığına ilişkin kavramsal tartışmaların yer almaması öğrenme derinliğini sınırlandırabilir. Literatürde öğrencilerin bu tür kavramsal özellikleri fark etmelerinin ilerleyen yıllarda EBOB–EKOK ilişkilerini, lineer denklemleri ve sayı kuramı temelli genellemeleri daha doğru kurmalarına katkı sağladığı ifade edilmektedir (Akkan & Öztürk, 2019; Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001). Dolayısıyla öğretim sürecine, ortak katların artarak devam ettiğini gösteren örüntü keşfi çalışmaları ve ortak bölenlerin tükenişini somutlaştıran alıştırma eklenmesi, kavramın hem bilişsel derinliğini artıracak hem de öğrencilerin sayı ilişkilerine yönelik akıl yürütme becerilerini güçlendirecektir.

Ders kitabının Sayılar ve Nicelikler 1 temasının sonuna geldiğimizde ise karşımıza izleme testi ve ölçme değerlendirme soruları çıkmaktadır. İzleme testine baktığımızda ortak kat ve ortak bölenlerle ilgili olarak konu pekiştirme sorularının yer aldığını görürken ölçme değerlendirme sorularının ise daha çok bilgiyi analiz etme, değerlendirme, akıl yürütme gibi yeni nesil soru tiplerinden oluştuğunu; öğrencileri mantıksal çıkarım, akıl yürütme, olasılıklı düşünme ve verileri değerlendirme gibi becerilere yönelttiğini görmekteyiz.

Sonuç olarak Sayılar ve Nicelikler 1 teması başlığı altında çarpanlar ve katlar, bölünebilme kuralları, asal sayılar, asal çarpanlara ayırma, ortak kat ve ortak bölen kavramlarının ders kitabına yansımalarına baktığımızda ders kitabı, çarpanlar ve katlar öğrenme alanında temel kavramları açık ve sistematik bir şekilde sunarak öğrencilerin başlangıç düzeyinde kavrayış geliştirmesine olanak sağlamaktadır. Özellikle somut modellerin, günlük yaşam bağlamlarının ve bazı keşif temelli etkinliklerin kullanılması, öğrencilerin sayıların yapısal ilişkilerini gözlemleme ve temel kavramları anlamlandırma süreçlerini destekleyen olumlu yönler olarak öne çıkmaktadır. Bununla birlikte, çarpan–kat ilişkileri, bölünebilme kuralları, asal sayılar ve asal çarpanlar ile ortak bölen–kat kavramlarında, öğrencilerin tümevarımsal akıl yürütme, örüntü

keşfi, kavramsal genelleme ve üstbilişsel farkındalık kazanmasını sağlayacak sistematik etkinlikler sınırlıdır. Bölünebilme kuralları çoğunlukla hazır kural uygulamalarına dayalıyken, asal sayılar ve asal çarpanlar bölümünde Eratosthenes kalburu gibi uygulamalar olumlu bir yapı sunmasına rağmen kavramın tarihsel bağlamı, mantıksal gerekçelendirme ve kavram yanlışlarını giderici tartışmalar yeterince işlenmemiştir. Ortak bölen ve ortak kat kavramlarında çoklu temsil ve günlük yaşam senaryoları kullanılmış olmakla birlikte, katların sonsuzluğu ve bölenlerin sınırlılığı gibi temel matematiksel özelliklerin fark edilmesini sağlayacak keşif fırsatları sınırlıdır. Literatür, öğrencilerin matematiksel yapıları derinlemesine kavramaları için sosyal etkileşim, keşfetmeye dayalı görevler, bilişsel çelişki ve üstbilişsel stratejilerle desteklenen etkileşimli öğrenme ortamlarının önemini vurgulamaktadır (Vygotsky, 1978; Bruner, 1961; Piaget, 1970; Freudenthal, 1991; Flavell, 1979; Fosnot, 1996). Bu bağlamda, kitabın mevcut güçlü yönlerini koruyarak, görsel modelleri çeşitlendirmesi, keşif ve tartışma temelli görevleri artırması, kavram yanlışlarını gideren aykırı örnekler sunması ve üstbilişsel sorgulamayı sistematik biçimde entegre etmesi, öğrencilerin hem kavramları kalıcı biçimde yapılandırmasına hem de ilerleyen yıllarda cebirsel ve sayı kuramına dayalı matematiksel düşünme becerilerini sağlam temellere oturtmasına olanak sağlayacaktır. Sonuç olarak, ders kitabı, hem temel kavramları anlaşılır şekilde sunma hem de yapılandırmacı yaklaşımı kısmen destekleme açısından güçlü bir potansiyele sahip olmakla birlikte, kavramsal derinliği ve üstbilişsel zenginliği artıracak pedagojik düzenlemelerle matematiksel düşünme kültürünü daha etkin biçimde geliştirebilir. Ayrıca teknoloji çağında sadece geometride değil özellikle çarpanlar katlar konusunda, bölünebilme, ortak kat ve ortak bölen konusunda da farklı dinamik yazılımların olduğu unutulmamalı ve dinamik yazılımlar olabildiğince öğretime dahil edilmelidir.

Kaynaklar

- Akkan, Y., & Gürel, C. (2015). *Bölünebilme kurallarının yapılandırmacı yaklaşımla öğretimi*. Eğitim ve Bilim, 40(178), 45–60.
- Akkan, Y., & Öztürk, M. (2019). Çarpanlar ve katlar. In E. Ertekin & M. Ünlü (Eds.), *Kuramdan uygulamaya etkinlik örnekleriyle sayıların öğretimi* (pp. 131–176). Pegem Akademi
- Altun, M. (2008). *Ortaokullarda matematik öğretimi*. Aktüel Yayıncılık.
- Anderson, L. W., & Krathwohl, D. R. (Eds.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. Longman.
- Aydoğdu, M. (2022). Ortaokul Öğrencilerinin Bilişsel Süreç Basamaklarının İncelenmesi: RBC+ C Modeli. Eğitim Ve İnsani Bilimler Dergisi: Teori Ve Uygulama, 13(25), 73-92.
- Başün, AR ve Doğan, M. (2020). Matematik eğitiminde oyunla öğretimin akademik başarı ve kalıcılığa etkisi. Disiplinlerarası Eğitim Araştırmaları Dergisi , 4 (7), 155-167.
- Baykul, Y. (2020). *Ortaokulda matematik öğretimi* (Geliştirilmiş 4. baskı). Pegem Akademi.
- Bennett, A. B. (2002). *Divisibility tests. Mathematics Teaching in the Middle School*, 7(8), 460–463. National Council of Teachers of Mathematics.
<https://pubs.nctm.org/view/journals/mtms/7/8/article-p460.xml>
- Bragg, L. A. (2012). *The impact of digital games on mathematics learning: A review of the literature*. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 43(7), 921–940.
- Bruner, J. S. (1961). *The act of discovery*. Harvard Educational Review, 31(1), 21–32.
- Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Harvard University Press.
- Bruner, J. S. (1990). *Acts of meaning*. Harvard University Press.
- Ceylan Oral, S. (2021). *Asal sayıları öğretmek için yöntem: Asal çarpan kartelâsı uygulaması*.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2014). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach* (2nd ed.). Routledge.
- Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1992). *A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education*. Journal for Research in Mathematics Education, 23(1), 2–33
- Çetinkaya, S., & Biber, A. Ç. (2017). *7E öğrenme halkası modelinin Çarpanlar ve Katlar konusunun öğretiminde akademik başarıya etkisi*. Uluslararası Eğitim Bilimleri Dergisi, (10), 292–311
- Çubukluöz, Ö., Adıgüzel, T., Özdemir, B.G. ve Akkaya, r. (2018). 7. Sınıf Ortaokul Öğrencilerinin En Büyük Ortak Bölen ve En Küçük Ortak Kat RBC+C Modeli İle İlgili Bilgi Oluşturma Sürecinin İncelenmesi. Bilgisayar ve Eğitim Araştırmaları Dergisi , 6 (12), 285-319.

- Duman, Ş. T., & Es, H. (2023). Etkinliklerle Çarpanlar ve Katlar Kavramlarının Öğretimine Bazı Öğrenci Özelliklerinin Etkisi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 21(3), 1580-1604.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906-911.
- Fosnot, C. T. (1996). *Constructivism: Theory, perspectives, and practice*. Teachers College Press.
- Fosnot, C. T., & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing number sense, addition, and subtraction*. Heinemann.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Kluwer Academic Publishers.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). Macmillan.
- Incikabı, L., & Korkmaz, S. (2018). Ortaokul matematik öğretim programlarının sayılar öğrenme alanı bakımından karşılaştırılması. In M. F. Özmantar, H. Akkoç, B. Kuşdemir Kayıran, & M. Özyurt (Eds.), *Ortaokul matematik öğretim programları: Tarihsel bir inceleme* (pp. 185-208). Pegem Akademi.
- Kabael, T. (Uygur), & Tanışlı, D. (2010). Teaching from patterns to functions in algebraic thinking process. *Elementary Education Online*, 9(1), 213-228.
- Kaplan, A., & Açıl, E. (2015). 6. Sınıf öğrencilerinin bölünebilme kuralları ve asal sayılar alt öğrenme alanındaki başarılarına işbirlikli öğrenme yönteminin etkisinin incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(1), 7-23.
- Kaplan, A. ve Öztürk, M. (2015). Bölünebilirlik konularındaki öğretimde kavram karikatürlerinin akademik başarıya etkisi. *Uluslararası Elektronik Matematik Eğitimi Dergisi*,
- Karasar, N. (2005). *Bilimsel araştırma yöntemi: Kavramlar, ilkeler, teknikler*. Nobel Yayın Dağıtım.
- Kaşıkcı, M. ve Narlı, S. (2022). Dil ve Düşünce İlişkisinde Matematiksel Kelimeler ve Matematiksel Kavramlar: Asal ve Asal Sayı. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (54), 931-956.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1-8. sınıflar)*. Ankara
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2025). *6. sınıf matematik ders kitabı (2025-2026 öğretim yılı)*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Mason, J., Graham, A., & Johnston-Wilder, S. (2005). *Developing thinking in algebra*. London: Paul Chapman Publishing.

- Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2009). *Awareness of pattern and structure in early mathematical development*. *Mathematics Education Research Journal*, 21(2), 33–49. <https://doi.org/10.1007/BF03217544>
- Muştuoğlu, E., & Çalık Uzun, S. (2023). *Özel yetenekli tanısı konulmuş ilkokul öğrencilerinin asal sayı kavramını inşası: Adidaktik bir ortam örneği*. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(3), 1058–1084.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Children doing mathematics*. Blackwell.
- Oral, S. C. (2021). An Alternative Material for Teaching Prime Numbers: Prime Factors Chart. *Journal of Inquiry Based Activities*, 11(2), 92–110.
- Özcan, S. (2024). *Fifth grade students' process of generalizing divisibility rules* (Master's thesis, Middle East Technical University, Graduate School of Natural and Applied Sciences). Middle East Technical University.
- Papic, M., Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2011). *Patterns and structures in primary mathematics: Development and teaching*. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(3), 601–626.
- Patodi, A. (2021). Interpretation of divisibility rules. *At Right Angles*, (9), 23–28.
- Peker, M. (2009). Tamsayılarda Bölünebilme Kurallarının Öğretimi. *İlköğretim Online*, 8(1), 1–9.
- Piaget, J. (1952). *The child's conception of number*. Routledge & Kegan Paul.
- Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology*. Columbia University Press.
- Potgieter, P. ve Blignaut, P. (Haziran 2018). Öğrencilerin bölünebilirlik kurallarını bilip bilmediklerini ve doğru uygulayıp uygulamadıklarını belirlemek için bir sistem. 2018 ACM Göz Takibi Araştırmaları ve Uygulamaları Sempozyumu Bildirileri (s. 1-8).
- Reys, R. E., Lindquist, M. M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2012). *Helping children learn mathematics* (10th ed.). Wiley.
- Sak, R., Sak, İ. T., Şendil, Ç. Ö., & Nas, E. (2021). Bir araştırma yöntemi olarak doküman analizi. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 4(1), 227–256. <https://doi.org/10.33400/kuje.843306>
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1–36.
- Steffe, L. P., & Kieren, T. (1994). Radical constructivism and mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(1), 711–733.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M., & Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development* (2nd ed.). Teachers College Press.

- Stylianides, A. J. (2009). *Reasoning-and-proving in mathematics education*. Journal for Research in Mathematics Education, 40(2), 157–186.
- Squire, K. (2011). *Video games and learning: Teaching and participatory culture in the digital age*. New York: Teachers College Press.
- Tanışlı, D., & Köse, N. (2011). *Ortaokul öğrencilerinin sayıların özelliklerini keşfetme süreçleri*. Kastamonu Eğitim Dergisi, 19(2), 593–610.
- T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. (t.y.). 1. Tema: Sayılar ve Nicelikler (1) [Ortaokul Matematik Dersi – 5. Sınıf]. Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli. <https://tymm.meb.gov.tr/ortaokul-matematik-dersi/unite/447>
- Teke, B. ve Çalışıcı, H. (2025). Bölünebilirlik kurallarının öğretim sürecinde sorgulamaya dayalı öğrenme yaklaşımının kullanılması. Asya Pasifik Eğitim Dergisi , 1-20.
- Uluslan, S. (2019). Bölünebilme kuralları ve öğretimi. In E. Ertekin & M. Ünlü (Eds.), *Kuramdan uygulamaya etkinlik örnekleriyle sayıların öğretimi* (pp. 177–198). Pegem Akademi.
- Ünal, M. ve Dumlupinar, M. (2020). Çarpanların ve 6. Sınıf öğrencilerinin fetemm yaklaşımıyla işledikleri katmanların kapsanmasının öğrenci başarılarına etkisi. Avrasya Ekonometrik, İstatistik ve Ampirik Ekonomi Dergisi , 16 (16), 116-133.
- Williams, J. (1963). *A complete set of elementary rules for testing divisibility*. The Mathematics Teacher, 56(6), 437–441. National Council of Teachers of Mathematics. <https://pubs.nctm.org/abstract/journals/mt/56/6/article-p437.xml>
- Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. London: Falmer Press
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Zazkis, R. (1996). *Divisibility and multiplicative structure of natural numbers*. Journal for Research in Mathematics Education, 27(5), 540–563. National Council of Teachers of Mathematics. <https://pubs.nctm.org/view/journals/jrme/27/5/article-p540.xml>